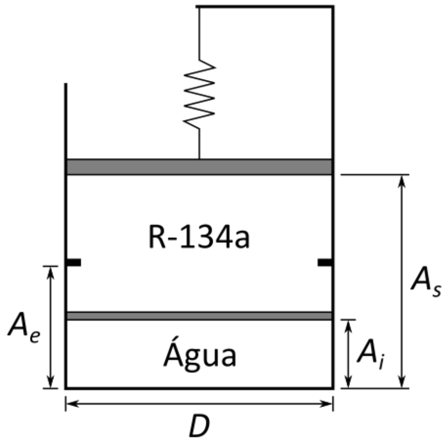
PME3398 – Fundamentos de Termodinâmica e Transferência de Calor
1º semestre / 2019 – Profs. Bruno Souza Carmo e Antonio Luiz Pacífico

Gabarito da Prova 1



Questão 1: : A figura mostra um cilindro de diâmetro interno $D = 0{,}8\,\mathrm{m}$ com um pistão superior que está preso a uma mola linear de rigidez $K = 33{,}5\,\mathrm{kN/m}$. O volume interno do cilindro é dividido em dois compartimentos por um pistão intermediário, de massa e espessura desprezíveis e condutividade térmica elevada, que pode se mover sem atrito. O cilindro possui esbarros fixos, posicionados a uma altura $A_e = 0{,}25\,\mathrm{m}$ da base, que limitam o movimento dos pistões. O compartimento superior contém R-134a e o inferior contém água e a massa total dos fluidos (massa do R-134a mais a massa da água) é 9,7 kg. Inicialmente, o pistão superior está a uma altura $A_s = 0{,}75\,\mathrm{m}$ em relação à base, e os fluidos estão a temperatura de 20 °C e pressão de 120 kPa. Então calor é transferido aos fluidos, até que o pistão superior atinge a altura de 1,2 m em relação à base. Determine:

(a) A altura do pistão intermediário (A_i) no estado inicial; **(1,5 ponto)**

(b) A pressão da água no estado final; **(1,8 ponto)**

(c) O calor transferido no processo. **(1,7 ponto)**

Solução: Trata-se de um sistema, com substâncias R-134a e água. As propriedades de ambas serão obtidas por meio das tabelas termodinâmicas. Assumiremos processo quase estático e variações de energia cinética e potencial desprezíveis. Identificaremos as propriedades referentes à água pelo subscrito a e as referentes ao R-134a pelo subscrito r. As propriedades referentes ao estado inicial serão indicadas pelo subscrito 1 e aquelas referentes ao estado final pelo subscrito 2.

(a) Para encontrar a altura do pistão intermediário no estado inicial, A_{i1}, utilizaremos o fato de que o volume total ocupado pelos fluidos, $\forall_t$ é igual à soma dos volumes ocupados por cada um deles,

$$\forall_{a1} + \forall_{r1} = \forall_{t1} = A_{s1}\frac{\pi D^2}{4} = 0{,}75 \times \frac{\pi \times 0{,}8^2}{4} = 0{,}3770\,\mathrm{m}^3,$$

e que a massa total de fluidos é igual à soma das massas de cada um deles,

$$m_a + m_r = m_t = 9{,}7\,\mathrm{kg}.$$

Além disso, usaremos a definição de volume específico para relacionar os volumes das substâncias com as suas massas, $\forall = vm$. Os volumes específicos podem ser obtidos das tabelas, usando os valores de temperatura e pressão fornecidos no enunciado:

Estado a1: $T_{a1} = 20\,°\mathrm{C}$, $p_{a1} = 120\,\mathrm{kPa} \rightarrow$ líquido comprimido, $v_{a1} = 0{,}001002\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$ $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

Estado r1: $T_{r1} = 20\,°\mathrm{C}$, $p_{r1} = 120\,\mathrm{kPa} \rightarrow$ vapor superaquecido, $v_{r1} = 0{,}20186\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$ $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

Obtemos então o seguinte sistema de equações, onde as massas m_a e m_r são as incógnitas:

$$\begin{cases} v_{a1} m_a + v_{r1} m_r = \cancel{V}_{t1} \\ m_a + m_r = m_t \quad \Rightarrow \quad m_a = m_t - m_r \end{cases}$$

Substituindo a segunda equação na primeira:

$$v_{a1}(m_t - m_r) + v_{r1} m_r = \cancel{V}_{t1} \quad \Rightarrow \quad m_r = \frac{\cancel{V}_{t1} - v_{a1} m_t}{v_{r1} - v_{a1}} = 1{,}829\,\mathrm{kg} \quad \boxed{\textbf{0,4 pt}}$$

$$m_a = m_t - m_r = 7{,}871\,\mathrm{kg} \quad \boxed{\textbf{0,4 pt}}$$

Usando novamente a definição de volume específico:

$$\cancel{V}_{a1} = m_a v_{a1} = 7{,}886 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3 \quad \Rightarrow \quad A_{i1} = \frac{\cancel{V}_{a1}}{\frac{\pi D^2}{4}} = 0{,}01569\,\mathrm{m} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

(b) Quando $A_{s2} = 1{,}2\,\mathrm{m}$, a pressão no R-134a é

$$p_{r2} = p_{r1} + \frac{K(A_{s2} - A_{s1})}{\frac{\pi D^2}{4}} = 1{,}2 \times 10^5 + \frac{33500 \times (1{,}2 - 0{,}75)}{\frac{\pi \times 0{,}8^2}{4}} = 150\,\mathrm{kPa}. \quad \boxed{\textbf{0,4 pt}}$$

Temos dois cenários possíveis: $p_{a2} > p_{r2}$ e o pistão intermediário encosta nos esbarros (conseguimos obter $\cancel{V}_{a2}$ e $\cancel{V}_{r2}$ com os dados do enunciado); ou $p_{a2} = p_{r2}$ e o pistão não encosta nos esbarros. Em ambos os cenários, $T_{a2} = T_{r2}$ porque o pistão intermediário tem condutividade térmica elevada. Vamos assumir que o primeiro cenário é o que acontece ($\cancel{V}_{a2} = A_e \frac{\pi D^2}{4}$) e verificar se de fato $p_{a2} > p_{r2}$.

$$v_{r2} = \frac{\cancel{V}_{r2}}{m_r} = \frac{\cancel{V}_{t2} - \cancel{V}_{a2}}{m_r} = \frac{(A_{s2} - A_e)\frac{\pi D^2}{4}}{m_r} = \frac{(1{,}2 - 0{,}25) \times \frac{\pi \times 0{,}8^2}{4}}{1{,}829} = 0{,}26115\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Com p_{r2} e v_{r2} obtemos da tabela de vapor de R-134a superaquecido $T_{r2} = 210\,°\mathrm{C}$. $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

Para a água, temos:

$$T_{a2} = T_{r2} = 210\,°\mathrm{C}, \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}} \qquad v_{a2} = \frac{\cancel{V}_{a2}}{m_a} = \frac{A_e \frac{\pi D^2}{4}}{m_a} = 0{,}015964\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg} \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

Como $v_l < v_{a2} < v_v$ considerando a temperatura de saturação $T_{a2} = 210\,°\mathrm{C}$, concluímos que a água está em mudança de fase e a pressão é igual à pressão de saturação a esta temperatura, $p_{a2} = 1906\,\mathrm{kPa}$. Como $p_{a2} > p_{r2}$ a hipótese assumida é verdadeira. $\boxed{\textbf{0,4 pt}}$

(c) A 1ª Lei da termodinâmica neste caso fornece:

$${}_1Q_2 - {}_1W_2 = U_2 - U_1 = (m_a u_{a2} + m_r u_{r2}) - (m_a u_{a1} + m_r u_{r1}) = m_a(u_{a2} - u_{a1}) + m_r(u_{r2} - u_{r1})$$

Assumindo processo quase estático e sabendo que a mola é linear, calculamos o trabalho:

$${}_1W_2 = \int_1^2 p\,\mathrm{d}\cancel{V} = \frac{(p_{r2} + p_{r1})(\cancel{V}_{t2} - \cancel{V}_{t1})}{2} = \frac{(p_{r2} + p_{r1})(A_{s2} - A_{s1})}{2} \frac{\pi D^2}{4} = 30{,}54\,\mathrm{kJ} \quad \boxed{\textbf{0,4 pt}}$$

As energias internas obtemos das tabelas:

Estado $a1$: $T_{a1} = 20\,°\mathrm{C}$, $p_{a1} = 120\,\mathrm{kPa} \rightarrow$ líquido comprimido, $u_{a1} = 83{,}91\,\mathrm{m^3/kg}$ $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

Estado $r1$: $T_{r1} = 20\,°\mathrm{C}$, $p_{r1} = 120\,\mathrm{kPa} \rightarrow$ vapor superaquecido, $u_{r1} = 396{,}65\,\mathrm{m^3/kg}$ $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

Estado $a2$: $T_{a2} = 210\,°\mathrm{C}$, $v_{a2} = 0{,}015964\,\mathrm{m^3/kg} \rightarrow$ mudança de fase

$$x_{a2} = \frac{v_{a2} - v_l}{v_v - v_l} = \frac{0{,}015964 - 0{,}001173}{0{,}10429 - 0{,}001173} = 0{,}143$$

$$u_{a2} = u_l + x_{a2} u_{lv} = 895{,}39 + 0{,}143 \times 1702{,}92 = 1139{,}67\,\mathrm{kJ/kg} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Estado $r2$: $T_{r2} = 210\,°\mathrm{C}$, $p_{r2} = 150\,\mathrm{kPa} \rightarrow$ vapor superaquecido, $u_{r2} = 569{,}09\,\mathrm{m^3/kg}$ $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

Substituindo na 1ª Lei:

$${}_1Q_2 = m_a(u_{a2} - u_{a1}) + m_r(u_{r2} - u_{r1}) + {}_1W_2 = 8{,}656\,\mathrm{MJ} \quad \boxed{\textbf{0,4 pt}}$$

Questão 2: Uma planta petroquímica está reformando parte de suas instalações e há necessidade de se elevar cargas de 1000 kg cada. Para tanto, dada a disponibilidade de gás nitrogênio (N_2) na planta, um engenheiro propõe o seguinte procedimento: (i) carrega-se um tanque de $1\,\text{m}^3$ com N_2 de tal modo que, após tê-lo deixado em repouso, seu estado no tanque seja de 10 bar e 300 K; (ii) utilizando gases quentes (produtos de combustão da mesma planta) aquece-se o N_2 por meio de transferência de calor através das paredes do tanque (o tanque é dotado de parede dupla e os gases quentes escoam entre as paredes sendo que a parede externa do tanque é isolada termicamente). Enquanto os gases aquecem o N_2, uma válvula de alívio à saída do tanque permite que o N_2 escoe para fora do tanque e mantenha-se a pressão dentro do tanque a 10 bar; (iii) o N_2 aquecido que escoa através da válvula de alívio alimenta uma turbina. No eixo de saída da turbina é amarrado um cabo no qual se fixa a carga que será içada. O engenheiro também especificou no seu projeto que o processo de aquecimento do N_2 no tanque cessa quando este alcança 400 K e que a turbina descarrega o N_2 a 300 K. Considere agora um único processo de içamento da carga [(i) a (iii)] acima descritos. Modelando as propriedades termodinâmicas do N_2 à saída do tanque como sendo a média aritmética entre seus valores às temperaturas de 300 K e 400 K, pede-se:

(a) A massa de N_2 que sai do tanque e alimenta a turbina; **(1,0 ponto)**

(b) A temperatura de saída dos gases quentes utilizados para aquecimento do N_2 no tanque. Para tanto sabe-se que sua vazão é de 76×10^{-3} kg/s, o processo de transferência de calor dura 30 s, seu calor específico vale 1 kJ/(kg.K) e a temperatura de entrada destes gases é de 800 K; **(2,5 pontos)**

(c) A altura máxima de içamento de uma carga. **(1,5 ponto)**

Solução: Adota-se modelo de gás ideal para o N_2. Esta solução é feita utilizando tabela de propriedades termodinâmicas do N_2. Ao final também são fornecidos resultados para soluções realizadas com calores específicos constantes.

(a) A massa que deixa do tanque de N_2 é calculada a partir das massas presentes no tanque nos estados inicial (1) e final (2). Observe que a pressão e o volume de N_2 no tanque, p_t e $\cancel{V}_t$ respectivamente, permanecem constantes. Assim,

$$m_1 = \frac{p_1.\cancel{V}_1}{R.T_1} = \frac{p_t.\cancel{V}_t}{R.T_1} = \frac{1000.1}{0{,}2968.300} = 11{,}2309\,\text{kg}$$

$$m_2 = \frac{p_2.\cancel{V}_2}{R.T_2} = \frac{p_t.\cancel{V}_t}{R.T_2} = \frac{1000.1}{0{,}2968.400} = 8{,}4232\,\text{kg}$$

Da conservação da massa para N_2 no tanque:

$$m_s = m_1 - m_2 = 11{,}2309 - 8{,}4232 = 2{,}8077\,\text{kg}$$

$$m_s = 2{,}8\,\text{kg} \quad \boxed{\textbf{1,0 pt}}$$

(b) Da conservação da energia para o N_2 no tanque:

$$Q_{N_2} = m_2.u_2 - m_1.u_1 + m_s.h_s$$

Da tabela de propriedades para o N_2: $u_1 = u\,(T_1 = 300\,\text{K}) = 222{,}38\,\text{kJ/kg}$; $u_2 = u\,(T_2 = 400\,\text{K}) = 296{,}84\,\text{kJ/kg}$; e

$$h_s = \frac{h\,(T_1 = 300\,\mathrm{K}) + h\,(T_2 = 400\,\mathrm{K})}{2} = h_s = \frac{311{,}42 + 415{,}56}{2} = 363{,}49\,\mathrm{kJ/kg}$$

Assim,

$$Q_{\mathrm{N}_2} = 8{,}4232.296{,}84 - 11{,}2309.222{,}38 + 2{,}8077.363{,}49 = 1023{,}386\,\mathrm{kJ}$$

Como a parede externa do tanque é isolada, a quantidade de calor recebida pelo N_2, Q_{N_2}, é exatamente a quantidade de calor cedida pelos gases quentes, com sinal trocado. Deste modo, fazendo o balanço de energia para um volume de controle envolvendo apenas os gases quentes e utilizando o subscrito "g" para se referir a eles:

$$Q_g = -Q_{\mathrm{N}_2} = m_g.C_{p,g}.\,(T_{g,s} - T_{g,e})$$

com $m_g = \dot{m}_g.\Delta t$

$$-Q_{\mathrm{N}_2} = \dot{m}_g.\Delta t.C_{p,g}.\,(T_{g,s} - T_{g,e}) \therefore T_{g,s} = T_{g,e} - \frac{Q_{\mathrm{N}_2}}{\dot{m}_g.\Delta t.C_{p,g}}$$

$$T_{g,s} = 800 - \frac{1023{,}386}{76 \times 10^{-3}.30.1} = 351{,}1465\,\mathrm{K}$$

$$T_{g,s} = 351\,\mathrm{K} \quad \boxed{\textbf{2,5 pts}}$$

(c) Para um volume de controle em torno da turbina:

$$\int_0^t \dot{W}_t.dt = \int_0^t \dot{m}_t.\,(h_{e,t} - h_{s,t})\,.dt$$

Uma vez que a diferença $(h_{e,t} - h_{s,t})$ é constante, pois os estados termodinâmicos permanecem inalterados durante a passagem do N_2 pela turbina, segue-se que,

$$W_t = m_t.\,(h_{e,t} - h_{s,t}) = m_s.\,(h_{e,t} - h_{s,t})$$

Observe que a entalpia do N_2 à entrada da turbina, $h_{e,t}$, é tomada como igual à entalpia do N_2 à saída do tanque, calculada no item anterior como h_s, por haver uma válvula de alívio entre a saída do tanque e a entrada da turbina e o processo ser assumido como isoentálpico (desprezam-se quaisquer outras perdas no caminho). Finalmente, a massa que passa pela turbina, m_t, é a massa que saiu do tanque, m_s. Como o trabalho da turbina será utilizado para o levantamento de um peso (carga), segue-se que:

$$m_{carga}.g.h = m_s.\,(h_{e,t} - h_{s,t}) \therefore h = \frac{m_s.\,(h_{e,t} - h_{s,t})}{m_{carga}.g}$$

$$h = \frac{2{,}8077.(363{,}49 - 311{,}42).10^3}{1000.9{,}81} = 14{,}903\,\mathrm{m}$$

A altura máxima, $h_{máx}$, é aquela que se obtém quando se utiliza todo o trabalho produzido pela turbina, que é o caso acima calculado. Assim,

$$h_{máx} = 14{,}9\,\mathrm{m} \quad \boxed{\textbf{1,5 pt}}$$

Outra abordagem para a solução deste item seria considerar um volume de controle envolvendo tanque de N_2, mais turbina, mais linha de comunicação entre tanque e turbina. Neste caso o balanço de energia seria:

$$Q_{\mathrm{N}_2} = m_2.u_2 - m_1.u_1 + m_s.h_{s,t} + W_t \Rightarrow W_t = Q_{\mathrm{N}_2} - m_2.u_2 + m_1.u_1 - m_s.h_{s,t}$$

considerando que a quantidade de massa dentro da turbina seja desprezível para efeitos de cálculos da variação da energia no seu interior. Assim, como também $W_t = m_{carga}.g.h_{máx}$, obtém-se:

$$h_{máx} = \frac{Q_{\mathrm{N}_2} - m_2.u_2 + m_1.u_1 - m_s.h_{s,t}}{m_{carga}.g}$$

$$h_{máx} = \frac{(1023{,}386 - 8{,}4232.296{,}84 + 11{,}2309.222{,}38 - 2{,}8077.311{,}42)\,.1000}{1000.9{,}81} = 14{,}9\,\mathrm{m}$$

Admitindo calores específicos constantes: $C_v = 0{,}745\,\mathrm{kJ/(kg.K)}$ e $C_p = 1{,}042\,\mathrm{kJ/(kg.K)}$ as respostas apresentam os mesmos valores (com variações insignificantes) que os acima calculados.