PME3230 – MECÂNICA DOS FLUIDOS I

PROVA SUBSTITUTIVA – 07/12/2018 – Duração: 120 minutos

RECOMENDAÇÕES:

- Preencha todas as informações da capa do Caderno de Respostas
- Cada questão deve ser resolvida na página identificada do Caderno de Respostas
- Todos aparelhos de comunicação devem permanecer desligados durante toda a prova

1ª Questão (3,0 pontos)

Água escoa em uma tubulação sem perdas conforme a figura abaixo, onde um tubo de Pitot está instalado. Levando em conta todos os dados fornecidos no problema pede-se determinar:

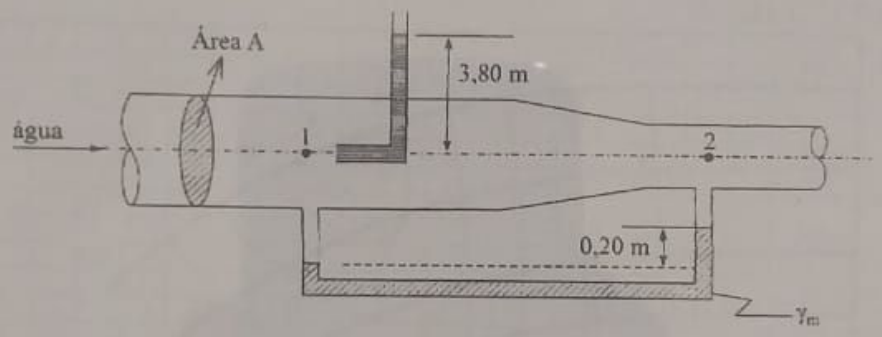
a) As velocidades (V_1 e V_2) nos trechos de maior e menor diâmetro da tubulação e a vazão em massa correspondente. (2,0 ptos)

b) A pressão dinâmica registrada pela instalação do tubo de Pitot. Qual é o regime de escoamento estabelecido nesse conduto? (1,0 pto)

Dados:

$$\gamma_{H2O} = 10000\ \text{N/m}^3\ ;\ \gamma_m = 6 \times 10^4\ \text{N/m}^3\ ;\ p_2 = 120\ \text{kPa (abs.)};$$

$$p_{atm} = 100\text{kPa};\ \ A = 10^{-2}\text{m}^2;\ g = 10\ \text{m/s}^2;\ \mu = 10^{-3} N.s/m^2.$$



2ª Questão (3,5 pontos)

Água com massa específica igual a **1000 kg/m³** escoa no tubo horizontal ilustrado na figura a seguir. Esse tubo tem comprimento ***L* = 5,0 m** e área da seção transversal A_1 **= 0,012 m²**. Ao tubo está fixado um bocal, com área de seção de descarga A_3 **= 0,004 m²**, que cria um jato livre que é projetado sobre uma placa. A placa é perfurada no seu centro e neste orifício central é conectado um manômetro em U que utiliza um fluido manométrico com densidade relativa igual a **3,25** e no qual ***m* = 1,0 m** e ***n* = 0,7 m**. Sabe-se que a perda de carga no tubo (trecho 1 → 2) é igual a **1,0 m** e que o coeficiente de perda de carga do bocal, baseado na velocidade de descarga do bocal, é igual a **1,0**. Pede-se:

(a) A pressão da água na entrada do bocal(seção 2), em kPa; (1,0 pto)

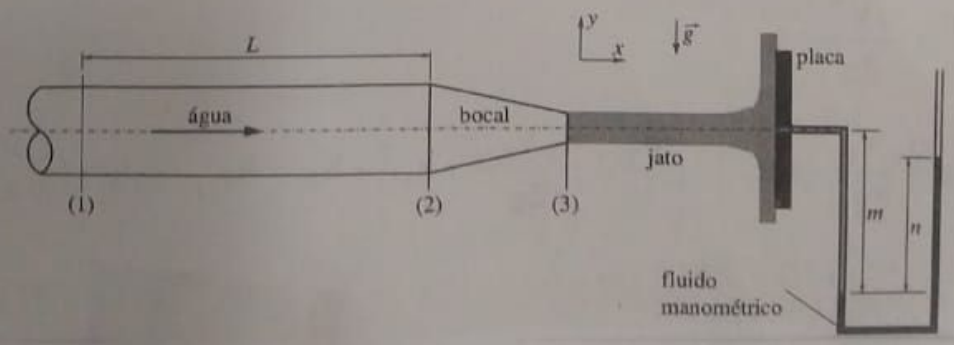
(b) A pressão da água na seção de admissão do conjunto formado pelo bocal e pelo tubo (seção 1), em kPa; (0,75 pto)

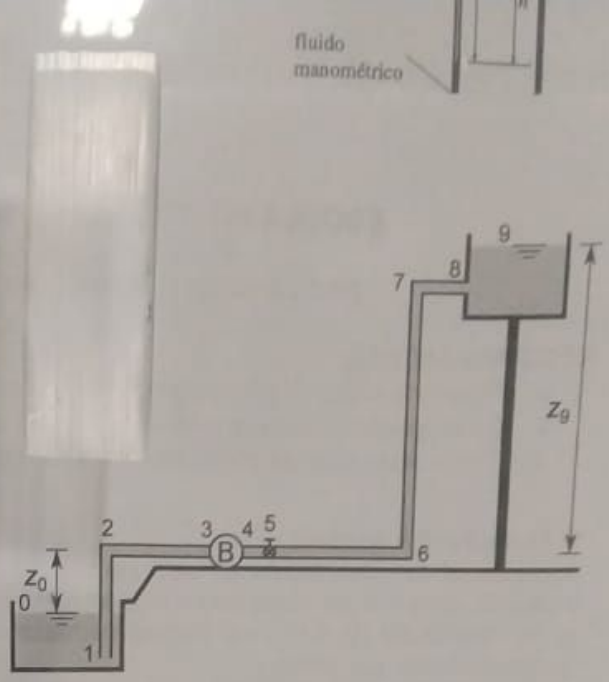
(c) A força horizontal aplicada à água pelo conjunto formado pelo bocal e pelo tubo; (0,75 pto)

(d) A força horizontal aplicada pela água ao bocal; (0,5 pto)

(e) A força horizontal que deve ser imposta à placa para mantê-la fixa. (0,5 pto)

Observação: para os itens **(c)** a **(e)**, o sinal de cada força pedida deve estar de acordo com o sistema de coordenadas imposto na figura.





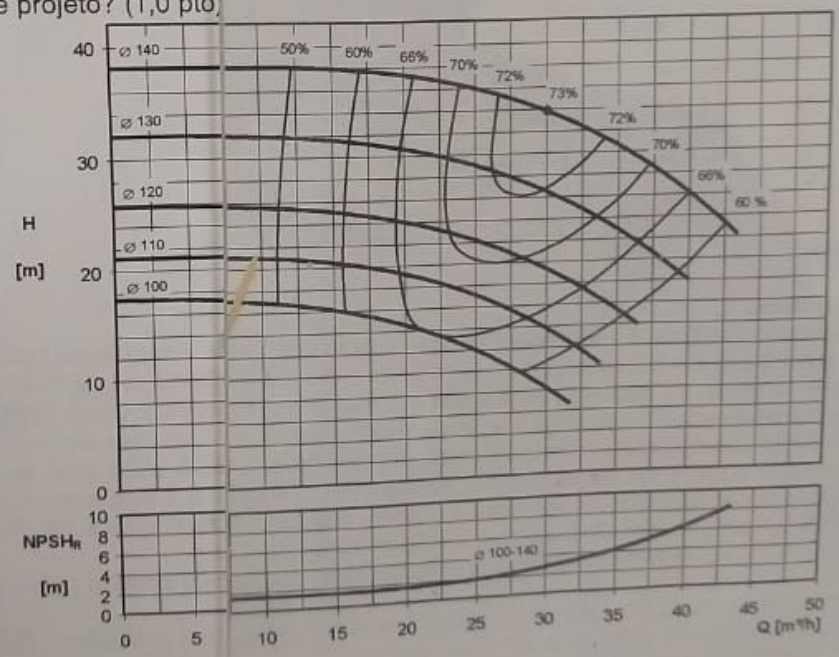
3ª Questão (3,5 pontos)

Deseja-se transportar água entre uma cisterna e um reservatório elevado com uma vazão de **7 L/s**, e para isso projetou-se o sistema de recalque de água mostrado na figura ao lado. Os comprimentos dos trechos de tubulação são $L_{1,2}$ = **11,5 m**, $L_{2,6}$ = **30 m**, $L_{6,7}$ = **20 m** e $L_{7,8}$ = **2 m**. O coeficiente de perda de carga localizada da entrada é K_1 = **0,8**, dos cotovelos é K_2 = K_6 = K_7 = **0,5** e da saída é K_8 = **1**. Para fazer este transporte, será instalada uma bomba já disponível, cujas curvas são dadas abaixo, em conjunto com uma válvula que quando totalmente aberta tem coeficiente de perda igual a K_5 = **6**. Considerando o plano horizontal da bomba como referência, o nível da água na cisterna fica a uma cota z_0 = **–6,5 m** e o nível da água do reservatório a uma altura z_9 = **22 m**. A tubulação será de ferro fundido (ε = **0,26 mm**) e terá um diâmetro interno D = **75 mm**. Considere que a água esteja a 20 °C (ρ = **998 kg/m³**, ν = **10⁻⁶ m²/s**, p_v = **2,34 kPa**) e que no local a gravidade é g = **9,79 m/s²** e a pressão atmosférica p_{atm} = **100 kPa**.

(a) Selecione o mínimo diâmetro de rotor capaz de fornecer a vazão de projeto, justificando sua escolha com cálculos; (1,5 pto)

(b) Estime a potência consumida pela bomba na vazão de projeto; (1,0 pto)

(c) A que distância máxima do ponto 2, $L_{2,3}$, a bomba pode ser instalada sem que ocorra cavitação na vazão de projeto? (1,0 pto)



Formulário:

$$H = \frac{p}{\gamma} + \frac{\alpha \overline{V}^2}{2g} + z$$

$$\left(\frac{p_e}{\gamma} + \frac{\alpha_e \overline{V_e}^2}{2g} + z_e\right) - \left(\frac{p_s}{\gamma} + \frac{\alpha_s \overline{V_s}^2}{2g} + z_s\right) + h_b = h_{L_T}$$

$$h_l = f\frac{L}{D}\frac{\overline{V}^2}{2g} \qquad h_e = K\frac{\overline{V}^2}{2g}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right)$$

$$W_b = \gamma Q h_b \qquad NPSH_D = \frac{p_s}{\gamma} + \frac{\overline{V}_s^2}{2g} - \frac{p_v}{\gamma}$$

gaba

1ª Questão (3,0 pontos)

Água escoa em uma tubulação sem pe[illegible] conforme a figura abaixo, onde um tubo de Pitot está instalado. Levando em conta todos os dados fornecidos no problema pede-se determinar:

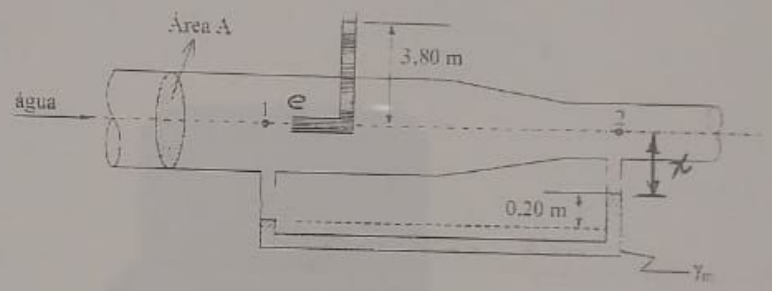
a) As velocidades (V_1 e V_2) nos trechos de maior e menor diâmetro da tubulação e a vazão em massa correspondente. (2,0 ptos)

b) A pressão dinâmica registrada pela instalação do tubo de Pitot. Qual é o regime de escoamento estabelecido nesse conduto? (1,0 pto)

Dados:

$\gamma_{H2O} = 10000\ N/m^3$; $\gamma_m = 6 \times 10^4\ N/m^3$; $p_2 = 120$ kPa (abs.);

$p_{atm} = 100kPa$; $A = 10^{-2} m^2$; $g = 10\ m/s^2$; $\mu = 10^{-3}\ N.s/m^2$.



a) Velocidades V_1 e V_2 e vazão em massa $\dot{m}$

Por manometria:

$$p_2 + x\cancel{\gamma_{H2O}} + 0{,}20\,\gamma_m - 0{,}20\,\gamma_{H2O} - x\cancel{\gamma_{H2O}} = p_1$$

$$p_1 = 20000 + 0{,}20 \times 6 \times 10^4 - 0{,}20 \times 10^4 = 30000\ Pa = 30\ KPa$$

$$p_{estag_1} = 3.80\,\gamma_{H2O} = 3.80 \times 10000 = 38000\ Pa = 38\ KPa$$

Bernoulli entre (1) e (e):

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + \cancel{z_1} = \cancel{\frac{V_e^2}{2g}}^{\,0} + \frac{p_e}{\gamma} + \cancel{z_2}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_{estag} - p_1}{\gamma} \Rightarrow V_1 = \sqrt{2g\,\frac{p_{estag} - p_1}{\gamma}}$$

$$V_1 = \sqrt{2 \times 10\,\frac{38000 - 30000}{10000}} = 4\ m/s$$

(1,0 pto)

Bernoulli entre (1) e (2).

Bernoulli entre (1) e [illegible]

(0,5 pto)

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + \cancel{z_1} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + \cancel{z_2}$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = \frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = \frac{16}{20} + \frac{30000 - 20000}{10000} = 0{,}8 + 1{,}0 = 1{,}80$$

$$V_2 = \sqrt{2 \times 10 \times 1{,}80} = 6\ m/s$$

(0,5 pto)

$$Q = V_1 A_1 = 4 \times 10^{-2} = 0{,}04\ m^3/s = 40\ \ell/s$$

$$\dot{m} = \rho Q = 1000 \times 0{,}04 = 40\ Kg/s$$

(0,5 pto)

b) Pressão dinâmica registrada no Pitot. Regime de escoamento estabelecido

$$p_{din} = \frac{1}{2} \rho V_1^2 = \frac{1}{2} \times 1000 \times 16 = 8000\ N/m^2$$

ou

$$\frac{p_{din}}{\gamma} = \frac{p_{estag} - p_1}{\gamma} = \frac{38000 - 30000}{10000} = 0{,}8\ m$$

$$p_{din} = 8000\ N/m^2$$

(0,5 pto)

$$Re_1 = \frac{\rho V_1 D_1}{\mu} = \frac{10^3 \times 4 \times 0{,}113}{10^{-3}} = 0{,}452 \times 10^6 = 4{,}52 \times 10^5$$

$$A = \frac{\pi D_1^2}{4} \Rightarrow D_1 = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 10^{-2}}{\pi}} = 0{,}113\ m$$

p/ $Re_1 = 4{,}52 \times 10^5 \Longrightarrow$ escoamento turbulento estabelecido

(0,5 pto)

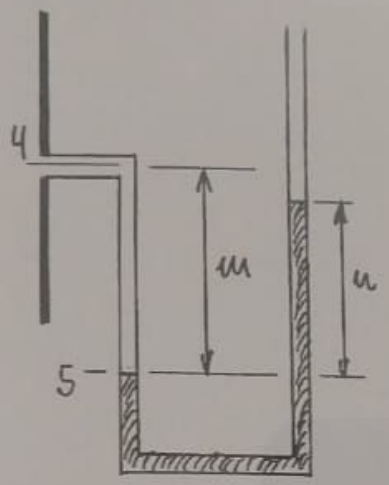
2ª-ta ①

SOLU[illegible]O QZ

PSUB - P[illegible]3230 - 2018

①

(a)



$p_5 = p_4 + \rho_a \cdot m = 0 + \rho_f \cdot n$

a → água ; f → fluido manométrico

$\therefore \; p_4 = \rho_f \cdot n - \rho_a \cdot m$

$p_4 = \rho_a \cdot (d_f \cdot n - m)$

$p_4 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot (3{,}25 \cdot 0{,}7 - 1)$

$p_4 = 12507{,}75 \text{ Pa}$

Mas p_4 calculada acima é a pressão de estagnação do jato em 4; Assim:

$$12507{,}75 = 0 + 1000 \cdot \frac{\bar{V}_4^2}{2} \Rightarrow \bar{V}_4 = 5 \text{ m/s}$$

$\bar{V}_3 \cong \bar{V}_4$ p/ 3 próximo à 4 (hipótese)

$$\bar{V}_2 \cdot A_2 = \bar{V}_3 \cdot A_3 \Rightarrow \bar{V}_2 = 5 \cdot \frac{40}{120} = 1{,}67 \text{ m/s}$$

$$h_{L_{2-3}} = K_{bocal} \cdot \frac{\bar{V}_3^2}{2g} = 1 \cdot \frac{5^2}{2 \cdot 9{,}81} = 1{,}274 \text{ m}$$

$$\frac{p_2}{\rho} + \frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g} + \cancel{z_2} = \underbrace{\cancel{\frac{p_3}{\rho}}}_{=0} + \frac{\alpha_3 \cdot \bar{V}_3^2}{2g} + \cancel{z_3} + h_{L_{2-3}} \; ; \; \alpha_2 = \alpha_3 \approx 1$$

$$p_2 = \rho \left[\frac{1}{2g} (\bar{V}_3^2 - \bar{V}_2^2) + h_{L_{2-3}} \right] = 9810 \left[\frac{1}{2 \cdot 9{,}81} (5^2 - 1{,}67^2) + 1{,}274 \right]$$

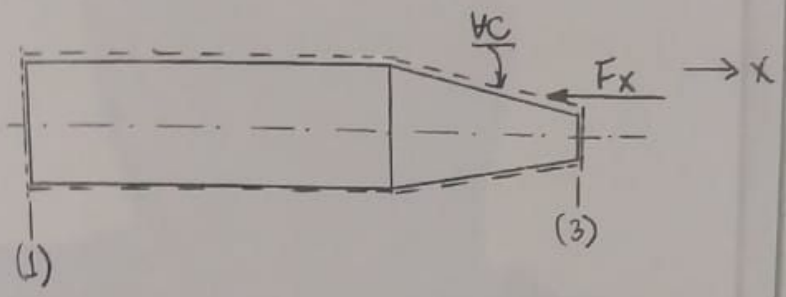
②

(b) $\frac{p_1}{\gamma} + \cancel{\frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g}} + \cancel{z_1} = \frac{p_2}{\gamma} + \cancel{\frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g}} + \cancel{z_2} + h_{L_{1-2}}$

$p_1 = p_2 + \gamma . h_{L_{1-2}} = 23609 + 9810 . 1 = 33419$ Pa

$$\boxed{p_1 = 33{,}4 \text{ kPa}}$$

(c)



$\Sigma F_x = \dot{m} . u_3 - \dot{m} . u_1 \Rightarrow -F_x + p_1 . A_1 = \dot{m} (\bar{V}_3 - \bar{V}_1)$

$F_x = p_1 . A_1 + \dot{m} . (\bar{V}_1 - \bar{V}_3) = p_1 . A_1 + \rho . Q . (\bar{V}_1 - \bar{V}_3)$

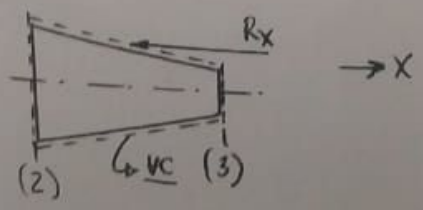
$Q = \bar{V}_3 . A_3 = 5 . 40 \times 10^{-4} = 0{,}02 \text{ m}^3/\text{s}$

$F_x = 33419 . 120 \times 10^{-4} + 1000 . 0{,}02 . (1{,}67 - 5) = 334{,}4 \text{ N}$

Logo,

$$\boxed{F_{\substack{conj \\ água}} = -334{,}4 \text{ N}}$$

(d)



$\Sigma F_x = \dot{m} u_3 - \dot{m} . u_2$

$-R_x + p_2 . A_2 = \dot{m} (\bar{V}_3 - \bar{V}_2)$

$R_x = p_2 . A_2 + \rho . Q (\bar{V}_2 - \bar{V}_3)$

$R_x = 23609 . 120 \times 10^{-4} + 1000 . 0{,}02 . (1{,}67 - 5) = 216{,}6 \text{ N}$

Logo,

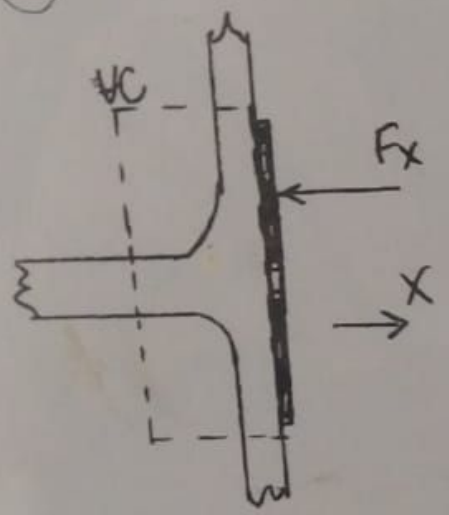
$$\boxed{F_{\substack{água \\ no\ bocal}} = 216{,}6 \text{ N}}$$

no bocal

(3)

(3)

(e)



$$\Sigma F_x = \dot{m}\, u_{saída} - \dot{m}\, u_{entrada}$$

$$-F_x = -\dot{m} \cdot \bar{V}_3$$

$$F_x = \rho \cdot \mathcal{A} \cdot \bar{V}_3 = 1000 \cdot 0{,}02 \cdot 5$$

$$F_x = 100\,N$$

$$\boxed{F_{\substack{sobre \\ placa}} = -100\,N}$$

3ª Questão (3,5 pontos)

(a) Para selecionar o diâmetro do [illegible] é preciso calcular a carga mínima que a bomba precisa fornecer. A equação da energia ent[illegible] pontos 0 e 9 fornece:

$$\left(\cancel{\frac{p_0}{\gamma}} + \cancel{\frac{\alpha_0 \bar{V}_0^2}{2g}} + z_0\right) - \left(\cancel{\frac{p_9}{\gamma}} + \cancel{\frac{\alpha_9 \bar{V}_9^2}{2g}} + z_9\right) + h_b = f\frac{L_t}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g} + \sum K\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$h_b = (z_9 - z_0) + f\frac{L_t}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g} + \sum K\frac{\bar{V}^2}{2g} \tag{1}$$

$$\bar{V} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 7/1000}{\pi \times 0{,}075^2} = 1{,}584\,\mathrm{m/s} \quad \boxed{0{,}3\ \mathrm{pt}}$$

$$Re = \frac{\bar{V}D}{\nu} = \frac{1{,}584 \times 0{,}075}{10^{-6}} = 1{,}188 \times 10^5; \qquad \frac{\varepsilon}{D} = \frac{0{,}26}{75} = 3{,}467 \times 10^{-3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0 \log\left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right) \quad \Rightarrow \quad f = 0{,}0283 \quad \boxed{0{,}4\ \mathrm{pt}}$$

$$L_t = L_{1,2} + L_{2,6} + L_{6,7} + L_{7,8} = 11{,}5 + 30 + 20 + 2 = 63{,}5\,\mathrm{m}$$

$$\sum K = K_1 + 3K_2 + K_8 + K_5 = 0{,}8 + 3 \times 0{,}5 + 1 + 6 = 9{,}3$$

Substituindo os valores numéricos na eq. (1):

$$h_b = (22 + 6{,}5) + \left(0{,}0283 \times \frac{63{,}5}{0{,}075} + 9{,}3\right)\frac{1{,}584^2}{2 \times 9{,}79} = 32{,}77\,\mathrm{m} \quad \boxed{0{,}4\ \mathrm{pt}}$$

No gráfico de carga, na linha vertical de $Q = 7\,\mathrm{L/s} = 25{,}20\,\mathrm{m^3/h}$, o ponto correspondente a $h_b = 32{,}77\,\mathrm{m}$ fica entre as curvas dos rotores de diâmetro 130 mm e 140 mm. Tomamos o rotor de diâmetro maior, ou seja, $D_r = 140\,\mathrm{mm}$ e ajustamos a vazão para o valor de projeto fechando parcialmente a válvula. $\boxed{0{,}4\ \mathrm{pt}}$

(b) Consultando o gráfico de carga e rendimento, vemos que o rotor de 140 mm numa vazão de $25{,}2\,\mathrm{m^3/h}$ fornece uma carga de 36 m $\boxed{0{,}3\ \mathrm{pt}}$, e tem um rendimento de $\eta_b = 70{,}3\%$ (qualquer valor entre 70% e 72% será admitido correto) $\boxed{0{,}3\ \mathrm{pt}}$.

A potência consumida é $\dot{W}_m = \dfrac{\gamma Q h_b}{\eta_b} = \dfrac{998 \times 9{,}79 \times 0{,}007 \times 36}{70{,}3} = 3502\,\mathrm{W}$ $\boxed{0{,}4\ \mathrm{pt}}$

(Coerentemente com a faixa de valores de rendimento que serão considerados corretos, serão considerados corretos valores de potência consumida entre 3420 W e 3517 W)

A potência [illegible]

(Coerentemente com a faixa [illegible] lores de rendimento que serão considerados corretos, serão considerados corretos valores de potência consumida entre 3420 W e 3517 W)

2

(c) Para que a bomba não cavite, $\text{NPSH}_D \geq \text{NPSH}_R$, e a distância máxima $L_{2,3}$ será aquela para a qual $\text{NPSH}_D = \text{NPSH}_R$. Matematicamente,

$$\frac{p_3}{\gamma} + \frac{\bar{V}_3^2}{2g} - \frac{p_v}{\gamma} = \text{NPSH}_R \quad \Rightarrow \quad \frac{p_3}{\gamma} + \frac{\bar{V}_3^2}{2g} = \text{NPSH}_R + \frac{p_v}{\gamma} \quad \boxed{0{,}3\ \text{pt}} \tag{2}$$

Aplicando a equação de energia entre os pontos 0 e 3:

$$\left(\frac{p_0}{\gamma} + \cancel{\frac{\alpha_0 \bar{V}_0^2}{2g}} + z_0\right) - \left(\frac{p_3}{\gamma} + \frac{\alpha_3 \bar{V}_3^2}{2g} + \cancel{z_3}\right) = \left(f\frac{L_{1,3}}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g} + K_1 + K_2\right)\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

Substituindo a eq. (2) na expressão acima e isolando $L_{1,3}$:

$$L_{1,3} = \frac{D}{f}\left[\frac{2g\left(\frac{p_0}{\gamma} + z_0 - \text{NPSH}_R - \frac{p_v}{\gamma}\right)}{\bar{V}^2} - K_1 - K_2\right] \tag{3}$$

Para a vazão de $25{,}2\,\text{m}^3/\text{h}$, a curva da bomba fornece $\text{NPSH}_R = 2\,\text{m}$ $\boxed{0{,}3\ \text{pt}}$. Substituindo os valores numéricos na eq. (3):

$$L_{1,3} = \frac{0{,}075}{0{,}0283}\left[\frac{2 \times 9{,}8 \times \left(\frac{10^5}{998 \times 9{,}79} - 6{,}5 - 2 - \frac{2{,}34 \times 10^3}{998 \times 9{,}79}\right)}{1{,}584^2} - 0{,}8 - 0{,}5\right] = 27{,}5\,\text{m}$$

$$L_{2,3} = L_{1,3} - L_{1,2} = 27{,}5 - 11{,}5 = 16{,}0\,\text{m} \quad \boxed{0{,}4\ \text{pt}}$$