PME3398 – Fundamentos de Termodinâmica e Transferência de Calor
1º semestre / 2018 – Profs. Bruno Souza Carmo e Antonio Luiz Pacífico

Gabarito da Prova 1

Questão 1: Um dedicado estudante de termodinâmica resolve realizar um simples experimento com uma panela de pressão equipada com dispositivos que indicam a pressão absoluta e o volume de líquido no interior da panela. O estudante colocou um determinado volume de água líquida a 20 °C no interior da panela, fechou-a e colocou-a no fogão com o queimador aceso. A panela possui volume interno de 5 L. Durante o experimento, o estudante verificou que a panela começou a soltar vapor (fazendo o barulho característico) quando a pressão interna era de 200 kPa e, neste instante, metade do volume interno estava preenchido com água na fase líquida. Baseando-se nestas informações, pede-se:

(a) Qual foi a massa de água colocada inicialmente na panela? **(1,0 ponto)**

(b) Qual a taxa de transferência de calor à qual a água na panela foi submetida, sabendo que a panela ficou sem água líquida exatamente 1 h depois que ela começou a soltar vapor? **(2,5 pontos)**

(c) Quanto tempo levou para a água, que foi inicialmente colocada a 20 °C, atingir o estado no qual a panela começou a soltar vapor? **(1,5 ponto)**

Solução: Esta questão trata de 1^a Lei da Termodinâmica tanto para Sistemas como para Volumes de Controle em Regime Uniforme com Escoamento Uniforme. Designa-se por 1 o estado inicial (água líquida a 20 °C), 2 quando a panela começa a soltar vapor (mistura líquido e vapor a 200 kPa) e 3 quando somente resta vapor saturado de água na panela (também a 200 kPa).

(a) Para o estado 2: $p_2 = 200\,\text{kPa}$: $v_{2l} = 0{,}001061\,\text{m}^3/\text{kg}$; $v_{2v} = 0{,}88573\,\text{m}^3/\text{kg}$; $\cancel{V}_{2l} = \cancel{V}_{panela}/2 = 5/2 = 2{,}5\,\text{L}$; $\cancel{V}_{2v} = \cancel{V}_{2l} = 2{,}5\,\text{L}$.

$$m_{2l} = \frac{\cancel{V}_{2l}}{v_{2l}} = \frac{2{,}5 \times 10^{-3}}{0{,}001061} = 2{,}356268\,\text{kg}$$

$$m_{2v} = \frac{\cancel{V}_{2v}}{v_{2v}} = \frac{2{,}5 \times 10^{-3}}{0{,}88573} = 0{,}002823\,\text{kg}$$

A massa inicial, m_1, é igual à massa do estado 2, m_2, pois neste estado a água começa (iminência) a sair da panela. Assim,

$$m_1 = m_2 = m_{2l} + m_{2v} = 2{,}356268 + 0{,}002823 = 2{,}359091\,\text{kg}$$

$$m_1 = 2{,}36\,\text{kg} \qquad \boxed{\textbf{1,0 pt}}$$

(b) Para determinar essa taxa, analisa-se o processo 2 → 3 que é um processo em regime uniforme, uma vez que há saída de massa (vapor) da panela. A panela de pressão mantém a pressão no seu interior justamente pelo fato de que expele vapor. Assim, $p_3 = p_2 = 200\,\text{kPa}$. As equações de conservação para este processo são:

$$\text{Conservação da massa} : m_3 - m_2 = -m_s$$

$$\text{Conservação da energia} : {}_2Q_3 = m_3.u_3 - m_2.u_2 + m_s.h_s$$

Do enunciado, $x_3 = 1$. Assim, $u_3 = u_{v\ @\ 200\,\mathrm{kPa}} = 2529{,}49\,\mathrm{kJ/kg}$; $v_3 = v_{v\ @\ 200\,\mathrm{kPa}} = 0{,}88573\,\mathrm{m^3/kg}$. Para o vapor que sai da panela, $h_s = h_{v\ @\ 200\,\mathrm{kPa}} = 2706{,}63\,\mathrm{kJ/kg}$. Calculando a massa que sai da panela:

$$m_3 = \frac{\cancel{V}_{panela}}{v_3} = \frac{5 \times 10^{-3}}{0{,}88573} = 0{,}005645\,\mathrm{kg}$$

$$m_s = m_2 - m_3 = 2{,}359091 - 0{,}005645 = 2{,}353446\,\mathrm{kg}$$

Calculando a energia interna do estado 2 ($p_2 = 200\,\mathrm{kPa}$) com $u_{2l} = 504{,}47\,\mathrm{kJ/kg}$ e $u_{2v} = 2529{,}49\,\mathrm{kJ/kg}$:

$$u_2 = \frac{m_{2l}}{m_2} \cdot u_{2l} + \frac{m_{2v}}{m_2} \cdot u_{2v}$$

$$u_2 = \frac{2{,}356268}{2{,}359091} \cdot 504{,}47 + \frac{0{,}002823}{2{,}359091} \cdot 2529{,}49 = 506{,}8932\,\mathrm{kJ/kg}$$

Voltando á conservação da energia:

$${}_2Q_3 = 0{,}005645.2529{,}49 - 2{,}359091.506{,}8932 + 2{,}353446.2706{,}63 = 5188{,}379\,\mathrm{kJ}$$

Este valor, ${}_2Q_3$, foi a quantidade de calor recebida pela água entre os estados 2 e 3. Como foi dito que este processo durou 1 h, tem-se, finalmente:

$$\dot{Q} = {}_2\dot{Q}_3 = \frac{{}_2Q_3}{\Delta t} = \frac{5188{,}379}{3600} = 1{,}4412\,\mathrm{kW}$$

$$\dot{Q} = 1{,}44\,\mathrm{kW} \qquad \boxed{\textbf{2,5 pts}}$$

(c) Para o estado 1: $T_1 = 20\,°\mathrm{C}$ à pressão atmosférica. Assim $u_1 \cong u_{l\ @\ 20\,°\mathrm{C}} = 83{,}94\,\mathrm{kJ/kg}$. A taxa de transferência de calor obtida no item (b) é a mesma que deve ser aplicada agora, no processo $1 \to 2$, uma vez que as condições de transferência de calor não mudam desde que se coloca a panela no fogão (mesmo queimador, queimando à mesma taxa). Assim, para a água na panela neste processo o tratamento é de um sistema e a 1ª Lei da Termodinâmica resume-se a:

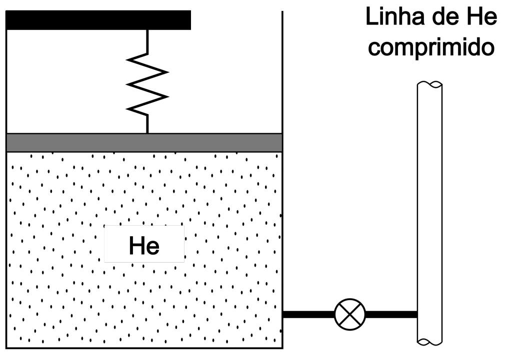
$${}_1Q_2 = m.\,(u_2 - u_1) + {}_1W_2 \ ; \text{com } {}_1W_2 = 0$$

$${}_1Q_2 = m_2.\,(u_2 - u_1) = 2{,}359091.\,(506{,}8932 - 83{,}94) = 997.7851\,\mathrm{kJ}$$

$$\Delta t_{1\to 2} = \frac{{}_1Q_2}{\dot{Q}} = \frac{997{,}7851}{1{,}4412} = 692.3294\,\mathrm{s}$$

$$\Delta t_{1\to 2} = 11 \text{ min e } 32{,}3 \text{ s} \qquad \boxed{\textbf{1,5 pt}}$$

Questão 2: A figura mostra um tanque do tipo cilindro-pistão com mola linear, utilizado para armazenar gás hélio, num processo de enchimento. No início do enchimento, o gás dentro do tanque está a uma pressão de 300 kPa, temperatura ambiente (298 K) e ocupa um volume de 300 litros. Na linha à qual o tanque é conectado escoa gás hélio a 350 K e 10 MPa. No processo de enchimento, a válvula é deixada aberta até que o gás pare de escoar para dentro do tanque, e isso acontece num intervalo relativamente curto de tempo, de forma que este processo pode ser considerado adiabático. Ao final do enchimento, o volume ocupado pelo gás dentro do tanque é de 800 litros. O tanque é então desconectado da linha e hermeticamente fechado, seguindo para um local de armazenamento onde acaba por entrar em equilíbrio térmico com o ambiente.



(a) Determine a massa de gás dentro do tanque e a sua temperatura ao final do processo de enchimento. **(3,0 pontos)**

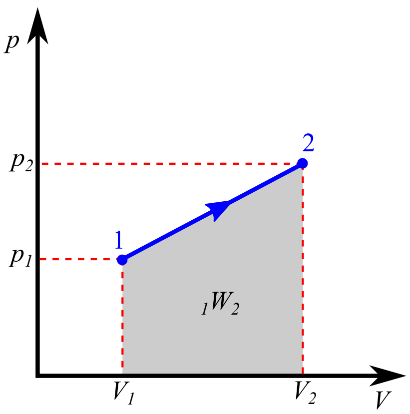
(b) Determine o volume ocupado pelo gás no tanque depois que ele entra em equilíbrio térmico com o ambiente e qual o calor transferido para o gás desde o fim do enchimento. **(2,0 pontos)**

Solução: Substância: gás hélio [modelo de gás ideal, com calores específicos constantes por ser gás nobre, $R = 2{,}077\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$, $c_p = 5{,}193\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$, $c_v = 3{,}116\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$]. Adotaremos como estado de referência para energia interna e entalpia $T = 0\,\text{K}$.

(a) Enchimento (processo 1–2): $\cancel{V}C$, regime uniforme. Hipóteses: processo quase-estático, ΔEC e ΔEP desprezíveis.

$$\begin{aligned}
\text{1ª Lei}: &\quad m_2u_2 - m_1u_1 = -{}_1W_2 + m_eh_e \\
\text{Conservação de massa}: &\quad m_2 - m_1 = m_e \\
\text{Equação de estado}: &\quad p\cancel{V} = mRT \\
\text{Trabalho devido ao movimento de fronteira}: &\quad {}_1W_2 = \int_1^2 p\,\mathrm{d}\cancel{V}
\end{aligned}$$

Como a mola é linear e o cilindro tem um diâmetro constante, a pressão segue uma relação linear com o volume:



$${}_1W_2 = \int_1^2 p\,\mathrm{d}\cancel{V} = \text{Área abaixo da curva}$$

$${}_1W_2 = \frac{(p_1 + p_2)(\cancel{V}_2 - \cancel{V}_1)}{2}$$

$${}_1W_2 = \frac{(300 + 10000) \times (0{,}8 - 0{,}3)}{2}$$

$${}_1W_2 = 2575\,\text{kJ} \qquad \boxed{\textbf{0,4 pt}}$$

Estado 1: $m_1 = \dfrac{p_1 V\!\!\!\!-_1}{RT_1} = \dfrac{300 \times 0{,}3}{2{,}077 \times 298} = 0{,}145\,\text{kg}$ $\boxed{\textbf{0,4 pt}}$,

$u_1 = c_v T_1 = 3{,}116 \times 298 = 928{,}57\,\text{kJ/kg}$ $\boxed{\textbf{0,4 pt}}$

Estado e (entrada): $h_e = c_p T_e = 5{,}193 \times 350 = 1817{,}55\,\text{kJ/kg}$ $\boxed{\textbf{0,4 pt}}$

Estado 2: $u_2 = c_v T_2$, $m_2 = \dfrac{p_2 V\!\!\!\!-_2}{RT_2}$. Substituindo as expressões referentes ao estado 2 e a equação da conservação de massa na equação da 1ª Lei:

$$\frac{p_2 V\!\!\!\!-_2}{R\cancel{T_2}} c_v \cancel{T_2} - m_1 u_1 = -{}_1W_2 + (m_2 - m_1) h_e \;\Rightarrow\; m_2 = \frac{\frac{p_2 V\!\!\!\!-_2 c_v}{R} - m_1 u_1 + {}_1W_2}{h_e} + m_1 = 8{,}091\,\text{kg} \quad \boxed{\textbf{1,0 pt}}$$

$$T_2 = \frac{p_2 V\!\!\!\!-_2}{m_2 R} = 476{,}0\,\text{K} \quad \boxed{\textbf{0,4 pt}}$$

(b) Resfriamento (processo 2–3): Sistema. Hipóteses: processo quase-estático, ΔEC e ΔEP desprezíveis.

$$\text{1ª Lei}: \quad {}_2Q_3 - {}_2W_3 = m(u_3 - u_2)$$

$$\text{Equação de estado}: \quad p_3 V\!\!\!\!-_3 = mRT_3$$

$$\text{Trabalho devido ao movimento de fronteira}: \quad {}_2W_3 = \int_2^3 p\,\mathrm{d}V\!\!\!\!- = \frac{(p_2 + p_3)(V\!\!\!\!-_3 - V\!\!\!\!-_2)}{2}$$

A relação linear entre p e $V\!\!\!\!-$ pode ser expressa matematicamente por $p = AV\!\!\!\!- + B$, onde A e B são constantes que podem ser determinadas usando os estados 1 e 2:

$$\begin{aligned} p_1 &= AV\!\!\!\!-_1 + B &\Rightarrow\quad B &= p_1 - AV\!\!\!\!-_1 &\Rightarrow\quad B &= p_1 - AV\!\!\!\!-_1 = -5520\,\text{kPa} \\ p_2 &= AV\!\!\!\!-_2 + B &\Rightarrow\quad p_2 &= A(V\!\!\!\!-_2 - V\!\!\!\!-_1) + p_1 &\Rightarrow\quad A &= \frac{p_2 - p_1}{V\!\!\!\!-_2 - V\!\!\!\!-_1} = 19400\,\text{kPa/m}^3 \end{aligned}$$

Substituindo $p_3 = AV\!\!\!\!-_3 + B$ na equação de estado:

$$(AV\!\!\!\!-_3 + B)V\!\!\!\!-_3 = mRT_3 \quad\Rightarrow\quad AV\!\!\!\!-_3^2 + BV\!\!\!\!-_3 - mRT_3 = 0$$

Resolvendo esta equação de segundo grau:

$$\Delta = B^2 + 4AmRT_3 = (-5520)^2 + 4 \times 19400 \times 8{,}091 \times 2{,}077 \times 298 = 419093246\,\text{kPa}^2$$

$$V\!\!\!\!-_3^{\pm} = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A} \quad\Rightarrow\quad V\!\!\!\!-_3^{+} = 0{,}670\,\text{m}^3, \quad V\!\!\!\!-_3^{-} = -0{,}385\,\text{m}^3$$

Obviamente, o valor físico é $V\!\!\!\!-_3 = 0{,}670\,\text{m}^3$. $\boxed{\textbf{0,8 pt}}$

$$p_3 = \frac{mRT_3}{V\!\!\!\!-_3} = 7475{,}9\,\text{kPa} \quad \boxed{\textbf{0,4 pt}} \qquad {}_2W_3 = \frac{(p_2 + p_3)(V\!\!\!\!-_3 - V\!\!\!\!-_2)}{2} = -1136{,}9\,\text{kJ} \quad \boxed{\textbf{0,4 pt}}$$

Substituindo o valor de ${}_2W_3$ na equação da 1ª Lei:

$${}_2Q_3 = mc_v(T_3 - T_2) + {}_2W_3 = -5625{,}6\,\text{kJ} \quad \boxed{\textbf{0,4 pt}}$$