# PROBABILIDADE – RESUMO E EXERCÍCIOS* P1

**Exercícios de provas anteriores escolhidos para você estar preparado para qualquer questão na prova. Resoluções grátis em simplificaaulas.com*

## *Conceitos e Fundamentos*

Estudamos **probabilidade** com a intenção de prevermos as possibilidades de ocorrência de uma determinada situação ou fato.

### Experimento aleatório

Um experimento é considerado aleatório quando suas ocorrências podem apresentar resultados diferentes.

### Espaço amostral

O espaço amostral (S) determina as possibilidades de resultados. No caso do lançamento de uma moeda o conjunto do espaço amostral é dado por: S = {cara, coroa}.

### Evento

Na probabilidade a ocorrência de um fato ou situação é chamado de evento. Um exemplo pode acontecer ao lançarmos uma moeda três vezes, é obtermos como resultado do evento o seguinte conjunto:

E = {Cara, Coroa, Cara}

Esse evento é subconjunto do espaço amostral.

### Razão de probabilidade

A razão de probabilidade é dada pelas possibilidades de um evento ocorrer levando em consideração o seu espaço amostral. Essa razão que é uma fração é igual ao número de elementos do evento sobre o número de elementos do espaço amostral.

$$P(A)=\frac{n_A}{n}$$

**A probabilidade normalmente é representa por uma fração, cujo seu valor sempre estará entre 0 e 1, ou seja:**

**0 ≤ P(E) ≤ 1**

**Podemos também representar a probabilidade com um número decimal ou em forma de porcentagem (%).**

**Fórmulas importantes:**

$$P(A)=\frac{n_A}{n}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

Se A e B são independentes, então: $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

Se $A_1, A_2, \ldots A_n$ é uma partição de S, com $P(A_i)>0$, para todo $i$ e B um evento de S com $P(B)>0$, então:

$$P(A_i|B)=\frac{P(B|A_i)\cdot P(A_i)}{\sum_{i-1}^{n} P(B|A_i)\cdot P(A_i)},\quad \mathrm{i}=1,2\ldots\mathrm{n}$$

**Variáveis Aleatórias Discretas e Contínuas**

**Propriedades:**

$0 \le P(X=x) \le 1$ **e** $\sum_x P(X=x)=1;$

**Valor esperado (média):**

X discreta: $\mu = E(X) = \sum_i x_i P(x_i)$

X contínua: $\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$

**Propriedades:** $\begin{cases} E(X+b) = E(X) + b \\ E(a \cdot X) = a \cdot E(X) \\ E(a \cdot X + b) = a \cdot E(X) + b \end{cases}$

**Variância:**

X discreta: $Var(X) = \sum_i x_i^2 P(x_i) - \mu^2$

X contínua: $Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx - \mu^2.$

**Adicionalmente:** $Var(X) = \sum_x [x - E(X)]^2 \cdot P(X = x)$

**Propriedades:** $\begin{cases} V(X+b) = V(X) \\ V(a \cdot X) = a^2 \cdot V(X) \\ V(a \cdot X + b) = a^2 \cdot V(X) \end{cases}$

**Função de Distribuição Acumulada (soma as probabilidades até um certo x)**

$F(x) = P(X \leq x)$

a) X discreta: $F(x) = \sum_{x_i \leq x} P(x_i)$

b) X contínua: $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x) dx$

**Formulário da prova:**

**Probabilidade** (espaço amostral $S$, eventos $A, B, \ldots$): $\mathbb{P}(A) \geq 0$; $\mathbb{P}(S) = 1$; $\mathbb{P}(\cup_i A_i) = \sum_i \mathbb{P}(A_i)$ para eventos $A_i$ disjuntos. **Probabilidade condicional**: $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A \cap B)/\mathbb{P}(B)$. Temos: $\mathbb{P}(A) = \sum_i \mathbb{P}(A|B_i)\mathbb{P}(B_i)$ se $\{B_i\}$ formam uma partição de $S$. Eventos $A_1, \ldots, A_n$ são **independentes** se $\mathbb{P}(A_{i_1} \cap \cdots \cap A_{i_k}) = \mathbb{P}(A_{i_1}) \times \cdots \times \mathbb{P}(A_{i_k})$ para qualquer escolha de $i_1, \ldots, i_k$. Número de possíveis escolhas ordenadas de $k$ elementos entre $n$ elementos: $n!/(n-k)!$. Número de possíveis escolhas não-ordenadas de $k$ elementos entre $n$ elementos (combinações): $n!/(k!(n-k)!) = \binom{n}{k}$.

**Variável aleatória**: função de $S$ para números reais. Variável aleatória $X$ pode ser discreta (por exemplo, valores são números inteiros); nesse caso sua **distribuição** é caracterizada pela função $\mathbb{P}(X = x)$ para todo valor $x$ de $X$. Variável aleatória pode ser contínua (por exemplo, valores formam intervalo dos reais); nesse caso sua distribuição é caracterizada pela **densidade** $f_X(x)$, definida como a derivada de $F_X(x)$, onde $F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$ é a **função de distribuição cumulativa** de $X$ ($F_X(x)$ é não-decrescente, tende a 0 para $x \to -\infty$, e tende a 1 para $x \to \infty$). Portanto $f_X(x) = d\mathbb{P}(X \leq x)/dx$ e $\mathbb{P}(\alpha \leq X \leq \beta) = \int_\alpha^\beta f_X(x)dx$.

**EXERCÍCIOS (vídeos de resoluções destes exercícios grátis em simplificaaulas.com)**

**1) (P1 2016)** No lançamento de três moedas, um jogador recebe R$1,00 se o número de coroas é igual a 2, recebe R$8,00 se o número de coroas é igual a 3 e não recebe nada caso contrário. A probabilidade do jogador receber menos de R$7,00 quando lançou as três moedas uma única vez vale:

a) 1/2.

b) 7/8.

c) 2/3.

d) 1/8.

e) 1/5.

**2) (P1 2016)** Jogando-se três dados simultaneamente sabe-se que não resultam pontos coincidentes em nenhum deles. Qual a probabilidade de que a soma dos pontos seja igual a sete?

a) 3/21.

b) 1/20.

c) 5/18.

d) 7/18.

e) 2/20.

**3) (P1 2016)** Uma usina hidrelétrica possui duas unidades geradoras G1 e G2. Devido a problemas de manutenção e eventuais defeitos de funcionamento das turbinas, as probabilidades que em uma dada semana, as unidades 1 e 2 estejam paradas (eventos que chamamos de E1 e E2) são respectivamente 0,1 e 0,2. Em uma semana de verão existe uma probabilidade de 10% que o tempo esteja extremamente

**quente, com temperatura média acima de 35 ◦C; chamemos esse evento de H, de forma que a demanda de potência para ar condicionado aumenta consideravelmente. O desempenho da hidrelétrica pode ser classificado de acordo com a sua capacidade de suprir a demanda de potência em uma semana qualquer da seguinte maneira: Satisfatória (S) – se ambas as unidades estão funcionando e temperatura média abaixo de 35 ◦C; Crítica (C) – se uma das unidades está parada e temperatura média está acima de 35 ◦C; Marginal (M) – em todos os outros casos. Fazendo a hipótese de independência estatística de H e, E1 e E2, a probabilidade P(M) é aproximadamente**

**a) 0,03.**

**b) 0,25.**

**c) 0,32.**

**d) 0,65.**

**e) 0,80.**

**4) (P1 2016) Um experimento é definido pelo lançamento de uma moeda duas vezes consecutivas. O experimento foi repetido um número suficientemente grande de vezes e descobriu-se que o resultado “2 caras” tem probabilidade 21% maior do que o evento “2 coroas”. A probabilidade de obter “coroa” em um lançamento simples da moeda é:**

**a) 3/5.**

**b) 11/21.**

**c) 5/21.**

**d) 79/100.**

**e) 10/21.**

**5) (P1 2016)** Sabe-se que a probabilidade de a intensidade de radiação solar atingir um certo nível máximo é 1/4 para dias chuvosos e 7/8 para dias não chuvosos. Sabe-se também que para uma certa localidade a probabilidade de dia chuvoso é 9/25. Qual a probabilidade de ocorrer esse valor máximo de radiação solar?

a) 0,09.

b) 0,65.

c) 0,56.

d) 0,78.

e) 0,25.

**6) (P1 2016)** O gerente de um clube calculou que a probabilidade de receber 1000 visitantes ou mais em qualquer domingo de julho depende da temperatura máxima desse dia e varia de acordo com a seguinte tabela:

| Temperatura (°C) | Probabilidade de 1000 ou mais visitantes | Probabilidade de temperatura |
|---|---|---|
| <20 | 0,25 | 0,20 |
| 20 – 25 | 0,50 | 0,25 |
| 25 – 30 | 0,75 | 0,30 |
| >35 | 0,75 | 0,25 |

Num certo domingo o clube recebe mais de 1000 visitantes. Qual a probabilidade aproximada de que a temperatura ficou entre 25-30 oC?

a) 47/80.

b) 3/4.

c) 3/10.

d) 18/47.

e) 1/5.

**7) (P1 2016)** Um indivíduo possui 3 contas de e-mail (A, B e C) sendo que, de todas as mensagens que ele recebe, 60% vão para a conta A e 30% vão para a conta B. A fração de mensagens de spam é diferente em cada conta: 1% na conta A, 2% na conta B e 5% na conta C. A probabilidade de uma mensagem ao acaso não ser spam é igual a:

a) 0,993.

b) 0,988.

c) 0,983.

d) 0,978.

e) 0,973.

**8) (P1 2016)** O IPEM fez uma amostra de combustível em postos de gasolina. Sabe-se que 5% dos postos tem combustível adulterado. O teste do IPEM detecta adulteração em 90% dos casos em que a gasolina está adulterada.

Em 5% dos casos erra e indica adulteração quando a gasolina está boa. Uma amostra ao acaso é testada e indica adulteração. Qual a chance da gasolina estar realmente adulterada?

a) 0,9000.

b) 0,0925.

c) 0,4865.

d) 0,0450.

e) 0,9800.

**9) (P1 2016)** **Beatriz esqueceu sua senha do banco. Felizmente, ela sabe que a senha é uma de N possíveis que ela anotou em um papel. Ela faz diversas tentativas de acessar sua conta, testando uma senha diferente a cada vez. Qual é a probabilidade de que ela consiga acertar a senha na k-ésima tentativa, para k = 1;2; ....;N?**

a) $\frac{k}{N}$

b) $\frac{k}{N(N-1)}$

c) $\frac{1}{N}$

d) $\frac{k}{N+1}$

e) $\frac{k(k-1)}{N\,(N-1)}$

**10) (P1 2016)** **Seja X uma variável aleatória discreta com distribuição de probabilidade dada por P[X = x] = ax para** $x \in \{0,1,2,3,4,5\}$**, sendo a uma constante. O valor de P(X > 2) é:**

a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{2}{5}$

c) $\frac{4}{5}$

d) $\frac{3}{5}$

e) $\frac{3}{4}$

**11) (P1 2016) Dada a função densidade de probabilidade $f_x(x)$= 0,25 para 0 < x < a, qual é a probabilidade de x > a/2 dado que x > a/4?**

**a) 1/4.**

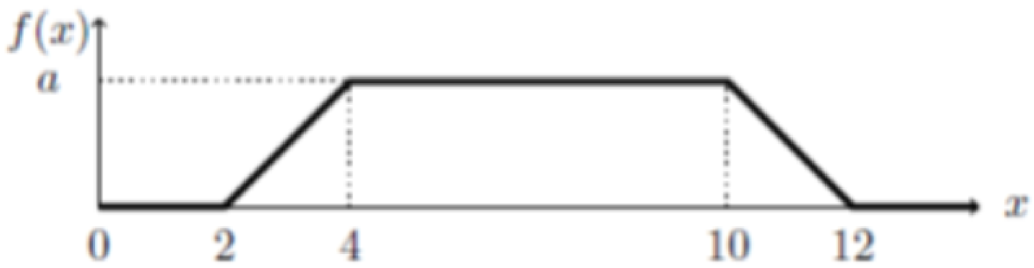
**b) 1/6.**

**c) 2/7.**

**d) 1/3.**

**e) 2/3.**

**12) (P1 2016) Um sistema é constituído de três componentes idênticos. Sabe-se que se pelo menos dois componentes devem funcionar para que o sistema opere corretamente. Considere que cada componente opera de forma independente dos demais. Qual a probabilidade de o sistema operar por mais de 9 mil horas? O tempo de vida X de cada componente é expresso pela função densidade de probabilidade apresentada abaixo, onde x é expresso em mil horas.**




**a)** $a^2(1-a)$

**b)** $\frac{1}{16}$

**c)** $\frac{5}{32}$

**d)** $a(1-a)^2$

**e)** $\frac{3}{4}$

**13) (P1 2015.1) A função densidade de X é dada por**

$$f(x) = \begin{cases} 1 & se\ 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

**Considere Y=e^X.**

**a) (0,5) Calcule P($e^x$≤ 1,7).**

**b) (1,0) Determine a função densidade acumulada de Y.**

**c) (1,0) Determine a função densidade de probabilidade de Y.**

**14) (P1 2015.1) O tempo de vida, em horas, do chip de um computador é uma variável aleatória, com função densidade de probabilidade dada por:**

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{k}{x^2} & x > 100 \\ 0 & x \leq 100 \end{cases}$$

a) **Encontre k de forma que f(x) seja uma função densidade de probabilidade.**
b) **Qual a probabilidade de um chip durar mais do que t horas?**
c) **Qual a probabilidade de que exatamente 2 de 5 chips tenham que ser trocados na primeiras 150 horas de operação? Suponha que os eventos em que o chip i tem que ser substituído dentro desse intervalos sejam mutuamente independentes.**

**15) (P1 2016) Considere o experimento de lançamento de dois dados honestos. Seja X igual à diferença entre os dois valores obtidos nos lançamentos.**

**Considere as seguintes proposições:**

1) $P(X = -x) = P[X = x]$.
2) $P[X = 3] = P[X = 4] + P[X = 5]$.
3) $P[X = x] = P[X = x - 1] + \frac{1}{36}\ para\ x\ positivo$.
4) $P(X > 1) = 1 - P[X < 1]$.

**Quais as proposições estão corretas?**

a) **Apenas 2.**
b) **Apenas 3 e 4.**
c) **Apenas 1, 2, 3.**
d) **Apenas 1,3, 4.**
e) **Apenas 1 e 2.**

**16) (P1 2016) Em um depósito contendo centenas de frascos de produtos cosméticos sabe-se que 1/3 dos produtos estão fora de especificação. São selecionados aleatoriamente 3 frascos para verificação do produto. Seja X o número de frascos dentre os selecionados que estão fora da especificação.**

**Considere as seguintes proposições:**

1) **A probabilidade de que um dos frascos esteja fora de especificação é maior que a probabilidade de que nenhum esteja fora da especificação.**
2) $P(X > 1) < P[X = 1]$.
3) $P[X = 1] = 2P[X = 2]$.
4) $P[X = 0] = P[X = 3]$.

**Quais as proposições estão corretas?**

a) **Apenas 2.**
b) **Apenas 2 e 4.**
c) **Apenas 1, 2 e 3.**
d) **Apenas 1, 2 e 4.**
e) **Apenas 1, 3 e 4.**

**17) (P1 2015.2) Dois dados são jogados. Suponha que os 36 possíveis resultados sejam equiprováveis. Considere as seguintes variáveis aleatórias:**

**W é igual ao número de pontos no primeiro dado;**

**X é igual ao número de pontos no segundo dado;**

$$Y = (W - 3)^2$$

$$Z = \min(W, X)$$

a) **Determine as funções probabilidade de Y e Z.**
b) **Determine P(Z=2/Y=4).**