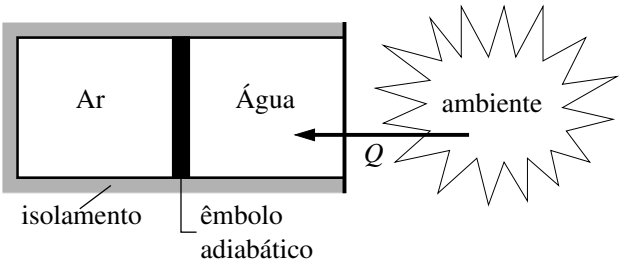
PME3398 – Fundamentos de Termodinâmica e Transferência de Calor
1º semestre / 2019 – Profs. Bruno Souza Carmo e Antonio Luiz Pacífico

## Gabarito da Prova 2




**Questão 1:** Considere o cilindro dotado de uma divisória (êmbolo) móvel, sem atrito e adiabático, como ilustrado na figura ao lado. Do lado esquerdo da divisória há ar e do lado direito água. Todas as paredes do cilindro estão isoladas exceto uma parede com a qual a água faz contato térmico com o ambiente externo mantido a uma temperatura constante. Inicialmente os volumes de ar e água são iguais e valem 0,1 $m^3$ cada. Sabe-se também que neste estado inicial as temperaturas do ar e da água valem, respectivamente, 40 °C e 90 °C, e que o título da água é de 0,1. Calor é adicionado a partir do ambiente externo à água até que esta atinja título igual a 1,0 no estado final. Adotando modelo de calores específicos constantes para o ar e que todos os estados intermediários são estados de quase-equilíbrio, determine:

**(a)** As massas de ar e de água; **(1,0 ponto)**

**(b)** A pressão final; **(1,0 ponto)**

**(c)** O calor total transferido à água; **(1,0 ponto)**

**(d)** A mínima variação da entropia do universo associada a este processo. **(2,0 pontos)**

**Solução:** Nesta solução serão adotados os seguintes subscritos: $a$ para o ar; $w$ para o água; 1 para o estado inicial; e 2 para o estado final. Assim, do enunciado: $\cancel{V}_{a1} = \cancel{V}_{w1} = 0{,}1\,\mathrm{m}^3$; $T_{a1} = 40\,°\mathrm{C}$; $T_{w1} = 90\,°\mathrm{C}$; $x_{w1} = 0{,}1$; e $x_{w2} = 1{,}0$.

Uma vez que a divisória (êmbolo) não possui atrito com a parede interna do cilindro, a pressão do ar e da água são sempre iguais, para qualquer estado de equlíbrio: $p_a = p_w$.

Determinando as propriedades da água no estado 1: $v_{w1,l} = 0{,}001036\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$; $v_{w1,v} = 2{,}35906\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$; $u_{w1,l} = 376{,}97\,\mathrm{kJ/kg}$; $u_{w1,v} = 2493{,}97\,\mathrm{kJ/kg}$; $s_{w1,l} = 1{,}1929\,\mathrm{kJ/(kg.K)}$; $s_{w1,v} = 7{,}4781\,\mathrm{kJ/(kg.K)}$. Assim,

$$v_{w1} = (1 - x_{w1})\,.v_{w1,l} + x_{w1}.v_{w1,v} = 0{,}23684\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$$

$$u_{w1} = (1 - x_{w1})\,.u_{w1,l} + x_{w1}.u_{w1,v} = 588{,}67\,\mathrm{kJ/kg}$$

$$s_{w1} = (1 - x_{w1})\,.s_{w1,l} + x_{w1}.s_{w1,v} = 1{,}82142\,\mathrm{kJ/(kg.K)}$$

**(a)** A massa de água é dada por:

$$m_w = \frac{\cancel{V}w1}{v_{w1}} = \frac{0.1}{0.23684} = 0{,}42223\,\mathrm{kg}$$

$$m_w = 0.422\,\mathrm{kg} \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

Dado que $p_{a1} = p_{w1}$ e $p_{w1} = 70{,}18\,\text{kPa}$ (pressão de saturação da água a $T_{w1} = 90\,°\text{C}$):

$$m_a = \frac{p_{a1}.\cancel{V}_{a1}}{R_a.T_{a1}} = \frac{70{,}18.0{,}1}{0{,}287.(40+273)} = 0{,}0781245\,\text{kg}$$

$$m_a = 0.078\,\text{kg} \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

**(b)** Na partição que contém ar o processo é adiabático (ar está isolado) e reversível (estados intermediários são estados de quase-equilíbrio) e, portanto, o processo para o ar será isoentrópico. Para modelo de calores específicos constantes pode-se escrever:

$$p_{a1}.\cancel{V}_{a1}^k = p_{a2}.\cancel{V}_{a2}^k \Rightarrow \cancel{V}_{a2} = \cancel{V}_{a1} \cdot \left(\frac{p_{a1}}{p_{a2}}\right)^{1/k} \quad \text{(I)}$$

com $k = 1{,}4$ (razão entre $C_{p0}$ e $C_{v0}$ para o ar). Além disso, sabe-se que o volume total interno no cilindro não se altera, deste modo:

$$\cancel{V}_{a1} + \cancel{V}_{w1} = \cancel{V}_{a2} + \cancel{V}_{w2} = \cancel{V}_{a2} + m_w.v_{w2} \quad \text{(II)}$$

Combinando as Eqs. (I) e (II) e substituindo os valores conhecidos:

$$\cancel{V}_{a1} \cdot \left(\frac{p_{a1}}{p_{a2}}\right)^{1/k} + m_w.v_{w2} = \cancel{V}_{a1} + \cancel{V}_{w1}$$

$$0{,}1 \cdot \left(\frac{70{,}18}{p_{a2}}\right)^{1/1{,}4} + 0{,}42223.v_{w2} = 0{,}1 + 0{,}1$$

$$0{,}1 \cdot \left(\frac{70{,}18}{p_{a2}}\right)^{1/1{,}4} + 0{,}42223.v_{w2} - 0{,}2 = 0 = f\left(p_{w2}, v_{w2}\right) \quad \text{(III)}$$

Como se sabe que $x_{w2} = 1{,}0$, o processo agora é iterativo (tentativa e erro) utilizando a tabela de saturação da água:

1. Adota-se um valor para $p_{w2}$;
2. Toma-se $v_{w2} = v_{v\ @\ p_{w2}}$;
3. Calcula-se $f\left(p_{w2}, v_{w2}\right)$ da Eq. (III);
4. Repete-se o processo ate que $f\left(p_{w2}, v_{w2}\right)$ seja o mais próximo possível de zero (dentro das limitações da tabela).

A tabela 1 resume este processo:

Portanto,

$$p_{w2} = p_{a2} = 453\,\text{kPa} \quad \boxed{\textbf{1,0 pt}}$$

**(c)** Conhecido o estado 2 para a água, as demais propriedades valem: $T_{w2} = 148{,}14\,°\text{C}$; $v_{w2} = 0{,}41144\,\text{m}^3/\text{kg}$; $u_{w2} = 2557{,}35\,\text{kJ/kg}$; e $s_{w2} = 6{,}853833\,\text{kJ/(kg.K)}$. Assim,

$$\cancel{V}_{w2} = m_w.v_{w2} = 0{,}42223.0{,}41144 = 0{,}1737\,\text{m}^3$$

$$\cancel{V}_{a2} = \cancel{V}_{a1} + \cancel{V}_{w1} - \cancel{V}_{w2} = 0{,}1 + 0{,}1 - 0{,}1737 = 0{,}0263\,\text{m}^3$$

| $p_{w2}$ [kPa] | $v_{w2}$ [m$^3$/kg] | $f\,(p_{w2}, v_{w2})$ |
|---|---|---|
| 400 | 0,46238 | 0,0241 |
| 450 | 0,41390 | 0,0013 |
| 476,16 | 0,39245 | -0,0088 |
| 460 | 0,40570 | -0,0026 |
| 455 | 0,40980 | -0,0007 |
| 453 | 0,41144 | 0,0001 |

Tabela 1 – Resultados do processo iterativo utilizando tabela de saturação da água e Eq. (III).

$$T_{a2} = \frac{p_{a2}.\cancel{V}_{a2}}{m_a.R_a} = \frac{453.0{,}0263}{0{,}0781245.0{,}287} = 530{,}914\,\mathrm{K} = 257{,}914\,°\mathrm{C}$$

Considerando como sistema ar e água, o processo pode ser modelado como isocórico e, portanto, ${}_1W_2 = 0$. Logo:

$${}_1Q_2 = U_2 - U_1 = m_a.C_{va}.\,(T_{a2} - T_{a1}) + m_w.\,(u_{w2} - u_{w1})$$

$${}_1Q_2 = 0{,}0781245.0{,}717.\,(257{,}914 - 40) + 0{,}42223.\,(2557{,}35 - 588{,}67)$$

$${}_1Q_2 = 858{,}7321\,\mathrm{kJ} = 858{,}7\,\mathrm{kJ} \quad \boxed{\textbf{1,0 pt}}$$

**(d)** A variação da entropia do universo, $\Delta S_{univ}$, é dada pela soma das variações de entropia do sistema, $\Delta S_{sist}$, e da vizinhança (ou ambiente, no caso), $\Delta S_{viz}$. Por sua vez, $\Delta S_{sist} = \Delta S_a + \Delta S_w$, onde $\Delta S_a$ é a variação da entropia para o ar e $\Delta S_w$ é a variação da entropia para a água:

$$\Delta S_{univ} = \Delta S_{sist} + \Delta S_{viz} = \Delta S_a + \Delta S_w + \Delta S_{viz}$$

Como o processo para o ar é isoentrópico segue-se que $\Delta S_a = 0$. Assim:

$$\Delta S_{univ} = \Delta S_w + \Delta S_{viz} = m_w.\,(s_{w2} - s_{w1}) + \frac{Q_{viz}}{T_{viz}}$$

Finalmente, uma vez que $Q_{viz} = -Q_{sist} = -{}_1Q_2$,

$$\Delta S_{univ} = m_w.\,(s_{w2} - s_{w1}) - \frac{{}_1Q_2}{T_{viz}} \quad \text{(IV)}$$

Observando a Eq. (IV), fica claro que quanto menor $T_{viz}$ menor será $\Delta S_{univ}$, pois o valor de $\Delta S_w$ é positivo e fixo (os estados 1 e 2 para a água estão definidos). O menor valor de $T_{viz}$ para que ocorra o processo é $T_{viz} = T_{w2}$. Portanto:

$$\Delta S_{univ,\text{mín}} = m_w.\,(s_{w2} - s_{w1}) - \frac{{}_1Q_2}{T_{w2}} = 0{,}42223.\,(6{,}853833 - 1{,}82142) - \frac{858{,}7321}{148{,}14 + 273}$$

$$\Delta S_{univ,\text{mín}} = 2{,}12483 - 2{,}039066 = 0{,}085764\,\mathrm{kJ/K}$$

$$\Delta S_{univ,\text{mín}} = 85{,}8\,\mathrm{J/K} \quad \boxed{\textbf{2,0 pt}}$$

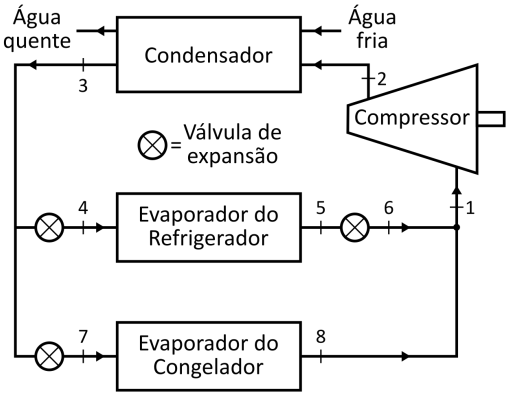
**Questão 2:** A figura mostra o esquema de um ciclo de refrigeração a amônia instalado num frigorífico. O ciclo é usado para manter um refrigerador a 2 °C e um congelador a −20 °C. Quando o ciclo está operando em regime permanente, o compressor, que tem eficiência isentrópica de 80%, consome 10 kW de potência, admite amônia a −30 °C e a descarrega a uma pressão de 2 MPa. A pressão da amônia no evaporador do refrigerador é de 300 kPa e no evaporador do congelador é de 100 kPa. No condensador, o calor rejeitado é integralmente aproveitado para esquentar água para uso nas instalações. A água entra no condensador a 20 °C e sai a 40 °C. Pedem-se, para estas condições:

**(a)** Um esboço do diagrama $T - s$ do ciclo, usando a mesma numeração de estados da figura e representando processos irreversíveis com linhas tracejadas e reversíveis com linhas cheias; **(0,5 ponto)**

**(b)** A vazão mássica de amônia no compressor; **(1,0 ponto)**

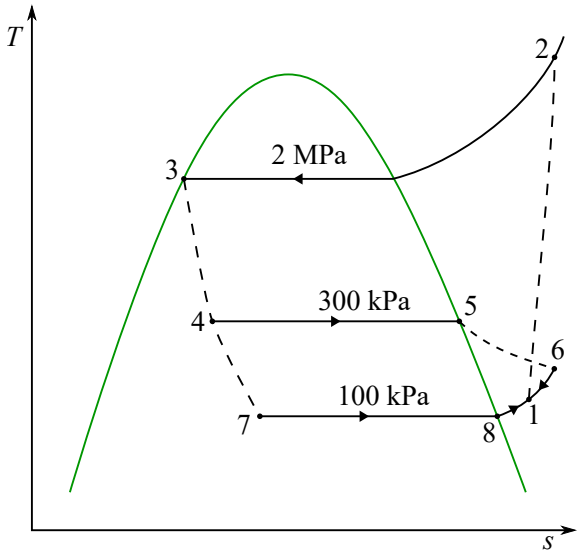
**(c)** O coeficiente de desempenho do ciclo; **(2,5 pontos)**

**(d)** A taxa de geração de entropia. **(1,0 ponto)**




**Solução:**

**(a)**




**0,5 pt**

**(b)** Adotando o compressor como volume de controle, temos $-\dot{W}_c = 10 = \dot{m}_1(h_2 - h_1)$. O compressor tem eficiência isentrópica $\eta_c = 0{,}8$, portanto vamos calcular um estado hipotético isentrópico $2s$ para em seguida determinar o estado real 2. Ressaltamos que a substância de trabalho é a amônia.

Estado 1: $p_1 = 100\,\text{kPa}$, $T = -30\,°\text{C} \rightarrow$ vapor superaquecido

tabelas: $h_1 = 1569{,}21\,\text{kJ/kg}$, $s_1 = 6.6322\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$ **0,2 pt**

Estado $2s$: $p_{2s} = p_2 = 2\,\text{MPa}$, $s_{2s} = s_1 = 6.6322\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)} \rightarrow$ vapor superaquecido

Interpolando na tabela: $h_{2s} = 2065{,}44\,\text{kJ/kg}$ **0,2 pt**

Estado 2: $p_2 = 2\,\text{MPa}$, $h_2 = \dfrac{(h_{2s} - h_1)}{\eta_c} + h_1 = 2189{,}50\,\text{kJ/kg}$ **0,3 pt**

$$\dot{m}_1 = \frac{\dot{W}_c}{(h_2 - h_1)} = 0{,}01612\,\text{kg/s} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

**(c)** O coeficiente de desempenho do ciclo é dado por

$$\beta = \frac{\sum \dot{Q}_L}{\dot{W}_c} = \frac{\dot{Q}_{LR} + \dot{Q}_{LC}}{\dot{W}_c} = \frac{\dot{m}_6(h_5 - h_4) + \dot{m}_8(h_8 - h_7)}{\dot{W}_c},$$

onde $\dot{Q}_{LR}$ é o calor recebido pelo evaporador do refrigerador e $\dot{Q}_{LC}$ é o calor recebido pelo evaporador do congelador.

Para determinar as vazões mássicas que passam por cada um dos evaporadores, $\dot{m}_6$ e $\dot{m}_8$, fazemos uma análise de controle da junção das duas correntes (ponto a montante do compressor). Aplicando a conservação de massa e 1ª Lei neste $\cancel{V}C$:

$$\begin{cases} \dot{m}_6 + \dot{m}_8 = \dot{m}_1 \\ \dot{m}_6 h_6 + \dot{m}_8 h_8 = \dot{m}_1 h_1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_6 = \dot{m}_1 \frac{(h_1 - h_8)}{(h_6 - h_8)}, \quad \dot{m}_8 = \dot{m}_1 - \dot{m}_6$$

Na determinação de estados a seguir, utilizamos o fato de que as válvulas de expansão são isentálpicas.

<u>Estado 3</u>: $p_3 = 2\,\text{MPa}$, $x_3 = 0{,}0 \quad \Rightarrow \quad h_3 = 580{,}49\,\text{kJ/kg}$ $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

<u>Estado 4</u>: $p_4 = 300\,\text{kPa}$, $h_4 = h_3 = 580{,}49\,\text{kJ/kg}$ $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

<u>Estado 5</u>: $p_5 = 300\,\text{kPa}$, $x_5 = 1{,}0 \quad \Rightarrow \quad h_5 = 1594{,}81\,\text{kJ/kg}$ $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

<u>Estado 6</u>: $p_6 = 100\,\text{kPa}$, $h_6 = h_5 = 1594{,}81\,\text{kJ/kg}$ $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

<u>Estado 7</u>: $p_7 = 100\,\text{kPa}$, $h_7 = h_3 = 580{,}49\,\text{kJ/kg}$ $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

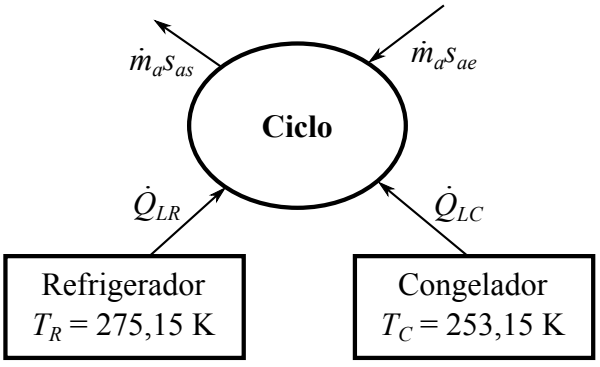
<u>Estado 8</u>: $p_8 = 100\,\text{kPa}$, $x_8 = 1{,}0 \quad \Rightarrow \quad h_8 = 1561{,}01\,\text{kJ/kg}$ $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

$$\dot{m}_6 = \dot{m}_1 \frac{(h_1 - h_8)}{(h_6 - h_8)} = 0{,}00391\,\text{kg/s} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}} \qquad \dot{m}_8 = \dot{m}_1 - \dot{m}_6 = 0{,}01221\,\text{kg/s} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

$$\dot{Q}_{LR} = \dot{m}_6(h_5 - h_4) = 3{,}965\,\text{kW} \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}} \qquad \dot{Q}_{LC} = \dot{m}_8(h_8 - h_7) = 11{,}975\,\text{kW} \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

$$\beta = \frac{\dot{Q}_{LR} + \dot{Q}_{LC}}{\dot{W}_c} = 1{,}594 \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

**(d)** Para calcular a taxa de geração de entropia, interpretamos o ciclo como um processo em regime permanente, que troca massa com a vizinhança (água aquecida) e calor com dois reservatórios térmicos distintos (refrigerador e congelador), conforme mostra a figura.



Esta taxa é dada então por:

$$\dot{S}_{\text{ger}} = \dot{m}_a(s_{as} - s_{ae}) - \frac{\dot{Q}_{LR}}{T_R} - \frac{\dot{Q}_{LC}}{T_C},$$

onde $\dot{m}_a$ é a vazão de água, $s_{as}$ e $s_{ae}$ as entropias da água na saída e entrada do condensador, respectivamente, e $T_R$ e $T_C$ as temperaturas do refrigerador e congelador em Kelvin, respectivamente.

Para encontrar $\dot{m}_a$, aplicamos a 1ª Lei no condensador:

$$\dot{m}_a(h_{as} - h_{ae}) = \dot{m}_1(h_2 - h_3) \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_a = \dot{m}_1 \frac{(h_2 - h_3)}{(h_{as} - h_{ae})}$$

<u>Estado *ae*</u>: água, $T_{ae} = 20\,°\text{C}$, $x_{ae} = 0{,}0$

tabelas: $h_{ae} = 83{,}91\,\text{kJ/kg}$, $s_{ae} = 0{,}2965\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$ **0,2 pt**

<u>Estado *as*</u>: água, $T_{as} = 40\,°\text{C}$, $x_{as} = 0{,}0$

tabelas: $h_{as} = 167{,}53\,\text{kJ/kg}$, $s_{ae} = 0{,}5724\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$ **0,2 pt**

$$\dot{m}_a = \dot{m}_1 \frac{(h_2 - h_3)}{(h_{as} - h_{ae})} = 0{,}3102\,\text{kg/s} \quad \textbf{0,3 pt}$$

$$\dot{S}_{\text{ger}} = \dot{m}_a(s_{as} - s_{ae}) - \frac{\dot{Q}_{LR}}{T_R} - \frac{\dot{Q}_{LC}}{T_C} = 0{,}0239\,\text{kW/K} \quad \textbf{0,3 pt}$$