MAP 3121 - Métodos Numéricos e Aplicações

PREC - 23/07/2019 - Duração: 2 horas e 15 minutos

Questão 1 (2.5 pontos)
Determine decomposição LU da matrix

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 7 \\ 7 & -1 & 0 \\ -1 & 7 & -1 \end{bmatrix}$$

(ou de A com linhas permutadas), com L triangular inferior e U triangular superior. A seguir use esta decomposição para avaliar $A^{-1}x$ onde $x^t = (1.0, 1.0, 1.0)$. Todas sua contas devem ser feitas com aritmética de ponto flutuante com 2 algarismos significativos!

Questão 2 (2.5 pontos)
Mostre que a menor raiz da função

$$f(x) = e^x \cos x + 1$$

se localiza no intervalo $[0, 2]$. Determine um intervalo da forma $[a, 2]$ tal que para qualquer valor inicial x_0 neste intervalo a sequência gerada pelo método de Newton a partir de x_0 converge para esta raiz. Calcule a raiz com erro menor que $\delta = 0.001$ usando o método de Newton a partir de $x_0 = 2$.

Questão 3 (2.5 pontos)
Aproxime $\ln 2 = \int_1^2 1/x \; dx$ pelo método de n-trapézios, com n= 1, 2 e 4. Como a integral é o limite quando o espaçamento h da fórmula dos trapézios tende a zero, use o seguinte procedimento para melhorar as aproximações: construa o polinômio interpolador de grau 2 da tabela $(h_n, T(h_n))$, onde $T(h_n)$ é a aproximação por n-trapézios e h_n é o respectivo passo, e use-o para melhorar a estimativa de $\ln 2$. Use a forma de Newton para obter o polinômio interpolador.

Questão 4 (2.5 pontos)
Sabendo que os polinômios $p_0(t) = 1$, $p_1(t) = t$ e $p_2(t) = t^2 - 1/3$ são ortogonais em relação ao produto interno $< f, g >= \int_{-1}^{1} f(t)g(t) \; dt$, determine $q_0(x)$, $q_1(x)$ e $q_2(x)$, base ortogonal do espaço de polinômios de grau menor ou igual a 2 em relação ao produto interno $< f, g >= \int_0^3 f(x)g(x) \; dx$. Determine a_0, a_1 e a_2 tal que $p(x) = a_0q_0(x) + a_1q_1(x) + a_2q_2(x)$ seja a melhor aproximação de $f(x) = x^2$ por polinômios de grau menor ou igual a 2 em $[0, 3]$ pelo MMQ (em relação ao produto interno dado).

Scanned by CamScanner