MAT2456 - Cálculo Diferencial e Integral para Engenharia IV
Escola Politécnica - 1ª Prova - 11/09/2018

Tipo A

Nome : ____

NºUSP : ____

Professor(a) : ______________________________ Turma : _______

Instruções:

- Cada questão possui uma única alternativa correta;
- **Assinale a caneta no quadro abaixo as respostas de cada questão**;
- Não serão analisadas respostas das questões nas demais folhas;
- O gabarito do aluno (última folha) pode ser levado para casa. **As demais folhas devem ser entregues!**

Questão	**Resposta**
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
NOTA	

1ª Questão: Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências numéricas e considere as seguintes afirmações:

I) Se $a_n \to a$ e $a_n > 0$ então $a > 0$.

II) Se $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(a_n - b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são convergentes então $(a_n.b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é convergente.

III) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é decrescente e $(-1)^n a_n$ converge então $a_n \to 0$.

São afirmações corretas:

a) apenas (II).

b) apenas (III).

c) apenas (II) e (III).

d) (I), (II) e (III).

2ª Questão: Considere a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^p \frac{n!}{n^n},$$

onde $p \in \mathbb{R}$.

Quanto a sua convergência, é correto afirmar que:

a) a série diverge se e somente se $p \geq 1$.

b) a série diverge para todo $p \in \mathbb{R}$.

c) a série converge se e somente se $p < 0$.

d) a série converge para todo $p \in \mathbb{R}$.

3ª Questão: Considere a série

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{(x-2)^{2n}}{4^n\left(1+\frac{1}{n}\right)^{2n^2}}\,.$$

O conjunto dos valores de $x \in \mathbb{R}$ para os quais a série converge é:

a) $[2-2e, 0]$.

b) $]2-2e, 2+2e[$.

c) $]2-4e^2, 2+4e^2[$.

d) $[2-4e^2, +\infty[$.

4ª Questão: Sejam (A) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ e (B) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ duas séries com termos não-negativos. Considere a série (C) $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n - b_n)$. Assinale a alternativa **falsa**.

a) Se as séries (A) e (B) divergem, então a série (C) diverge.

b) Se as séries (A) e (B) divergem, então a série (C) pode convergir ou divergir.

c) Se a série (A) converge e a série (B) diverge, então a série (C) diverge.

d) Se as séries (A) e (B) convergem, então a série (C) converge.

5ª Questão: Considere as séries

$$(A)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{3\cdot 5\cdot 7\cdots(2n+1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdots(3n-1)}$$

e

$$(B)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{n+1}{(n+1)\sqrt{n+1}-1}.$$

Assinale a alternativa verdadeira.

a) Ambas as séries convergem condicionalmente.

b) A série (A) converge condicionalmente e a série (B) converge absolutamente.

c) A série (A) converge absolutamente e a série (B) converge condicionalmente.

d) A série (A) diverge e a série (B) converge condicionalmente.

6ª Questão: Considere a série

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\sin^{p}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n^2}\right),$$

onde $p \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa verdadeira.

a) A série converge se e somente se $p > 0$.

b) A série converge se e somente se $p \neq 0$.

c) A série converge se e somente se $p > 2$.

d) A série converge se e somente se $p > 1$.

7ª Questão: Considere a série

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + nx^2}$$

e assinale a alternativa verdadeira.

a) Se $x \in [-1/2, 1/2]$ então a série converge.

b) A série converge se e somente se $x = 0$.

c) Se $x < -1/2$ a série converge absolutamente.

d) Se $x < -1/2$ a série converge condicionalmente.

8ª Questão: Considere a série

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{1}{n \log^p(n)},$$

onde $p \in \mathbb{R}$.

Assinale a alternativa verdadeira.

a) A série diverge para todo $p \in \mathbb{R}$.

b) A série converge se e somente se $p > 0$.

c) A série converge para todo $p \in \mathbb{R}$.

d) A série converge se e somente se $p > 1$.

$9^{\underline{a}}$ Questão: Considere a série $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ tais que $a_n > 0$ para todo $n \in \mathbb{N}$, e sejam $S_n = \sum_{k=0}^{n} a_n$ suas somas parciais. Assinale a alternativa verdadeira.

a) Se a série $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge, então a série $\sum_{n=0}^{\infty}(1/S_n)$ converge.

b) Se a série $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge, então a série $\sum_{n=0}^{\infty}(1/S_n)$ diverge.

c) Se a série $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge, então a série $\sum_{n=0}^{\infty}(1/S_n)$ diverge.

d) Se a série $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge, então a série $\sum_{n=0}^{\infty}(1/S_n)$ converge.

$10^{\underline{a}}$ Questão: Considere a série

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n^2}}{2n^3 + 200\arctan(n) - 1}$$

e sua soma parcial

$$S_N = \sum_{n=1}^{N} \frac{(-1)^{n^2}}{2n^3 + 200\arctan(n) - 1}.$$

O menor valor de $N \in \mathbb{N}$ para o qual $|S - S_N| \leq 10^{-3}$ é:

a) $N = 6$.

b) $N = 7$.

c) $N = 5$.

d) $N = 8$.

11ª Questão: Considere as sequências $(a_n)_{n\geq 1}$ e $(b_n)_{n\geq 1}$ definidas por

- $a_n = \dfrac{n}{(\ln n)^{\ln n}}$
- $b_n = \dfrac{e^{-\frac{1}{n}}}{n^2 \cos(\frac{\pi n}{2}) + n^2 + 1}$

Assinale a alternativa verdadeira.

a) Ambas as sequências são convergentes.

b) $(a_n)_{n\geq 1}$ diverge e $(b_n)_{n\geq 1}$ converge.

c) Ambas as sequências são divergentes.

d) $(a_n)_{n\geq 1}$ converge e $(b_n)_{n\geq 1}$ diverge.

12ª Questão: Considere a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1 - \cos(\frac{1}{n})}{n^p},$$

onde $p \in \mathbb{R}$.

Quanto a sua convergência, é correto afirmar que:

a) Se $-2 < p \leq -1$ então a série converge condicionalmente.

b) Se $p > -2$ então a série converge.

c) Se $p > -1$ então a série converge absolutamente.

d) Se $-2 < p \leq 0$ então a série diverge.

MAT2456 - Cálculo Diferencial e Integral para Engenharia IV
Escola Politécnica - 1ª Prova - 11/09/2018

Tipo A

Nome : ____

NºUSP : ____

GABARITO DO ALUNO

Questão	**Resposta**
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

MAT2456 – Cálculo Diferencial e Integral para Engenharia IV
Escola Politécnica - Prova 1 - 11/09/2018

Gabarito

Tipo A

Questão	**Resposta**
1	c
2	d
3	b
4	a
5	c
6	d
7	a
8	d
9	b
10	a
11	d
12	a ou b ou c