Iniciado em	terça, 8 dez 2020, 12:00
Estado	Finalizada
Concluída em	terça, 8 dez 2020, 15:08
Tempo empregado	3 horas 8 minutos
Notas	12,00/12,00
Avaliar	**10,00** de um máximo de 10,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

A idade de um objeto antigo pode ser determinada por um método chamado *datação de Carbono-14*. O bombardeamento da atmosfera superior por raios cósmicos converte o nitrogênio em um isótopo radioativo do carbono, $^{14}\mathrm{C}$, com uma meia-vida de cerca de 5730 anos. A vegetação absorve o dióxido de carbono através da atmosfera, e os animais assimilam o $^{14}\mathrm{C}$ através das cadeias alimentares. Quando uma planta ou animal morre, ele pára de repor o seu carbono, e a quantidade de $^{14}\mathrm{C}$ diminui através de decaimento radioativo. Um pedaço de tecido foi descoberto tendo 74% de $^{14}\mathrm{C}$ em relação às plantas terrestres nos dias de hoje. Estime a idade do pedaço de tecido.

Escolha uma opção:

a. Maior ou igual a 500 anos e menor que 1000 anos.

b. Maior ou igual a 2000 anos e menor que 2500 anos. ✔

c. Maior ou igual a 1000 anos e menor que 1500 anos.

d. Maior ou igual a 2500 anos e menor que 3000 anos.

e. Maior ou igual a 1500 anos e menor que 2000 anos.

Sua resposta está correta.

A resposta correta é: Maior ou igual a 2000 anos e menor que 2500 anos.

Questão **2**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que é periódica de período 2π e satisfaz

$$f(x) = \begin{cases} -\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{x}{2}\,, & -\pi \leq x < 0\,, \\ \\ \dfrac{\pi}{4} - \dfrac{x}{2}\,, & 0 \leq x < \pi\,, \end{cases}$$

Qual das seguintes alternativas apresenta a expressão correta da série de Fourier de f?

Escolha uma opção:

a. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n^2 x}{2n+1}$

b. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos{(2n+1)\pi x}}{n}$

c. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi x}{n^2}$

d. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2nx}{n}$

e. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2nx}{2n}$ ✔

Sua resposta está correta.

A resposta correta é: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2nx}{2n}$

Questão **3**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Seja $f:[-\pi,\pi]\to\mathbb{R}$ tal que $\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)dx<\infty$. Considere 4 sequências:

a) $\frac{(-1)^n}{n\ln n}$,

b) $\frac{(-1)^n}{\ln n}$,

c) $\frac{1}{\sqrt[4]{n^2+n+1}}$,

d) $\sqrt{\sin(\frac{1}{n})}$.

Escolha a sequência que pode coincidir com uma série de coeficientes de Fourier da f.

Escolha uma opção:

a. d)

b. a) ✔

c. todas não podem

d. c)

e. b)

Sua resposta está correta.

A resposta correta é: a)

Questão **4**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Considere a equação diferencial ordinária

$(1+x)y'' - 2xy' - 4y = 0$.

Suponha que $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ é solução desta EDO. Qual das seguintes relações de recorrência envolvendo os coeficientes c_n é satisfeita para todo $n \geq 0$?

Escolha uma opção:

a. $c_{n+2} = -\frac{n}{n+1}c_{n+1} + \frac{2n}{n+1}c_n$

b. $c_{n+2} = -\frac{n+3}{n+2}c_{n+1} + \frac{n}{n+1}c_n$

c. $c_{n+2} = \frac{n+3}{n+2}c_n$

d. $c_{n+2} = -\frac{n}{n+2}c_{n+1} + \frac{2}{n+1}c_n$ ✔

e. $c_{n+2} = -\frac{2n+1}{n+3}c_{n+1} + \frac{n}{2n+1}c_n$

Sua resposta está correta.

A resposta correta é: $c_{n+2} = -\frac{n}{n+2}c_{n+1} + \frac{2}{n+1}c_n$

Questão **5**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Considere a seguinte equação diferencial:

$y' = x(1 + y)$

e as seguintes afirmações:

(I) Todas as soluções da equação são crescentes (não necessariamente estritamente) se $x > 0$.

(II) Existe uma única solução (maximal / não prolongável) tal que $y(0) = -1$.

(III) Existem $y(x)$ uma solução da equação e reais x_1, x_2 tais que $y(x_1) = -10$ e $y(x_2) = 10$.

Podemos afirmar que:

Escolha uma opção:

a. Apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

b. Apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

c. Todas as afirmações são verdadeiras.

d. Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

e. Apenas a afirmação (II) é verdadeira. ✔

Sua resposta está correta.

A resposta correta é: Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Questão **6**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Seja $\mathcal{C}$ o conjunto de todas as funções $f:(0,+\infty)\to \mathbb{R}$ de classe C^1 tais que

(i) $f(x)>0$ para todo $x>0$;

(ii) $f'(x)<0$ para todo $x>0$;

(iii) a reta tangente ao gráfico de f no ponto $(x,f(x))$ determina um triângulo de área constante com os eixos coordenados, para todo $x>0$.

Considere as seguintes afirmações.

(I) Toda função $f\in \mathcal{C}$ é solução de uma equação diferencial ordinária não-linear da forma

$$x^2(y')^2 -(2xy-c)y' + y^2 = 0$$

para algum $c>0$.

(II) A função $f(x)=x^{-1}$ pertence a $\mathcal{C}$.

(III) Se a função $\varphi(x)$ pertence a $\mathcal{C}$, então para todo $a>0$ a função $\psi_a(x)=a\varphi(ax)$ também pertence a $\mathcal{C}$.

Então é correto dizer que:

Escolha uma opção:

- a. Apenas (I) e (II) são verdadeiras
- b. Nenhuma das afirmações é verdadeira
- c. Apenas (I) e (III) são verdadeiras
- d. Apenas (II) e (III) são verdadeiras
- e. As três afirmações são verdadeiras ✔

Sua resposta está correta.

A resposta correta é: As três afirmações são verdadeiras

Questão **7**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Seja C a curva plana que passa por $(1,3)$ e tal que, para todo $(x,y)\in C$, a reta tangente em (x,y) tem inclinação $\displaystyle -1-\frac{y}{x}$. Assinale qual dos pontos abaixo pertence a C:

Escolha uma opção:

a. $\displaystyle (3,-1) $

b. $\displaystyle (5,-2) $

c. $\displaystyle (4,-\frac{3}{2}) $

d. $\displaystyle (2,\frac{3}{4}) $ ✔

e. $\displaystyle (6,-\frac{5}{2}) $

Sua resposta está correta.

A resposta correta é: $\displaystyle (2,\frac{3}{4}) $

Questão **8**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Suponha que $y_1(x)$ e $y_2(x)$ são soluções da equação $y'(x)+p(x)y(x)=g(x)$, então $y(x)=C_1y_1(x)+C_2y_2(x)$ também é solução se, e somente se:

Escolha uma opção:

a. tais C_1 e C_2 não existem

b. $C_1=C_2=\frac{1}{2}$

c. $C_1+C_2=1$ ✔

d. C_1, C_2 são constantes arbitrárias reais.

e. $C_1=0, C_2=1$ ou $C_2=0, C_1=1$

Sua resposta está correta.

A resposta correta é: $C_1+C_2=1$

Questão **9**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Seja $f: \mathbb{R}\to \mathbb{R}$ uma função contínua satisfazendo a seguinte hipótese:

$$
(H) \ \ \ f(x+\pi) = - f(x)\ ,\ \ \ \forall x\in \mathbb{R}\ .
$$

Considere as seguintes afirmações.

(I) A função f é periódica de período 3π.

(II) Todos os coeficientes de Fourier de f de ordem par se anulam, ou seja, $a_0=a_2=a_4=\cdots =0= b_2= b_4 = \cdots$

(III) Se além da hipótese (H) a função f é par, ou seja, satisfaz $f(-x)=f(x)$ para todo x, então $a_0=a_2=a_4=\cdots = 0$ e $b_1=b_2=b_3=\cdots = 0$.

(IV) Se além da hipótese (H) a função f é ímpar, ou seja, satisfaz $f(-x)= -f(x)$ para todo x, então $a_0=a_1=a_2=a_3=\cdots = 0$ e $b_2=b_4=b_6=\cdots = 0$.

Então é correto dizer que:

Escolha uma opção:

a. As quatro afirmações são verdadeiras

b. Apenas (I), (III) e (IV) são verdadeiras

c. Nenhuma das afirmações é verdadeira

d. Apenas (II) e (IV) são verdadeiras

e. Apenas (II), (III) e (IV) são verdadeiras ✔

Sua resposta está correta.

A resposta correta é: Apenas (II), (III) e (IV) são verdadeiras

Questão **10**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Qual é soma da série $\sum\limits_{n=1}^\infty b_n\sin(\pi nx),$ onde $b_n=2\int\limits_0^1(1-x)\sin(\pi n x)dx$?

Escolha uma opção:

a. $S(x)=\left\{\begin{array}{c}1-x-2n, \,\, 2n<x <1+2n,\\ -1+x-2n, \,\, -1+2n<x \leq 2n,\,\, n\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$

b. $S(x)=\left\{\begin{array}{c}1-(x-2n), \,\, 2n<x <2+2n,\\ 0,\,\, x=2n,\,\, n\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$ ✔

c. $S(x)=\left\{\begin{array}{c}1-x-2n, \,\, 2n<x <1+2n,\\ -1+x-2n, \,\, -1+2n<x < 2n,\\ 0,\,\,x=n,\,\, n\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$

d. $S(x)=1-x$

e. $S(x)=1-(x-2n),\,\, 2n\pi<x<2\pi+2n\pi,\,\, n\in\mathbb{Z}$

Sua resposta está correta.

A resposta correta é: $S(x)=\left\{\begin{array}{c}1-(x-2n), \,\, 2n<x <2+2n,\\ 0,\,\, x=2n,\,\, n\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$

Questão **11**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Lembre os tipos das equações:

a) equação linear da \(1^a\) ordem,

b) equação linear homogênea da \(2^a\) ordem,

c) equação linear não homogênea da \(2^a\) ordem,

d) equação linear homogênea da \(3^a\) ordem.

Considere as soluções possíveis das equações lineares:

1) \(y=C_1\cos 2x+C_2\sin 2x, \, C_1,C_2\in \mathbb{R},\)

2) \(y=(e^x+C_1), \, C_1\in\mathbb{R},\)

3) \(y=C_1e^{7x}+C_2 xe^{7x}+2\cos 7x, \, C_1,C_2\in\mathbb{R},\)

4) \(y=C_1+C_2\cos x+C_3\sin x, \, C_1,C_2, C_3\in\mathbb{R}.\)

Estabelece a correspondência entre os tipos das equações e soluções possíveis delas.

Escolha uma opção:

a. a)-2), b)-1), c)-3), d)-3)

b. a)-2), b)-3), c)-4), d)-4)

c. a)-2), b)-3), c)-3), d)-4)

d. a)-1), b)-1), c)-3), d)-4)

e. a)-2), b)-1), c)-3), d)-4) ✔

Sua resposta está correta.

A resposta correta é: a)-2), b)-1), c)-3), d)-4)

Questão **12**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Toda solução particular da equação \(5y''+y'-4y=\dfrac{e^x}{x^2}\) tem forma:

Escolha uma opção:

a. \(y=C_1(x)e^{-x}+C_2(x)e^{\frac{4}{5}x}\) ✔

b. \(y=C_1(x)e^{x}+C_2(x)e^{-\frac{4}{5}x}\)

c. \(y=C_1(x)e^{-x}+C_2(x)e^{\frac{4}{5}x}+\dfrac{e^x}{x^2}\)

d. \(y=C_1e^{-x}+C_2e^{\frac{4}{5}x}+\dfrac{e^x}{x^2}, \,\, C_1,C_2\in\mathbb{R}\)

e. \(y=C_1e^{-x}+C_2e^{\frac{4}{5}x}, \,\, C_1,C_2\in\mathbb{R}\)

Sua resposta está correta.

A resposta correta é: \(y=C_1(x)e^{-x}+C_2(x)e^{\frac{4}{5}x}\)

◄ P1

Seguir para...

SUB ►

1) y: qtde de ^{14}C (t em anos)

$y' = \alpha y \Rightarrow y(t) = y_0 e^{\alpha t}$

$y(5730) = \frac{y_0}{2} \Rightarrow e^{\alpha \cdot 5730} = \frac{1}{2}$

$\alpha \cdot 5730 = -\ln 2$

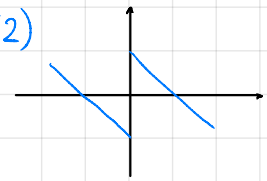
$\alpha = -\frac{\ln 2}{5730}$

$y(t) = 0{,}74\, y_0 \Rightarrow e^{\alpha t} = 0{,}74$

$\alpha t = \ln 0{,}74$

$t = \frac{\ln 0{,}74}{\alpha} = -5730\,\frac{\ln 0{,}74}{\ln 2} = \underline{2489 \text{ anos}}$

2)



$a_0 = a_n = 0$

$f(-x) = -\frac{\pi}{4} - \frac{(-x)}{2} = -\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} = -\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = -f(x) \Rightarrow$ ímpar

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nx\,dx = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)\sin nx\,dx$$

$$= \frac{2}{\pi}\left[\int_0^{\pi}\frac{\pi}{4}\sin nx\,dx - \int_0^{\pi}\frac{x}{2}\sin nx\,dx\right]$$

$$= \frac{2}{\pi}\left[-\frac{\pi}{4}\cos nx\Big|_0^{\pi} + \frac{x}{2}\frac{\cos nx}{n}\Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi}\frac{1}{2}\frac{\cos nx}{n}\,dx\right]$$

$$= \frac{2}{\pi}\left[-\frac{\pi}{4}(\cos(n\pi) - 1) + \frac{\pi\cos(n\pi)}{2n} - \frac{\sin nx}{2n^2}\Big|_0^{\pi}\right]$$

$=$

3) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)\,dx = \frac{a_0^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2 + b_n^2)$

$< \infty \Rightarrow$ converge

(a) $\sum \frac{1}{n^2 \ln^2 n}$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n^2\ln^2 n}}{\frac{1}{n^2}} = \lim_{n\to\infty}\frac{n^2}{n^2\ln^2 n} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{\ln^2 n} = 0 \cdot \sum\frac{1}{n^2}\text{ converge} \Rightarrow \sum\frac{1}{n^2\ln^2 n}\text{ converge}$$ V

b) $\sum \frac{1}{\ln^2 n}$ diverge F

$$\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\ln^2 n}} = \frac{\ln^2 n}{n} \xrightarrow{L'H} \frac{2\ln x \cdot \frac{1}{x}}{1} = \frac{2\ln x}{x} \xrightarrow{L'H} 2\,\frac{\frac{1}{x}}{1} \to 0 \Rightarrow \text{diverge}$$

c) $\sum \frac{1}{\sqrt{n^2+2n+1}}$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{\sqrt{n^2+2n+1}}}{\frac{1}{n}} = \frac{n}{n\sqrt{1+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}}} = 1 \Rightarrow \text{diverge}$$ F

d) $\sum \sin(\frac{1}{n})$

$\frac{\sin(\frac{1}{n})}{\frac{1}{n}} = 1 \Rightarrow$ diverge F

4) $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$

$$y'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n c_n x^{n-1} \Rightarrow xy' = \sum_{n=1}^{\infty} n c_n x^n = \sum_{n=0}^{\infty} n c_n x^n$$

$$y''(x) = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)c_n x^{n-2} \overset{n=k+2}{=} \sum_{k=0}^{\infty}(k+2)(k+1)c_{k+2}x^k$$

$$xy'' = \sum_{n=2} n(n-1)c_n x^{n-1} \overset{n=k+1}{=} \sum_{k=1}^{\infty}(k+1)k\,c_{k+1}x^k = \sum_{k=0}^{\infty}(k+1)k\,c_{k+1}x^k$$

$$y'' + xy'' - 2xy' - 4y = \sum_{n=0}^{\infty}\left((n+2)(n+1)c_{n+2} + (n+1)n\,c_{n+1} - 2nc_n - 4c_n\right)x^n = 0$$

$$\Rightarrow (n+2)(n+1)c_{n+2} + (n+1)n\,c_{n+1} - 2(n+2)c_n = 0$$

$$(n+2)(n+1)c_{n+2} = -(n+1)n\,c_{n+1} + 2(n+2)c_n$$

$$\underline{c_{n+2} = -\frac{n}{n+2}c_{n+1} + \frac{2}{n+1}c_n}$$

5) $y' = x(1+y) \Rightarrow \frac{dy}{1+y} = x\,dx$

$\Rightarrow \ln|1+y| = \frac{x^2}{2} + C$

$|1+y| = Ce^{\frac{x^2}{2}}$

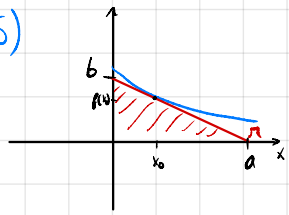
$y(x) = Ce^{\frac{x^2}{2}} - 1$

(I) $C<0 \Rightarrow y'(x) = Cxe^{\frac{x^2}{2}} < 0$, $x>0 \Rightarrow$ pode ser decrescente F

(II) $y(0) = -1 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow y(x) = -1$ V

(III) $C>0 \Rightarrow Ce^{\frac{x^2}{2}} > 0 \Rightarrow y(x) > -1, \forall x$
$C<0 \Rightarrow Ce^{\frac{x^2}{2}} < 0 \Rightarrow y(x) < -1, \forall x$
$\Big\} \nexists C$ tq $y(x_1) = 10$ e $y(x_2) = -10$ F

6)



$\pi: y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$

$(a,0) \Rightarrow 0 - f(x_0) = f'(x_0)\cdot(a - x_0)$

$(a - x_0) = -\frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$

$a = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = x - \frac{f}{f'}$

$(0,b) \Rightarrow b - f(x_0) = f'(x_0)\cdot(-x_0)$

$b = f(x_0) - x_0 \cdot f'(x_0) = f - xf'$

(I) $A = \frac{ab}{2} = C \Rightarrow \left(x - \frac{y}{y'}\right)\left(y - xy'\right) = C$

$\Rightarrow xy - x^2y' - \frac{y^2}{y'} + xy = C$

$\Rightarrow x^2y' - (2xy - C) + \frac{y^2}{y'} = 0$

$\Rightarrow \underline{x^2(y')^2 - (2xy - C)y' + y^2 = 0}$ V

(II) $f(x) = x^{-1} \Rightarrow f'(x) = -x^{-2}$

$a = x - \frac{x^{-1}}{-x^{-2}} = 2x$

$b = x^{-1} - x\cdot(-x^{-2}) = \frac{2}{x}$

$\Big\} A = \frac{ab}{2} = \frac{2x\cdot\frac{2}{x}}{2} = 2$ (cte) V

(III) $\psi(x) = a\varphi(ax) \Rightarrow \psi'(x) = a^2\varphi'(ax)$

$\Rightarrow x^2\cdot\left(a^2\varphi'(ax)\right)^2 - \left(2x\cdot a\varphi(ax) - c\right)\cdot a^2\varphi'(ax) + a^2\varphi^2(ax) =$

$= a^4\left(x^2(\varphi'(ax))^2\right) - a^2\left(a\cdot 2x\,\varphi(ax) - c\right)\varphi'(ax) + a^2\cdot\varphi^2(ax)$

$=$

-7) $y' = -1 - \frac{y}{x} \Rightarrow (1+\frac{y}{x}) + y' = 0$

$\Rightarrow (x+y)\,dx + x\,dy = 0$ é exata

$F(x,y) = \frac{x^2}{2} + xy$ é potencial

$\frac{x^2}{2} + xy = C \Rightarrow xy = C - \frac{x^2}{2}$

$y(x) = \frac{C}{x} - \frac{x}{2}$

$y' = -\frac{7}{2x^2} - \frac{1}{2}$

$-1 - \frac{y}{x} = -1 - \frac{7}{2x^2} + \frac{1}{2}$

$= -\frac{7}{2x^2} - \frac{1}{2}$

$y(1) = 3 \Rightarrow C - \frac{1}{2} = 3 \Rightarrow C = \frac{7}{2}$

$y(x) = \frac{7}{2x} - \frac{x}{2}$

$y(2) = \frac{3}{4} \Rightarrow (2; \frac{3}{4}) \in C$

-8) $(C_1y_1 + C_2y_2)'(x) + p(x)\cdot(C_1y_1 + C_2y_2)(x) = g(x)$

$C_1y_1' + C_1py_1 + C_2y_2' + C_2py_2 = g(x)$

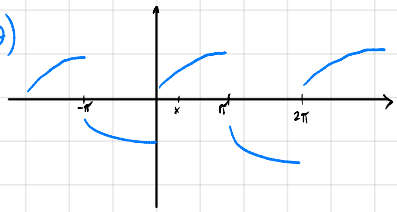
$C_1\left(y_1'(x) + p(x)y_1(x)\right) + C_2\left(y_2'(x) + p(x)y_2(x)\right) = g(x)$

$C_1g(x) + C_2g(x) = g(x)$

$(C_1 + C_2)g(x) = g(x)$

$\Leftrightarrow C_1 + C_2 = 1$

-9)



$f(0+\pi) = -f(0) \Rightarrow f(\pi) = -f(0)$

$f(-\pi+\pi) = -f(-\pi) \Rightarrow f(-\pi) = -f(0)$

(I) $f(x+2\pi) = -f(x+\pi) = f(x) \Rightarrow T = 2\pi$ F

(II) $a_{2k} = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos(2kx)\,dx = \frac{1}{\pi}[$

-10) $b_n = 2\int_0^1 (1-x)\operatorname{sen}(n\pi x)\,dx = \int_0^1 (1-x)\operatorname{sen}(n\pi x)\,dx + \int_0^1 (1-x)\operatorname{sen}(n\pi x)\,dx$

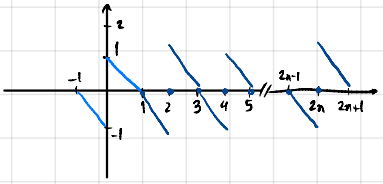
$u = -x,\ du = -dx$

$= \int_0^1 (1-x)\operatorname{sen}(n\pi x)\,dx + \int_0^{-1} (1+u)\operatorname{sen}(-n\pi u)(-du)$

$= \int_0^1 (1-x)\operatorname{sen}(n\pi x)\,dx - \int_{-1}^0 (1+u)\operatorname{sen}(n\pi u)\,du$

$= \int_0^1 (1-x)\operatorname{sen}(n\pi x)\,dx + \int_{-1}^0 (-1-x)\operatorname{sen}(n\pi x)\,dx$

$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -1-x, & -1 < x < 0 \\ 1-x, & 0 < x < 1 \end{cases}$



-11) a - 2

b - 1

c - 3

d - 4

-12) $5y'' + y' - 4y = \frac{e^x}{x^2}$

$5\lambda^2 + \lambda - 4 = 0$

$\lambda = \frac{-1 \pm \sqrt{1+80}}{10} = \frac{-1 \pm 9}{10}$ $\begin{matrix} -1 \\ 8/10 = 4/5 \end{matrix}$

$y_p(x) = \frac{e^x}{x^2} \Rightarrow y_p' = \frac{e^x}{x^2} + e^x\left(\frac{-2}{x^3}\right) = \frac{e^x}{x^2} - \frac{2e^x}{x^3}$

$y_p'' = \frac{e^x}{x^2} - \frac{2e^x}{x^3} - 2\left(\frac{e^x}{x^3} - \frac{3e^x}{x^4}\right) = \frac{e^x}{x^2} - \frac{4e^x}{x^3} + \frac{6e^x}{x^4}$

Var. dos Params.:

$y_p(x) = u_1(x)\cdot e^{-x} + u_2(x)\,e^{\frac{4}{5}x}$

2) $a_0 = a_n = 0$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{0}\left(-\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)\operatorname{sen}(nx)\,dx + \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\pi}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)\operatorname{sen}(nx)\,dx$$

$$= -\frac{2\operatorname{sen}(n\pi) - n\pi\cos(n\pi) - n\pi}{4n^2\pi} - \frac{2\operatorname{sen}(n\pi) - n\pi\cos(n\pi) - n\pi}{4n^2\pi}$$

$$= \frac{n\pi\left(\cos(n\pi)+1\right)}{2n^2\pi} = \frac{\cos(n\pi)+1}{2n} = \begin{cases} 1/n, & n \text{ par} \\ 0, & n \text{ ímpar} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S(x) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\operatorname{sen}(2nx)}{2n}$$

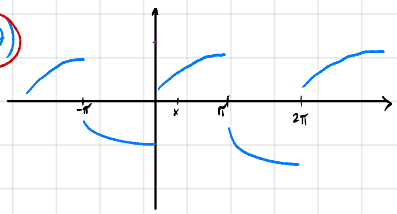
6) (III) $\varphi(x)$ é sol. $\Rightarrow \exists C>0$ tq

$$x^2\varphi'^2 - (2x\varphi - C)\varphi' + \varphi^2 = 0$$
$$x^2\varphi'^2 - 2x\varphi\varphi' - C\varphi' + \varphi^2 = 0$$
$$C = x^2\varphi' - 2x\varphi + \frac{\varphi^2}{\varphi'}$$
$$C(\varphi(ax)) = x^2 a\varphi' - 2xa\varphi + \frac{a^2\varphi^2}{a\varphi'} \Rightarrow \frac{C(\varphi(ax))}{a}$$

$\Psi(x) = a\varphi(ax) \Rightarrow \Psi' = a\cdot(\varphi(ax))'$

$$\Rightarrow x^2a^2\varphi'^2 - (2x\cdot a\varphi - C)\cdot a\varphi' + a^2\varphi^2$$
$$a^2\cdot x^2\varphi'^2 - a^2\left(2x\varphi - \frac{C}{a}\right)\varphi' + a^2\varphi^2$$
$$a^2\left(x^2\varphi'^2 - \left(2x\varphi - \frac{C}{a}\right)\varphi' + \varphi^2\right)$$
$$a^2\left(x^2a^2\varphi'^2 - \left(2xa\varphi - x^2a\varphi' - 2xa\varphi + a\frac{\varphi^2}{\varphi'}\right)a\varphi' + a^2\varphi^2\right)$$
$$= 0$$

9)



$f(0+\pi) = -f(0) \Rightarrow f(\pi) = -f(0)$
$f(-\pi+\pi) = -f(-\pi) \Rightarrow f(-\pi) = -f(0)$

(I) $f(x+2\pi) = -f(x+\pi) = f(x) \Rightarrow T = 2\pi$ F

(II) $a_{2k} = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos(2kx)\,dx$

$$\Rightarrow \pi a_{2k} = \int_{-\pi}^{0} f(x)\cos(2kx)\,dx + \int_{0}^{\pi} f(x)\cos(2kx)\,dx$$

$u = x-\pi,\ du = dx$

$$= \int_{-\pi}^{0} f(x)\cos(2kx)\,dx + \int_{-\pi}^{0} f(u+\pi)\cos(2ku - 2k\pi)\,du$$
$$= \int_{-\pi}^{0} f(x)\cos(2kx)\,dx + \int_{-\pi}^{0} -f(u)\cdot\cos(2ku)\,du$$
$$= 0$$

Analogamente, $b_{2k} = 0$ V

(III) f par $\Rightarrow b_n = 0$ V

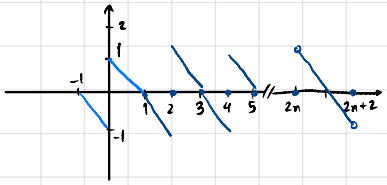
(IV) f ímpar $\Rightarrow a_n = 0$ V

10) $$b_n = 2\int_0^1 (1-x)\operatorname{sen}(n\pi x)\,dx = \int_0^1 (1-x)\operatorname{sen}(n\pi x)\,dx + \int_0^1 (1-x)\operatorname{sen}(n\pi x)\,dx$$

$u = -x,\ du = -dx$

$$= \int_0^1 (1-x)\operatorname{sen}(n\pi x)\,dx + \int_0^{-1} (1+u)\operatorname{sen}(-n\pi u)(-du)$$
$$= \int_0^1 (1-x)\operatorname{sen}(n\pi x)\,dx - \int_{-1}^{0} (1+u)\operatorname{sen}(n\pi u)\,du$$
$$= \int_0^1 (1-x)\operatorname{sen}(n\pi x)\,dx + \int_{-1}^{0} (-1-x)\operatorname{sen}(n\pi x)\,dx$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -1-x, & -1<x<0 \\ 1-x, & 0<x<1 \end{cases}$$



$1-(x-2n)$

$\varphi(x) = \frac{1}{x}$

$\Psi_a(x) = a\varphi(ax) = a\cdot\frac{1}{ax} = \frac{1}{x}$