MECÂNICA 1 – RESUMO E EXERCÍCIOS* P1

**Exercícios de provas anteriores escolhidos para você estar preparado para qualquer questão na prova. Resoluções em simplificaaulas.com*

RESULTANTE DE FORÇAS

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i$$

MOMENTO EM RELAÇÃO A UM POLO

$$\overrightarrow{M_O} = \sum (P_i - O) \wedge \vec{F}_i$$

Mudança de pólo: $\overrightarrow{M_B} = \overrightarrow{M_A} + (A - B) \wedge \vec{R}$

MOMENTO EM RELAÇÃO A UM EIXO

$$M_\mu = \overrightarrow{M_O} \cdot \vec{\mu}$$

Onde μ é o eixo e $O \in \mu$.

BARICENTRO

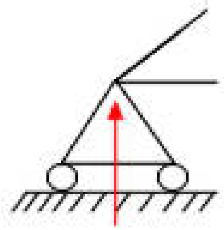
É o centro de massa de um corpo (onde aplicamos o peso no DCL) que é o centro geométrico da figura ou é indicado na figura quando não é o geométrico.

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} \qquad y_{CM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots}$$

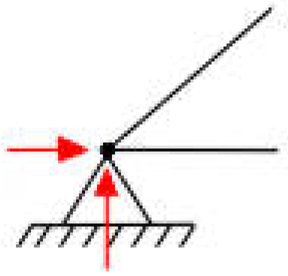
$$z_{CM} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_3 z_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots}$$

VINCULOS

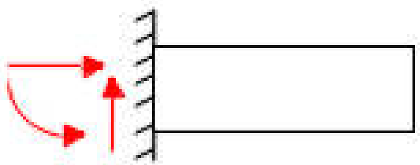
- **Articulação Móvel - Permite deslocamento em uma direção e um momento da viga em relação ao apoio. Gera 1 reação de apoio.**



- **Articulação Fixa - Não permite deslocamento em nenhuma direção, permitindo entretanto um momento da viga em relação ao apoio. Gera duas forças de reação (ou 3 se o desenho for tridimensional).**



- **Engastamento Fixo - Não permite deslocamento em nenhuma direção e nem rotação da viga em relação ao apoio. Gera duas forças de reação e um momento, ou seja, um binário (ou 3 forças e 3 binários se o desenho for tridimensional).**



Lembrando:

Binário: sistema de duas forças que causa rotação

REDUÇÃO DE UM SISTEMA DE FORÇAS

Às vezes temos que reduzir um sistema mais complexo para que ele fique mais simples.

Considere-se um corpo rígido sujeito à ação de um conjunto de forças Fi (i=1,2,..N) aplicadas em pontos distintos Ai. As forças podem ser somadas – obtendo-se a resultante R, e os momentos dos conjugados podem ser somados – obtendo-se o momento resultante Mo .

Casos de redução de forças:

1) $\vec{R} = \vec{0} \ e \ \vec{M}_O = \vec{0} \ \rightarrow sistema \ equivalente \ a \ zero \ (equilíbrio)$

2) $\vec{R} = \vec{0} \ e \ \vec{M}_O \neq \vec{0} \ \rightarrow sistema \ equivalente \ a \ um \ binário \ igual \ a \ \vec{M}_O$

3) $\vec{R} \neq \vec{0} \ e \ I = \vec{0} \ ou \ seja \ \vec{M}_O \, . \vec{R} = \vec{0} \rightarrow sistema \ equivalente \ a \ uma \ força \ \vec{R}$

$aplicada \ em \ um \ ponto \ tal \ que \ \vec{M}_E = \vec{M}_O + (O - E)^{\vec{R}} = \vec{0}$

4) $\vec{R} \neq \vec{0} \ e \ I \neq \vec{0} \ \rightarrow sistema \ equivalente \ a \ uma \ força \ \vec{R} \ aplicada \ em \ O$

$e \ um \ binário \ igual \ a \ \vec{M}_O$

Lembrando:

Invariante Escalar: $I = \vec{M}_A \, . \vec{R} = \vec{M}_B \, . \vec{R}$

EIXO MÍNIMO

Quando o sistema é redutível a uma força e um binário, é útil (e pedido em prova) que se calcule o momento mínimo.

$$(\boldsymbol{E} - \boldsymbol{O}) = \frac{\vec{\boldsymbol{R}} \wedge \overrightarrow{\boldsymbol{M_O}}}{\|\vec{\boldsymbol{R}}\|^2} + \alpha\vec{\boldsymbol{R}}$$

***Para todo** $\alpha \in \mathbb{R}$

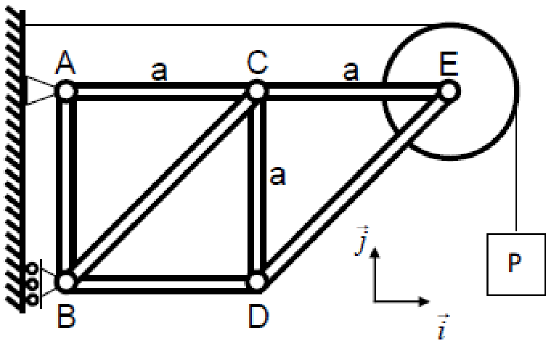
Nos pontos do eixo mínimo:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{M_E}} = \frac{\vec{\boldsymbol{R}} \, . \overrightarrow{\boldsymbol{M_O}}}{\|\vec{\boldsymbol{R}}\|^2} \, . \ \vec{\boldsymbol{R}}$$

TRELIÇAS

São estruturas formadas por barras ligadas por articulações as quais trabalham predominantemente sob a ação de forças normais.

Exemplo:



Hipóteses admitidas nos processos de cálculo:

a) As barras se ligam aos nós através de articulações perfeitas;

b) As cargas e as reações de vínculo aplicam-se apenas nos nós das treliças;

c) O eixo das barras coincide com as retas que unem os nós.

Formas de resolver um exercício de treliça:

- **Método de Ritter (dos cortes): Cortar a estrutura em apenas três barras não concorrentes e não paralelas e calcular as forças necessárias para equilibrar os cortes**
- **Método dos Nós: separar a treliça em nós com, no máximo, duas incógnitas por nó.**

(Vamos ver exemplos nos vídeos de resolução de provas anteriores, não se preocupe se você ainda não entendeu bem!)

COMO CALCULA PRODUTO VETORIAL MESMO?

Sejam dados dois vetores $\vec{A}\ e\ \vec{B}$ **e seja** $\vec{C}$ **o seu produto vetorial:**

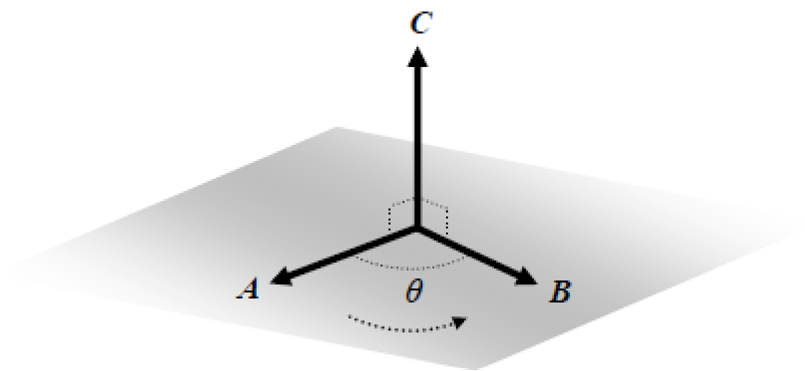
$$\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B}$$

Módulo:

$$|\vec{C}| = |\vec{A}|\,.\,|\vec{B}|.\,sen\theta$$

$0 \leq \theta \leq 180°$ **é o ângulo entre** $\vec{A}\ e\ \vec{B}$

Direção: é dada pelo vetor unitário u_C**, normal ao plano que contém** $\vec{A}\ e\ \vec{B}$**, seguindo a regra da mão direita de** $\vec{A}\ para\ \vec{B}$.



Para decorar:

- ✓ $\vec{\imath} \wedge \vec{\imath} = \vec{\jmath} \wedge \vec{\jmath} = \vec{k} \wedge \vec{k} = \vec{0}$
- ✓ $\vec{\imath} \wedge \vec{\jmath} = \vec{k}$
- ✓ $\vec{\jmath} \wedge \vec{k} = \vec{\imath}$
- ✓ $\vec{k} \wedge \vec{\imath} = \vec{\jmath}$
- ✓ $\vec{\imath} \wedge \vec{k} = -\vec{\jmath}$
- ✓ $\vec{k} \wedge \vec{\jmath} = -\vec{\imath}$
- ✓ $\vec{\jmath} \wedge \vec{\imath} = -\vec{k}$

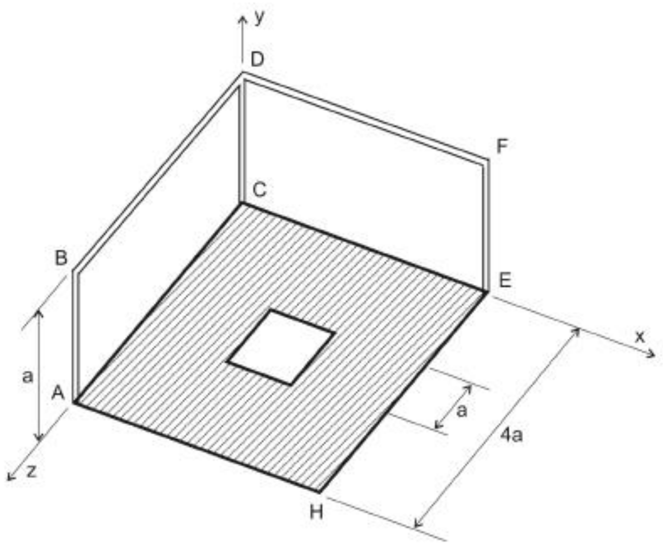
EXERCÍCIOS (vídeos de resoluções destes exercícios em simplificaaulas.com)

1) (P1 2016) No sistema mostrado na figura, a placa quadrada *ACEH* possui massa *10m* e um furo central também quadrado. Há ainda cinco barras, sendo que *AB*, *CD* e *EF* possuem mesmo comprimento e mesma massa *m*. As outras duas barras, *BD* e *DF*, têm massa *4m* cada uma. Todos os elementos do sistema são homogêneos.

a) Determine as coordenadas do baricentro do conjunto formado pelas cinco barras.

b) Determine as coordenadas do baricentro da placa *ACEH*.

c) Determine as coordenadas do baricentro do sistema formado pela placa e pelas cinco barras.



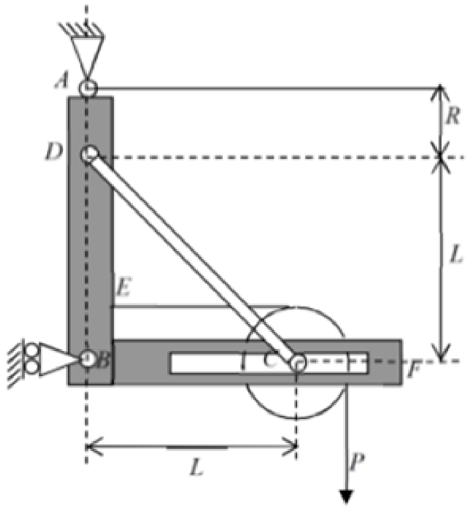
2) (P1 2015.2) A figura mostra um suporte soldado ABF em formato de "L" vinculado por uma articulação em A e por um apoio simples em B; a barra inclinada está articulada ao suporte em D e ao centro da polia C. A polia tem raio R e seu núcleo pode deslizar sem atrito dentro do rasgo horizontal; o fio ideal está preso em E e sustenta uma carga *P*. Admitindo que as peças tenham pesos desprezíveis, pede-se:

a) Isolar os corpos rígidos e fazer os respectivos diagramas de corpo livre;

b) Calcular as reações vinculares em A e B;

c) Calcular as forças atuantes na polia;

d) Calcular as forças atuantes na barra CD.

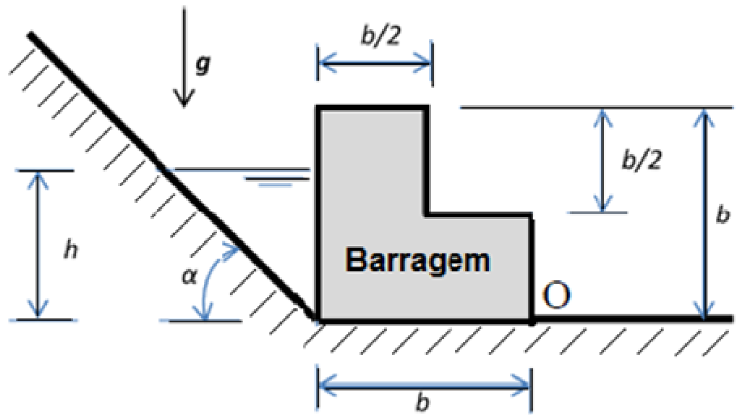


3) (P1 2015.2)A figura mostra uma barragem de concreto (homogênea, de densidade ρ_B e largura *L*) que represa a água (densidade ρ_A) acumulada junto a uma encosta. Admitindo que não ocorra infiltração de água sob a barragem e que o coeficiente de atrito estático entre a barragem e o terreno seja μ, pede-se:

a) Calcular o peso da barragem e a força que a água represada aplica sobre ela;

b) Fazer o diagrama de corpo livre da barragem;

c) Calcular, em função dos demais parâmetros, a máxima altura *h* da água que pode ser acumulada sem afetar o equilíbrio estático da barragem.



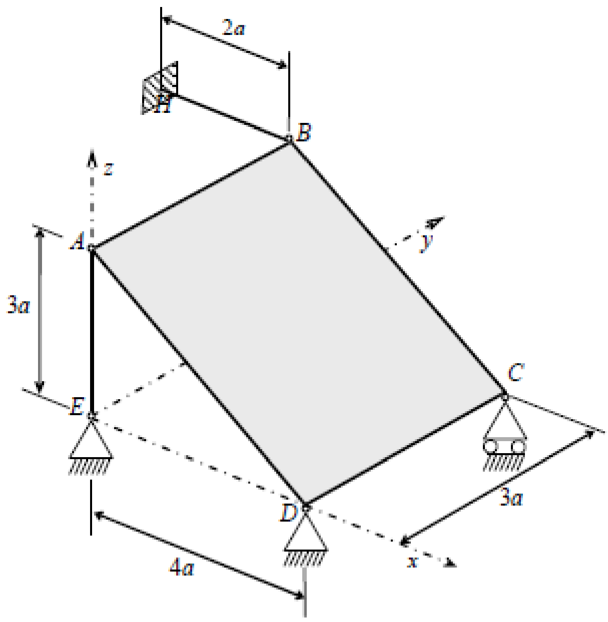
4) (P1 2015.1) Na figura ao lado, a barra bi-articulada *HB* tem peso *P* , a barra biarticulada *AE* tem peso desprezível e a placa retangular, articulada nos pontos *A*, *B* e *D* e vinculada ao apoio simples em *C* , tem peso 2*P* .

Pede-se:

(a) esboçar os diagramas de corpo livre das barras *AE* e *HB*;

(b) esboçar o diagrama de corpo livre da placa *ABCD*;

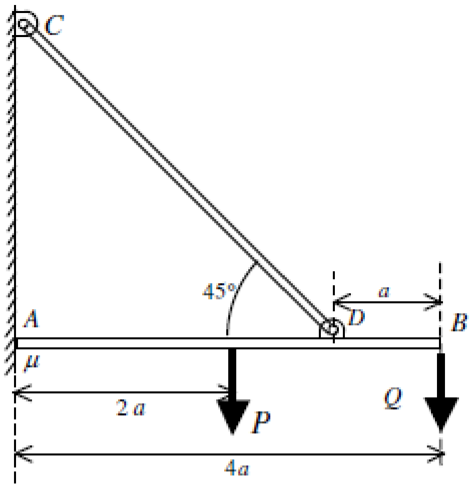
(c) determinar as forças nas barras *AE* e *HB* e as reações em *C* e *D*.



5) (P1 2016) A estrutura ilustrada na figura compõe-se de uma barra *CD*, de peso desprezível, articulada a uma parede vertical e a uma barra horizontal *AB*, de peso *P*. A extremidade *A* da barra *AB* apoia-se na parede, enquanto em *B* aplica-se uma força vertical *Q*. O coeficiente de atrito no contato entre a parede e a barra *AB* é μ. Pede-se:

a) construir os diagramas de corpo livre das barras *AB* e *CD*;

b) determinar o valor máximo de *Q* compatível com o equilíbrio da estrutura.



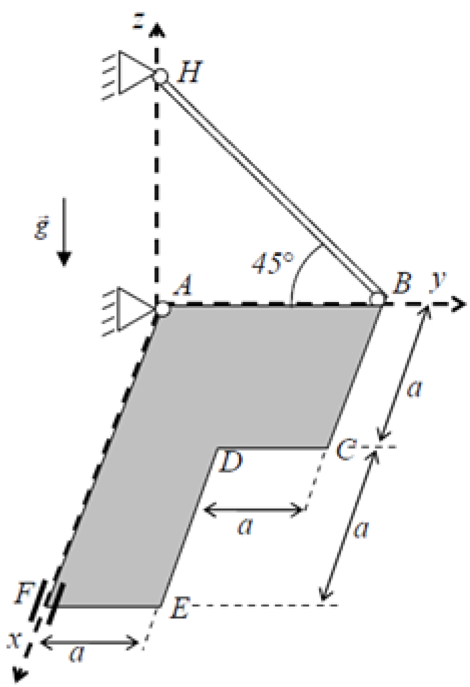
6) (P1 2017.1) O sistema ilustrado na figura abaixo é constituído por uma placa homogênea *ABCDEF*, de massa *m*, e por uma barra *BH*, de massa desprezível. A placa é articulada à barra em *B*, sendo ligada a uma parede plana vertical (plano *xz*) por meio de uma articulação em *A* e um anel em *F*. A barra *BH* pertence ao plano *yz* e é ligada à parede vertical por meio de uma articulação em *H*. Pede-se:

(a) determinar a posição do centro de massa da placa *ABCDEF*;

(b) desenhar os diagramas de corpo livre da placa e da barra;

(c) calcular as reações na articulação *A* e no anel *F*;

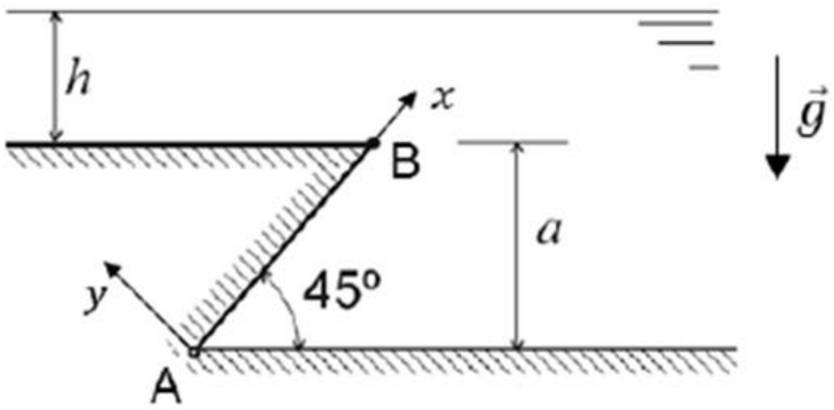
(d) calcular as forças na barra *BH*.



7) (P1 2017.2) A superfície plana, indicada na figura ao lado pelo segmento *AB*, tem largura *L* (ortogonal ao plano da figura) e está submersa em um fluido de peso específico γ (N/m3). A aceleração da gravidade é *g* (m/s2). Nestas condições, determine:

(a) A força $\vec{R}$ equivalente ao sistema de forças distribuídas de pressão agindo na superfície *AB*.

(b) A abscissa do centro de pressões em relação ao sistema *Axy*.



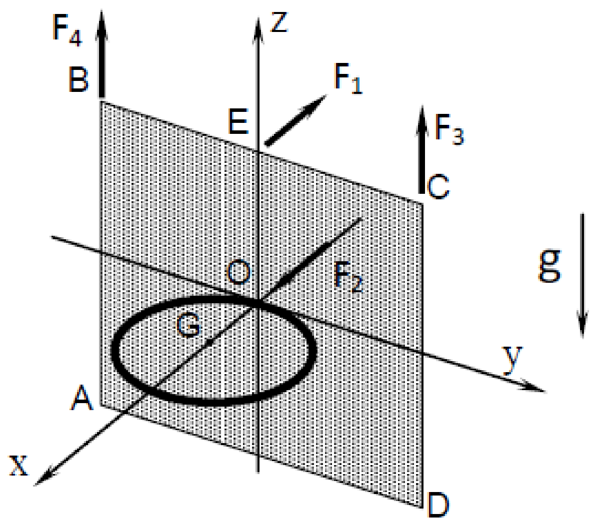
8) (P1 2015.1) No sistema mostrado na figura, a placa quadrada *ABCD* está posicionada no plano *yz* e possui massa *2m/3*. Cada lado da placa mede *2a* e as distâncias BE e OE valem *a*. *A* placa está soldada no ponto *O* a um aro no plano *xy*, de raio *R*, centro *G* e massa *m/3*.

Sobre a placa agem as forças $(\vec{F}_1, E)$ $(\vec{F}_2, O)$ **e** $(\vec{F}_3, C)$ **e** $(\vec{F}_4, B)$ **em que** $\vec{F}_1 = -F\vec{\imath}$, $\vec{F}_2 = Q\vec{\imath}$, $\vec{F}_3 = \frac{mg}{2}\vec{k}$ **e** $\vec{F}_4 = \frac{mg}{2}\vec{k}$**. Pede-se:**

a) As coordenadas do baricentro do conjunto, considerando o sistema *Oxyz*.

b) A relação entre as constantes dadas (*P*, *F*, *Q*, *a* e *R*) para que o sistema de forças seja redutível a uma única força.

c) A relação entre as constantes dadas (*P*, *F*, *Q*, *a* e *R*) para que o sistema de forças não cause tendência de rotação em torno do eixo *Oy*.



9) (P1 2016) A placa quadrada *ABCD* de lado *a* está no plano *xz*, é homogênea com peso Q, está articulada em *A* e *B*, e está presa por um anel (eixo paralelo a *z*) em *C*. A barra *BE* tem peso desprezível e está articulada em *B* e *E*. A polia e seu suporte têm peso desprezível e estão no plano xy, com a barra *FG* paralela a *x*, sendo que a polia suporta o peso $Q\sqrt{2}$ por um fio ideal conectado ao ponto *D* da placa. Pede-se:

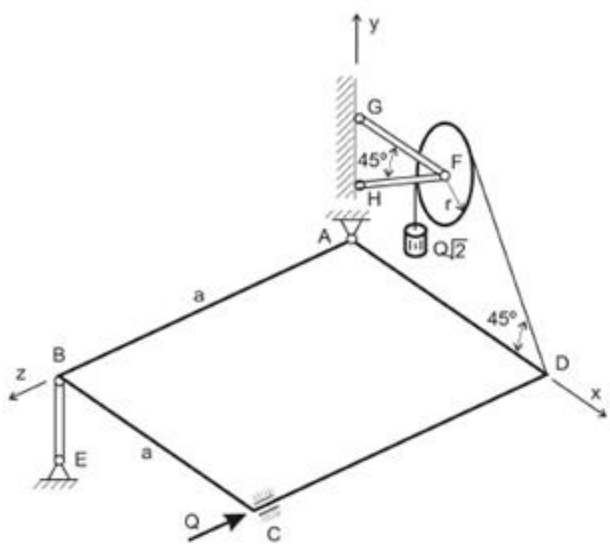
a) Faça o diagrama de corpo livre da placa, da barra *BE* e da polia.

b) Escreva as equações de equilíbrio da placa.

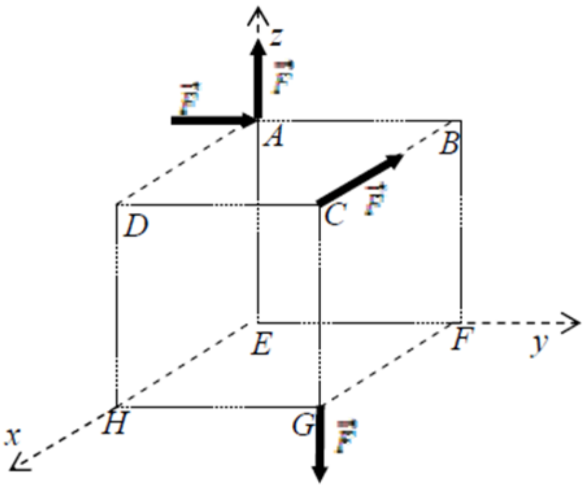
c) Determine as forças atuantes na placa em *C.*

d) Determine a força atuante na barra *FH* do suporte da polia, indicando se é de tração ou compressão.

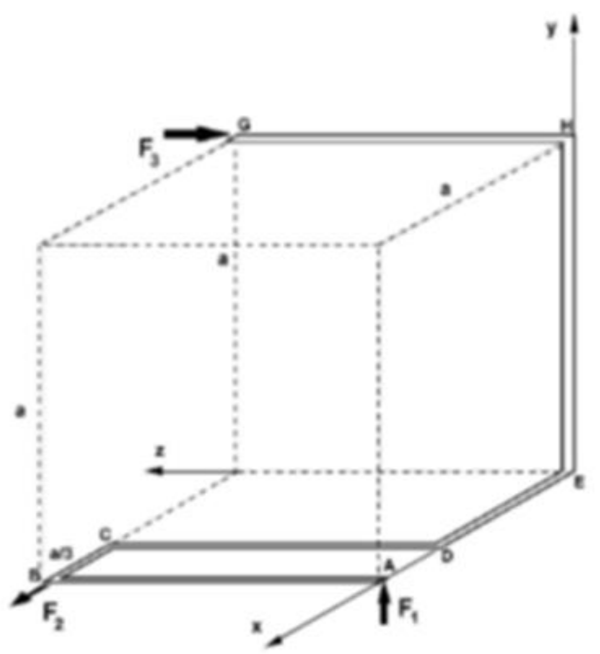
e) O sistema de forças, constituído somente pela força *Q* aplicada em *C* e a força do fio em *D*, é equivalente a uma única força? Justifique.



10) (P1 2017.1) Na figura ao lado, os vértices ABCDEFGH determinam um cubo de lado a. Aos vértices A, C e G desse cubo aplicam-se as forças indicadas. Pede-se: (a) determinar a resultante do sistema de forças; (b) determinar o momento resultante em relação ao pólo E; (c) determinar o momento resultante em relação ao eixo EH; (d) verificar se o sistema é redutível a uma única força; (e) determinar o momento mínimo do sistema de forças.



11) (P1 2015.2) A barra *ABCDEHG* está sob a ação do sistema de forças $(\vec{F}_1, A)$ $(\vec{F}_2, B)$ e $(\vec{F}_3, G)$. Considerando $|\vec{F}_i| = F$, para *i* = 1, 2, 3, pede-se:



a) Calcular a resultante e o momento do sistema de forças em relação ao polo *E*.

b) Deseja-se restringir todos os movimentos da barra vinculando-a em um único ponto; pede-se:

b1) Determinar o tipo de vínculo que deve ser empregado e justificar a escolha;

b2) Determinar a posição na qual o vínculo deve ser colocado na barra de modo a minimizar as reações vinculares;

b3) Calcular essas reações vinculares.

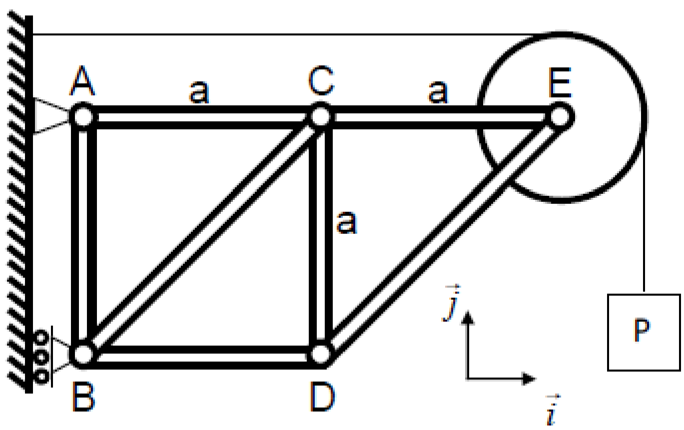
12) (P1 2015.1) A treliça de sete barras indicada na figura é suportada por uma articulação no nó *A* e por um apoio simples no nó *B*. No nó *E*, a treliça está articulada a uma polia de raio *R* e massa desprezível, que sustenta um peso *P*.

Pede-se:

a) Os esforços que a polia exerce sobre a treliça.

b) As reações vinculares em *A* e *B*.

c) As forças nas barras *AC* e *BD*, indicando se são de tração ou de compressão.



13) (P1 2017.2) Considere a treliça e o conjunto de polias e blocos indicados na figura ao lado. Os pesos das barras da treliça e das polias são admitidos desprezíveis, e o fio que conecta a treliça aos demais componentes do sistema é ideal. O bloco suspenso pela polia conectada à treliça possui peso *2P*. O bloco apoiado sobre a superfície horizontal localizada na extremidade direita da figura possui peso *Q*, e o coeficiente de atrito entre este bloco e sua superfície de apoio é μ. Pede-se:

(a) Determine o esforço atuante na barra *FC*, indicando se é de tração ou compressão;

(b) Obtenha o valor da força de atrito atuante no bloco de peso *Q* na situação de equilíbrio estático.

(c) Determine o valor mínimo do coeficiente de atrito para manter o sistema na condição de equilíbrio estático.