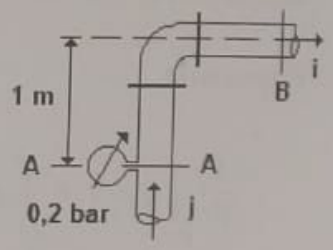
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PME 3230 - MECÂNICA DOS FLUIDOS I
3ª PROVA - 30/11/2018 - Duração: 120 minutos.

RECO[illegible]AÇÕES:
Preenc[illegible]s as informações da capa do Caderno de Respostas
Cada qu[illegible]eve ser resolvida na página identificada do Caderno de Respostas
Todos apa[illegible] de comunicação devem permanecer desligados durante a prova

1ª Questão (3,5 pontos)

No trecho de uma instalação hidráulica, compreendido entre as seções **A-A** e **B-B** indicadas na Figura e que contém um cotovelo, escoa água a 20°C (ρ = **1.000 kg/m³**, ν= **10⁻⁶ m²/s**) com uma vazão de **8 L/s** (de **A-A** para **B-B**). Este trecho está montado sobre um plano horizontal. A área da seção transversal da tubulação é de **0,0020 m²** e a perda de carga entre as seções **A-A** e **B-B** é de **1,0 m.c.a.**

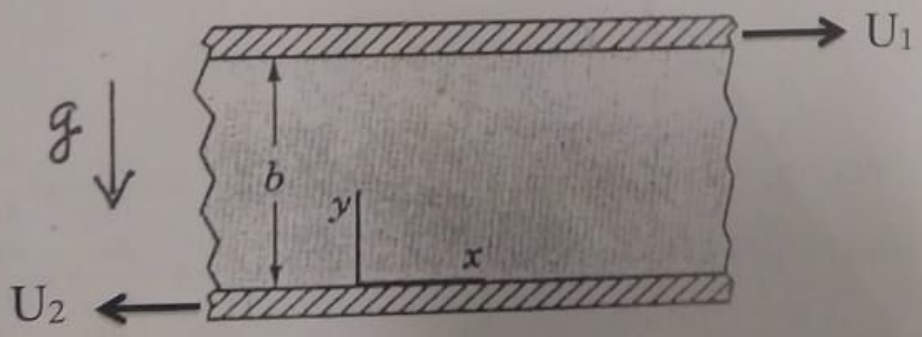
Admitindo escoamento em regime permanente e com perfis uniformes de velocidade nas seções, determine:
a) a força aplicada pela água sobre esse trecho de tubulação. Sabe-se que o peso G da água neste trecho é de 40 N.
b) indique, por meio de um vetor, a intensidade, a direção e o sentido da componente horizontal da força obtida no item a).



Os versores $\bar{i}$ e $\bar{j}$ estão associados aos sentidos indicados pelas setas. Adote **g = 10 m/s²**; **1 bar = 10⁵ N/m²**

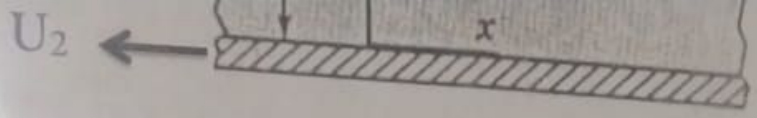
2ª Questão (3 pontos)

A figura mostra o escoamento laminar de um fluido viscoso, incompressível, entre duas placas horizontais, paralelas e infinitas. As placas se movem em direções opostas com velocidades constantes U_1 e U_2. O gradiente de pressão na direção **x** é zero e a força da gravidade atua como indicado. Enuncie claramente as hipóteses feitas nas simplificações e as condições de contorno adotadas (1 ponto). Use as equações de Navier-Stokes para derivar uma expressão para a distribuição de velocidades entre as placas (2 pontos).



3ª QUESTÃO (3,5 pontos)
No sistema de reservatórios e conduto de água (ρ= 1000 kg/m³, ν= 10⁻⁶ m²/s), tem-se um desnível de 2 m entre os níveis de água dos reservatórios superior **(A)** e inferior **(B)**, ambos de grandes dimensões e os dados da instalação fornecidos abaixo. Numa situação inicial, pede-se:

[illegible]stabelece no sistema com escoamento turbulento no sentido de **(A)** para **(B)**. (Valor 1,5



3ª QUESTÃO (3,5 pontos)

No sistema de reservatórios e conduto de água (ρ= 1000 kg/m³, ν= 10^{-6} m²/s), tem-se um desnível de **2 m** entre os níveis de água dos reservatórios superior **(A)** e inferior **(B)**, ambos de grandes dimensões e os dados da instalação fornecidos abaixo. Numa situação inicial, pede-se:

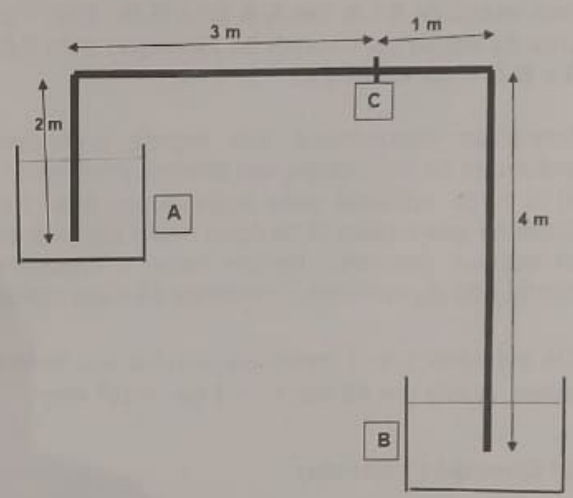
a) a vazão que se estabelece no sistema com escoamento turbulento no sentido de (**A**) para (**B**). (Valor 1,5 ponto).

Supondo que se deseja devolver esta mesma vazão de (**B**) para (**A**), com auxílio de uma bomba posicionada no ponto (**C**), pede-se:

b) a potência no eixo de entrada da bomba $\mathbf{W_b}$ em watts, adotando rendimento η para esta bomba de **75 %**.;

c) a pressão efetiva $\mathbf{p_c}$ na seção de entrada da bomba, em Pascal. Compare com o valor limite de carga **hv = - 4,5 m.c.a.** para a não ocorrência de cavitação. (Valor 1,0 ponto)

Dados da instalação: diâmetro **0,10m**; coeficientes de perda de carga singular: $\mathbf{K_{s,entrada}=K_{s,saída}=}$ **1,0** e $\mathbf{K_{s,curva}=1,5}$; rugosidade do conduto $\boldsymbol{\varepsilon}$**=0,01 mm.** Adotar a aceleração da gravidade g = 10 m/s²



Formulário

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{VC}\rho d\forall + \int_{SC}\rho\vec{V}.\vec{n}dS = 0$$

$$H_e - H_s = \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} - \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}$$

$$H_s = \left(\frac{\alpha_s V_s^2}{2g} + \frac{p_s}{\gamma} + z_s\right)$$

$$\vec{G} + \vec{R} = \sum(p_e S_e + \beta_e V_e \dot{m}_e)\vec{n}_e + \sum(p_s S_s + \beta_s V_s \dot{m}_s)\vec{n}_s + \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC}\rho\vec{v}dV$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\vec{v}\cdot\rho d\forall + \int_{SC}\vec{v}\cdot\rho.\vec{v}.\vec{n}dA = \sum\vec{F}_{EXT}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right) \qquad h_L = f\frac{L}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g} \qquad h_s = K\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\rho u}{\partial x} + \frac{\partial\rho v}{\partial y} + \frac{\partial\rho w}{\partial z} = 0$$

$$\rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) = \rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

$$\rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) = \rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right)$$

$$\rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) = \rho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

P3 - 1ª QUESTÃO

PME 3230

30/11/2018

a) $\vec{R_{ext}} = \dot{m}(\vec{V_B} - \vec{V_A})$

$\dot{m} = \rho Q = 10^3 \times 8 \times 10^{-3} = 8\ kg/s$ — 0,3

$V_A = V_B = \frac{Q}{S} = \frac{8 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3}} = 4\ m/s$ — 0,3

$\vec{R_{ext}} = 32(\vec{i} - \vec{j})$

$\vec{R_{ext}} = \vec{F_{PA}} + \vec{F_{PB}} + \vec{F_S} + \vec{G_1}$

$F_{PA} = 0{,}2 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3} = 40\ N$ — 0,2 , $\vec{G_1} = -40\vec{k}$

$H_B = H_A - H_{PA,B}$

2,0

$\frac{p_B}{\gamma} + \cancel{\frac{\alpha_B V_B^2}{2g}} + \cancel{z_B} = \frac{p_A}{\gamma} + \cancel{\frac{\alpha_A V_A^2}{2g}} + \cancel{z_A} - H_{PA,B}$

$p_B = 0{,}2 \times 10^5 - 10^4 \times 1 = 10^4\ Pa$ — 0,5

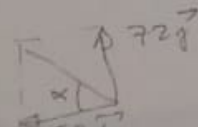
$F_{PB} = 10^4 \times 2 \times 10^{-3} = 20\ N$ — 0,2

$32(\vec{i} - \vec{j}) = 40\vec{j} - 20\vec{i} + \vec{F_S} - 40\vec{k}$

$\vec{F_S} = 52\vec{i} - 72\vec{j} + 40\vec{k}$

$\vec{F_S'} = -\vec{F_S} = -52\vec{i} + 72\vec{j} - 40\vec{k}$ — 0,5

b) $\vec{F_{S'H}} = -52\vec{i} + 72\vec{j}$



— 0,5

1,5

$|F_{S'H}| = \sqrt{72^2 + 52^2} = 88{,}8\ N$ — 0,5

$\alpha = \text{arc tg}\ \frac{72}{52}$ ∴ $\alpha = 54{,}2°$ — 0,5

PME 3230

30.11.2018.

2ª Questão – 3ª Prova – 30.11.2018. PME3230

Para se obter uma solução analítica com o uso das equações de Navier-Stokes devem se considerar as hipóteses:

- Escoamento laminar
- Fluido Newtoniano
- Escoamento plenamente desenvolvido
- Regime permanente
- Escoamento em linhas de corrente paralelas ($v=0$)
- $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$ – o escoamento se estabelece devido às tensões viscosas causadas pelo movimento das placas.
- O campo de velocidades é bidimensional e $w=0$ e $\frac{\partial}{\partial z}$ de qquer componente de velocidade é zero
- $\vec{g} = -g\,\vec{e}_y$ $\quad g_x = 0 = g_z$.

Como condições de contorno:

Da condição de não escorregamento do fluido em relação às duas placas:

$y = b \Rightarrow u = U_1$

$y = 0 \Rightarrow u = -U_2$

valor 1 ponto

cont. 2ª Q.

A aplicação da continuidade fornece:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \cancel{\frac{\partial v}{\partial y}}^{\,0} + \cancel{\frac{\partial w}{\partial z}}^{\,0} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (I)$$

é no máximo

valor 1 ponto.

cont. 2ª Q.

A aplicação da continuidade fornece:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \cancel{\frac{\partial v}{\partial y}}^{\,0} + \cancel{\frac{\partial w}{\partial z}}^{\,0} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \text{I}$$

Como u não é função do tempo, u é, no máximo, uma função de y.

$$\therefore u = u(y)$$

Componente x da equação de N-S:

$$\rho \cancel{g_x} - \cancel{\frac{\partial p}{\partial x}} + \mu\left(\cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}}\right) = \rho\left(\cancel{\frac{\partial u}{\partial t}} + \cancel{u\frac{\partial u}{\partial x}} + \cancel{v\frac{\partial u}{\partial y}} + \cancel{w\frac{\partial u}{\partial z}}\right)$$

Termos eliminados segundo explicado anteriormente.

$$\therefore \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$ que, integrada duas vezes fornece:

$$u = C_1 y + C_2$$

p/ $y = 0 \Rightarrow u = -U_2$ e $\therefore C_2 = -U_2$

p/ $y = b \Rightarrow u = U_1$ e $\therefore U_1 = C_1 b - U_2$

$$\therefore C_1 = \frac{U_1 + U_2}{b}$$

$$\therefore u = \left(\frac{U_1 + U_2}{b}\right) y - U_2$$

2 pontos

GABARITO – 3ª QUESTÃO – P3 – PME 3230 – 30/11/2018
(VALOR 3,5 pontos)

a) VAZÃO

$$H_A - \left[h_f + \left(K_{se} + 2K_{s,c} + K_{s,s}\right)\frac{V^2}{2g}\right] = H_B$$

$$z_A - \left[f\,\frac{L_{total}}{D}\,\frac{V^2}{2g} + \left(1{,}0 + 2\times 1{,}5 + 1{,}0\right)\frac{V^2}{2g}\right. = z_B$$

$$z_A - z_B = f\,\frac{10}{0{,}1}\,\frac{V^2}{20} + 5\times\frac{V^2}{20} \quad V^2(5{,}0 + 100f) = 40$$

Por tentativas $\Rightarrow f = 0{,}0158$ $\quad V = 2{,}47\,m/s \quad Q = 0{,}119\,m^3/s$

(.5 pto)

b) POTÊNCIA DA BOMBA

$$H_B - \underbrace{\left[f\,\frac{L_{total}}{D}\,\frac{V^2}{2g} + \left(K_{s,e} + 2K_{s,c} + K_{s,s}\right)\frac{V^2}{2g}\right]}_{2\,m} + H_m = H_A \quad \therefore$$

$$\therefore\ H_m = 2 + 2 = 4\,m \Rightarrow \dot{W}_B = \frac{1}{\eta}\,\rho\,g\,H_m\,Q = \frac{1}{0{,}75}\times 10^4\times 4\times 0{,}119 \Rightarrow$$

$$\boxed{\dot{W}_B = 1013\,W}$$ (1,0 pto)

c) PRESSÃO NA SEÇÃO C

$$H_B - \left(f\,\frac{L_{BC}}{D}\,\frac{V^2}{2g} + K_{s,c}\,\frac{V^2}{2g} + K_{s,s}\,\frac{V^2}{2g}\right) = H_C = z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{V_C^2}{2g}$$

$$\cancel{z_B}^{\,0} - \left(0{,}0158\,\frac{5}{0{,}1} + 1{,}0 + 1{,}5\right)\frac{(2{,}47)^2}{20} = 4 + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{(2{,}47)^2}{20}$$

$$\therefore\ \frac{P_C}{\gamma} = -5{,}30\,m.c.a < \left(\frac{P_C}{\gamma}\right)_{limite} = -4{,}5\,m.c.a \quad \therefore$$

$\therefore$ há cavitação. (1,0 pto)