Algelin II - P2 2020

Iniciado em	quinta, 10 dez 2020, 07:19
Estado	Finalizada
Concluída em	quinta, 10 dez 2020, 09:19
Tempo empregado	2 horas
Avaliar	**9** de um máximo de 14(**64**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1 de 1

Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ a transformação linear tal que:

$$T(1,0,2) = (1,0,2), \quad T(0,1,2) = (0,0,0) \quad \text{e} \quad T(0,0,1) = (0,0,-1).$$

Se A é a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{R}^3$, então a soma dos elementos na segunda coluna da matriz A^{1000} é igual a:

Escolha uma opção:

a. -1

b. 1

c. 0

d. 2

e. -2 ✔

A resposta correta é: -2

Questão **2**

Incorreto

Atingiu 0 de 1

Sejam T: $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ o operador linear cuja matriz relativamente à base canônica de $\mathbb{R}^3$ é $\begin{bmatrix} a & b & c \\ 0 & a & d \\ 0 & 0 & e \end{bmatrix}$, em que a, b, c, d, e são números reais que satisfazem $a \neq e$. Então,

Escolha uma opção:

a. T é diagonalizável se $e = 0$.

b. T é diagonalizável se $c = 0$.

c. T é diagonalizável se $b = 0$.

d. T não é diagonalizável.

e. T é diagonalizável se $d = 0$. ✖

A resposta correta é: T é diagonalizável se $b = 0$.

Questão **3**

Incorreto

Atingiu 0 de 1

Considere $\mathbb{R}^3$ munido do produto interno usual e seja $\mathcal{B} = \{u, v, w\}$ uma base de $\mathbb{R}^3$ que satisfaz

$$\|u\| = \sqrt{17}, \quad \|v\| = \sqrt{26}, \quad \|w\| = \sqrt{14}.$$

Seja $T\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ o operador linear simétrico cuja matriz, em relação à base $\mathcal{B}$, é

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Então, os produtos internos $\langle u, v\rangle$, $\langle u, w\rangle$ e $\langle v, w\rangle$ são iguais, respectivamente, a

Escolha uma opção:

- a. $-11,\ -1$ e -2. ✖
- b. $-11,\ -2$ e -1.
- c. $-1,\ -11$ e -2.
- d. $-2,\ -1$ e -11.
- e. $-1,\ -2$ e -11.
- f. $-2,\ -11$ e -1.

A resposta correta é: $-1,\ -11$ e -2.

Questão **4**

Incorreto

Atingiu 0 de 1

Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ uma transformação linear e suponha que $(1, 3, 5)$, $(2, -3, 7)$ e $(5, 9, 3)$ sejam autovetores de T correspondentes respectivamente aos autovalores 2, 1 e 9. Temos que o determinante da matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{R}^3$ é igual a:

Escolha uma opção:

- a. 18
- b. 40
- c. 36
- d. 15 ✖
- e. 20

A resposta correta é: 18

Questão **5**

Correto

Atingiu 1 de 1

Denote por $\mathcal{B}$ a base de $\mathbb{R}^2$ dada por

$$\mathcal{B} = \{(1,0),(2,1)\}$$

e por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma das entradas na diagonal principal da matriz $[T \circ T]_{\mathcal{C}}$ é igual a:

Escolha uma opção:

- a. 4
- b. 3
- c. -7 ✔
- d. -1
- e. $\frac{1}{2}$

A resposta correta é: -7

Questão **6**

Correto

Atingiu 1 de 1

Considere as bases

$$\mathcal{B} = \{1+x, 1-x^2, 2x+x^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1,0,1,1),(0,1,2,3),(1,-1,1,1),(0,0,2,1)\}$$

dos espaços vetoriais $P_2(\mathbb{R})$ e $\mathbb{R}^4$, respectivamente. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^4$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ a & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Temos que T é injetora se, e somente se:

Escolha uma opção:

- a. $a > 0$
- b. $a \neq 0$ ✔
- c. $a = 2$
- d. $a \neq 1$
- e. $a \neq -1$

A resposta correta é: $a \neq 0$

Questão **7**

Incorreto

Atingiu 0 de 1

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita munido de um produto interno, e seja $T\colon V \to V$ um operador linear diagonalizável cujos autovalores, listados sem repetição, são $\lambda_1, \ldots, \lambda_r$. Para cada $i = 1, \ldots, r$, seja $V(\lambda_i) = \mathrm{Ker}(T - \lambda_i I_V)$, em que I_V denota o operador identidade de V. Considere as seguintes afirmações:

1. Se para todos i e j distintos e todos $u \in V(\lambda_i)$ e $v \in V(\lambda_j)$ valer $\|u\|^2 + \|v\|^2 = \|u + v\|^2$, então T é simétrico.
2. A união de bases ortonormais dos subespaços $V(\lambda_i)$, para $i = 1, \ldots, r$, é uma base ortonormal de V.
3. Se a matriz de T, em relação a alguma base de V, for simétrica, então T é um operador simétrico.

Então,

Escolha uma opção:

- a. apenas 1 e 2 são verdadeiras. ✖
- b. apenas 1 é verdadeira.
- c. apenas 2 é verdadeira.
- d. 1, 2 e 3 são verdadeiras.
- e. 1, 2 e 3 são falsas.
- f. apenas 3 é verdadeira.
- g. apenas 1 e 3 são verdadeiras.
- h. apenas 2 e 3 são verdadeiras.

A resposta correta é: apenas 1 é verdadeira.

Questão **8**

Correto

Atingiu 1 de 1

Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ a transformação linear que é representada na base canônica de $\mathbb{R}^4$ pela matriz:

$$\begin{pmatrix} 3 & -6 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & a & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se $(3, 1, -1, 1)$ é um autovetor de T, então a é igual a:

Escolha uma opção:

- a. 7
- b. 3
- c. 2 ✔
- d. 4
- e. 1

A resposta correta é: 2

Questão **9**

Correto

Atingiu 1 de 1

Seja $T\colon P_3(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear definida por

$$T(a+bt+ct^2+dt^3) = \begin{pmatrix} a+b+c+d & a-b-c \\ -a+3b+3c+d & 3a+b+c+2d \end{pmatrix}.$$

Então,

Escolha uma opção:

a. $\dim(\mathrm{Ker}(T)) = 1,\ \dim(\mathrm{Im}(T)) = 2,$ e uma base de $\mathrm{Im}(T)$ é $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

b. $\dim(\mathrm{Ker}(T)) = 2,\ \dim(\mathrm{Im}(T)) = 3,$ e uma base de $\mathrm{Im}(T)$ é $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}\right\}$.

c. $\dim(\mathrm{Ker}(T)) = 1,\ \dim(\mathrm{Im}(T)) = 3,$ e uma base de $\mathrm{Im}(T)$ é $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}\right\}$.

d. $\dim(\mathrm{Ker}(T)) = 1,\ \dim(\mathrm{Im}(T)) = 2,$ e uma base de $\mathrm{Im}(T)$ é $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}\right\}$.

e. $\dim(\mathrm{Ker}(T)) = 2,\ \dim(\mathrm{Im}(T)) = 2,$ e uma base de $\mathrm{Im}(T)$ é $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\right\}$. ✔

f. $\dim(\mathrm{Ker}(T)) = 1,\ \dim(\mathrm{Im}(T)) = 3,$ e uma base de $\mathrm{Im}(T)$ é $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

g. $\dim(\mathrm{Ker}(T)) = 1,\ \dim(\mathrm{Im}(T)) = 3,$ e uma base de $\mathrm{Im}(T)$ é $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}\right\}$.

h. $\dim(\mathrm{Ker}(T)) = 2,\ \dim(\mathrm{Im}(T)) = 2,$ e uma base de $\mathrm{Im}(T)$ é $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}\right\}$.

A resposta correta é: $\dim(\mathrm{Ker}(T)) = 2,\ \dim(\mathrm{Im}(T)) = 2,$ e uma base de $\mathrm{Im}(T)$ é $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Questão **10**

Correto

Atingiu 1 de 1

Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^3$ a transformação linear definida por $T(p) = \big(p(1), p(0), p'(2)\big)$, para todo $p \in P_2(\mathbb{R})$ e considere as bases

$$B = \{x+3, x^2-x, x+1\} \quad \text{e} \quad C = \{(1,0,0),(0,1,1),(0,0,1)\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$ e $\mathbb{R}^3$, respectivamente. Temos que a soma das entradas na diagonal principal da matriz $[T]_{BC}$ é igual a:

Escolha uma opção:

a. 5

b. 2

c. 4 ✔

d. 1

e. 3

A resposta correta é: 4

Questão **11**

Correto

Atingiu 1 de 1

Seja $T : \mathbb{R}^2 \to P(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que $T(1,1) = x^2 - x^3$ e $T(2,3) = x + x^3$. Temos que $T(2,-5)$ é igual a:

Escolha uma opção:

a. $-x + x^2 - 2x^3$

b. $-7x + 16x^2 - 23x^3$ ✔

c. $2x + 4x^2 - 2x^3$

d. $4x + 3x^2 + x^3$

e. $x + x^2$

A resposta correta é: $-7x + 16x^2 - 23x^3$

Questão **12**

Correto

Atingiu 1 de 1

Seja $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear e seja $A \in M_3(\mathbb{R})$ a matriz de T em relação à base canônica de $\mathbb{R}^3$. Se

$$\text{Ker}(T) = [(1,-2,0)], \quad \text{Ker}(T-2I) = [(0,0,1)], \quad \text{Ker}(T-5I) = [(2,1,0)],$$

em que I denota o operador identidade de $\mathbb{R}^3$, então a soma de todos os elementos de A é igual a

Escolha uma opção:

a. 16

b. 9

c. 11 ✔

d. 13

e. 10

A resposta correta é: 11

Questão **13**

Incorreto

Atingiu 0 de 1

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita com produto interno e seja S um subespaço de V que satisfaz $S \neq \{0\}$ e $S \neq V$. Considere as seguintes afirmações sobre o operador linear $T\colon V \to V$, definido por $T(v) = 2\,\mathrm{proj}_S v - v$, para todo $v \in V$:

1. T é simétrico.
2. T é diagonalizável, mas não existe base ortonormal de V na qual a matriz de T é diagonal.
3. Os autovalores de T são 1 e -1.

Está correto apenas o que se afirma em

Escolha uma opção:

- a. 2.
- b. 1.
- c. 2 e 3.
- d. 1 e 3.
- e. 3. ✖

A resposta correta é: 1 e 3.

Questão **14**

Correto

Atingiu 1 de 1

Seja $T\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear cuja matriz, em relação à base canônica de $\mathbb{R}^3$, é simétrica e cujo polinômio característico é $p(t) = -t(t+1)^2$. Sabendo que $(1,0,1) \in \mathrm{Ker}(T)$, é correto afirmar que $T(1,2,3)$ é igual a

Escolha uma opção:

- a. $(-1,-4,1)$
- b. $(-3,9,3)$
- c. $(-4,6,4)$
- d. $(-3,-6,3)$
- e. $(1,-2,-1)$ ✔

A resposta correta é: $(1,-2,-1)$