

Exercícios para a P₃

1) (ex 9 - Cap 6 - Costa Neto)

i	x _i	F(x _i)	G(x _i) _{dest}	G(x _i) _{dir}	dest	dir
1	0,3	0,25	0	0,125	0,25	0,125
2	0,5	0,39	0,125	0,25	0,14	0,14
3	0,6	0,45	0,25	0,375	0,20	0,075
4	0,6	0,45	0,375	0,5	0,05	0,05
5	1,0	0,63	0,5	0,625	0,005	0,005
6	1,2	0,70	0,625	0,75	0,05	0,05
7	1,8	0,83	0,75	0,875	0,045	0,045
8	2,0	0,86	0,875	1,0	0,015	0,14

$\lambda = \frac{1}{x} = 1$

$\bar{x} = 1, \quad \sigma = 0,62$

$F(x_1) = 1 - e^{-0,3} = 0,25$

$F(x_2) = 1 - e^{-0,5} = 0,39$

$F(x_3) = 1 - e^{-0,6} = 0,45$

$F(x_4) = 1 - e^{-0,6} = 0,45$

$F(x_5) = 1 - e^{-1} = 0,63$

$F(x_6) = 1 - e^{-1,2} = 0,70$

$F(x_7) = 1 - e^{-1,8} = 0,83$

$F(x_8) = 1 - e^{-2} = 0,86$

$d_{calc} = 0,25$

Supondo $\alpha = 5\%$, $d_{calc} < d_{crit} = 0,454 \Rightarrow$ não rejeita H₀ : os tempos de carga obedecem a uma distribuição exponencial.

2) (ex 1 - Bloco 16 - Veduca)

Utilizaremos o teste ANOVA com uma classificação para verificar se há igualdade entre as médias

$n = 5; k = 3$

Local A		Local B		Local C	
x _i	x _i ²	x _i	x _i ²	x _i	x _i ²
0,56	0,314	0,72	0,518	0,62	0,384
1,12	1,254	0,69	0,476	1,08	1,166
0,90	0,81	0,87	0,757	1,07	1,445
1,07	1,445	0,78	0,608	0,99	0,980
0,94	0,884	0,91	0,828	0,93	0,865
T _i : 4,59	—	3,97	—	4,69	—
Q _i : —	4,406	—	3,188	—	4,541
T _i ² : 21,068	—	15,761	—	21,996	—

$T = 4,59 + 3,97 + 4,69 = 13,25$

$Q = 4,406 + 3,188 + 4,541 = 12,135$

$\sum T_i^2 = 21,068 + 15,761 + 21,996 = 58,825$

$\hat{\sigma}_E^2 = \frac{\sum QE}{5} - \frac{13,25^2}{15} = 0,0608$

$\hat{\sigma}_Q^2 = 12,135 - \frac{58,825}{5} = 0,370$

$\hat{\sigma}_E^2 = \frac{\sum QE}{k-1} = \frac{0,0608}{2} = 0,0304$

$F_{calc} = \frac{\hat{\sigma}_E^2}{\hat{\sigma}_Q^2} = \frac{0,0304}{0,0308} = 0,987$

$F_{crit} = F_{2,12, 5\%} = 6,93$

Não rejeita H₀
 não há diferença entre as misturas.

3) (ex 2 - Bloco 16 - Vedura)

Local x		Local y		Local z		Local w		n = 5, k = 4 T = 180 Q = 1690 $\sum T_i^2 = 8250$
x_i	x_i^2	x_i	x_i^2	x_i	x_i^2	x_i	x_i^2	
6	36	12	144	11	121	9	81	
9	81	11	121	8	64	7	49	
9	81	10	100	12	144	10	100	
6	36	8	64	9	81	10	100	
5	25	9	81	10	100	9	81	
T_i : 35	—	50	—	50	—	45	—	
Q_i : —	259	—	510	—	510	—	411	
T_i^2 : 1225	—	2500	—	2500	—	2025	—	

$$\Delta QE = \frac{8250}{5} - \frac{180^2}{20} = 30 \therefore \Delta E^2 = \frac{\Delta QE}{k-1} = 10$$

$$\Delta QR = \frac{1690 - 8250}{5} = 40 \therefore \Delta R^2 = \frac{\Delta QR}{k(n-1)} = 2,5$$

$$\left. \begin{aligned} F_{calc} &= \frac{\Delta E^2}{\Delta R^2} = \frac{10}{2,5} = 4 \\ F_{crit} &= F_{3,16,5\%} = 3,24 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Rejeita } H_0: \text{ há diferença na média dos salários}$$

4) (ex 3 - Bloco 16 - Vedura)

$$\psi = q_{4,16,5\%} \sqrt{\frac{2,5}{5}} = 4,050,707 = 2,86$$

Do Método de Tukey

$$|\bar{x}_x - \bar{x}_y| = 3 > \psi \Rightarrow \mu_x \neq \mu_y$$

$$|\bar{x}_x - \bar{x}_z| = 3 > \psi \Rightarrow \mu_x \neq \mu_z$$

$$|\bar{x}_y - \bar{x}_w| = 2 < \psi$$

$$|\bar{x}_y - \bar{x}_z| = 0 < \psi$$

$$|\bar{x}_y - \bar{x}_w| = 1 < \psi$$

$$|\bar{x}_z - \bar{x}_w| = 1 < \psi$$

- $\bar{x}_x = 7$
- $\bar{x}_y = 10$
- $\bar{x}_z = 10$
- $\bar{x}_w = 9$

5) (ex 2 - Bloco 15 - Vedura)

Frequências esperadas:

$$E_{11} = \frac{120 \cdot 68}{300} = 27,2 \quad E_{21} = \frac{180 \cdot 68}{300} = 40,8$$

$$E_{12} = \frac{120 \cdot 70}{300} = 28 \quad E_{22} = \frac{180 \cdot 70}{300} = 42$$

$$E_{13} = \frac{120 \cdot 162}{300} = 64,8 \quad E_{23} = \frac{180 \cdot 162}{300} = 97,2$$

Classes	O_{ij}	$(O_{ij} - E_{ij})^2$	$(O_{ij} - E_{ij})^2 / E_{ij}$
1,1	28	0,64	0,0235
1,2	16	144	5,14
1,3	76	125,44	1,93
2,1	40	0,64	0,01568
2,2	54	144	3,42
2,3	86	125,44	1,29

$$\chi^2_{\text{calc}} = 11,82$$

$$\nu = (2-1)(3-1) = 2$$

$$\chi^2_{\text{crit}} = \chi^2_{2,5\%} = 5,991$$

\Rightarrow rejeito H_0 : as opiniões e os scores são dependentes

6) (ex 5 - Cap 7 - Cosb. Nrb)

	Máquina 1		Máquina 2		Máquina 3		T_j	Q_i	$\sum T_j^2$
	x_i	x_i^2	x_i	x_i^2	x_i	x_i^2			
Operário 1	2	4	19	361	0	0	21	35	441
Operário 2	11	121	15	225	-1	1	25	347	625
Operário 3	5	25	15	225	7	49	27	299	729
Operário 4	0	0	10	100	5	25	15	125	225
Operário 5	1	1	12	144	12	144	25	289	625
T_j	19	—	71	—	23	—	} Linhas } Colunas		
Q_i	—	151	—	1055	—	219			
$\sum T_j^2$	361	—	5041	—	529	—			

$$T = 113 \quad \sum T_j^2 = 2645$$

$$Q = 1425 \quad \sum T_i^2 = 5931$$

$$\Delta QT = 1425 - \frac{113^2}{15} = 573,73$$

$$\Delta QL = \frac{2645}{3} - \frac{113^2}{15} = 30,4 \quad \rightarrow \Delta_c^2 = \frac{30,4}{4} = 7,6$$

$$F_c^{\text{calc}} = \frac{7,6}{26,05} = 0,29 \rightarrow F_{4,8,5\%} = 6,04$$

$$\Delta QC = \frac{5931}{5} - \frac{113^2}{15} = 334,93 \quad \rightarrow \Delta_c^2 = \frac{334,93}{2} = 167,46$$

$$F_c^{\text{calc}} = \frac{167,46}{26,05} = 6,43 \rightarrow F_{2,8,5\%} = 4,96$$

$$\Delta QR = 573,73 - 334,93 - 30,4 = 208,4 \quad \rightarrow \Delta_c^2 = \frac{208,4}{8} = 26,05$$

$F_c^{\text{calc}} < F_c^{\text{crit}} \Rightarrow$ não há diferença entre os operários

$F_c^{\text{calc}} > F_c^{\text{crit}} \Rightarrow$ há diferença entre as máquinas ¹¹²⁵

7) (ex 1 - Bloco 15 - Voduca)

Frequências esperadas:

$$E_{1,1} = \frac{60 \cdot 35}{100} = 21$$

$$E_{2,2} = \frac{40 \cdot 30}{100} = 12$$

$$E_{1,2} = \frac{60 \cdot 30}{100} = 18$$

$$E_{2,3} = \frac{40 \cdot 35}{100} = 14$$

$$E_{1,3} = \frac{60 \cdot 35}{100} = 21$$

$$E_{2,1} = \frac{40 \cdot 35}{100} = 14$$

Classes	O_{ij}	$(O_{ij} - E_{ij})^2$	$(O_{ij} - E_{ij})^2 / E_{ij}$
1,1	30	81	3,86
1,2	10	64	3,55
1,3	20	1	0,48
2,1	5	81	5,78
2,2	20	64	5,33
2,3	15	1	0,07

$$\chi^2_{\text{calc}} = 19,07$$

$$\chi^2_{crit} = \chi^2_{2, 17} = 9,210$$

$\chi^2_{calc} > \chi^2_{crit} \Rightarrow$ rejeita H_0 : as opiniões dependem da idade com nível de 1% de significância

8) (Exemplo Casb Neb - pg 163)

	Operário 1		Operário 2		Operário 3		Operário 4		T _i	Q _i	T _i ²
	x _i	x _i ²	x _i	x _i ²	x _i	x _i ²	x _i	x _i ²			
Método 1	-1	1	-9	81	0	0	-4	16	-21	197	441
	-3	9	-8	64	-1	1	5	25			
Método 2	4	16	6	36	4	16	1	1	25	113	625
	2	4	0	0	6	36	2	4			
Método 3	4	16	8	64	8	64	4	16	45	279	2025
	7	49	3	9	6	36	5	25			
T _j	13	—	0	—	23	—	13	—	} Linha k=3 Coluna n=4 r=2		
Q _j	—	95	—	254	—	153	—	87			
T _j ²	169	—	0	—	529	—	169	—			

$$T = 49 \quad \sum T_i^2 = 3091$$

$$Q = 589 \quad \sum T_j^2 = 867$$

$$\sum QT = 589 - \frac{49^2}{24} = 488,96$$

$$\sum QL = \frac{3091}{8} - \frac{49^2}{24} = 286,33 \Rightarrow \sum L = 143,165$$

$$\sum QC = \frac{867}{6} - \frac{49^2}{24} = 44,46 \Rightarrow \sum C = 14,82$$

$$\sum Tr = \frac{1007}{2} - \frac{49^2}{24} = 403,46$$

$$\sum QI = 403,46 - 286,33 - 44,46 = 72,67 \Rightarrow \sum I^2 = \frac{72,67}{6} = 12,11$$

$$\sum QR = 488,96 - 403,46 - 85,5 \Rightarrow \sum R^2 = \frac{85,5}{12} = 7,125$$

Verifiquemos se há interação:

$$F_{calc}^I = \frac{12,11}{7,125} = 1,7$$

$$F_{crit}^I = F_{6, 12, 5\%}^I = 3$$

} Não há interação!
Resíduo absorve interação!

$$F_{calc}^L = \frac{143,165}{8,79} = 16,3; F_{crit}^L = F_{2, 8, 5\%}^L = 3,55$$

$$F_{calc}^C = \frac{14,82}{8,79} = 1,69; F_{crit}^C = F_{3, 18, 5\%}^C = 3,16$$

há diferença entre os métodos.

9) (ex 1 - Bloco 17 - Veduca)

$$\sum x_i = 15 \quad \sum xy = 37 - \frac{150}{5} = 7$$

$$b = \frac{7}{10} = 0,7$$

$$\sum x_i^2 = 55 \quad \sum xx = 55 - \frac{225}{5} = 10$$

$$a = 2 - 0,7 \cdot 3 = -0,1$$

$$\sum x_i y_i = 37 \quad \bar{y} = 2; \bar{x} = 3$$

$$\hat{y} = -0,1 + 0,7x$$

10) (ex 4 - Bloco 17 - Veduca)

a) $\sum x_i = 76$

$\sum xy = 16415 - \frac{163900}{11} = 1560,45$

$\sum y_i = 2150$

$\sum xx = 670 - \frac{76^2}{11} = 144,91$

$\sum x_i \cdot y_i = 16415$

$b = \frac{1560,45}{144,91} = 10,77$

$\sum x_i^2 = 670$

$\bar{y} = 195,45; \bar{x} = 6,91$

$a = 195,45 - 10,77 \cdot 6,91 = 121,03$

$\hat{y} = 121,03 + 10,77x$

b) $\sum y_i^2 = 461700; \sum yy = 461700 - \frac{2150^2}{11} = 41472,73$

$\sum R^2 = \frac{41472,73 - 10,77 \cdot 1560,45}{9} = 2740,74$

11) (ex 3 - Bloco 18 - Veduca)

a) $e_0 = t_{n-2, 2,5\%} \cdot \sqrt{\sum R^2} = (9,2,5\%) \cdot \sqrt{\frac{2740,74}{144,91}} = 2,262 \cdot 4,35 = 9,84$

IC: $[10,77 - 9,84; 10,77 + 9,84]$

b) Tomando $x_i = 0$

$\hat{y}(0) = 121,03 = a$

IC: $121,03 \pm 2,262 \cdot \sqrt{2740,74 \left(\frac{1}{11} + \frac{6,91^2}{144,91} \right)} = 121,03 \pm 76,78$

12) (ex 6 - Bloco 17 - Veduca)

Sadna 1: x

Sadna 2: y

$\sum xy = 419 - 359,6 = 59,4$

$\sum x_i = 62$

$\sum y_i = 58$

$\sum xx = 444 - \frac{62^2}{10} = 59,6$

$\sum x_i^2 = 444$

$\sum y_i^2 = 406$

$\sum yy = 406 - \frac{58^2}{10} = 69,6$

$cov(x,y) = \frac{\sum xy}{n-1} = 6,6$

$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum xx \sum yy}} = 0,92$

Alta similaridade entre as sadnas.

$\sum x_i y_i = 419$

13) (ex 6 - Bloco 17 - Veduca)

a) $\sum x_i = 654$

$\sum xy = 9259,2 - \frac{191752,8}{18} = -1393,73$

$\sum y_i = 293,2$

$\sum xx = 28342,5 - \frac{654^2}{18} = 4580,5$

$\sum x_i y_i = 9259,2$

$\sum yy = 5335,76 - \frac{293,2^2}{18} = 589,86$

$\sum x_i^2 = 28342,5$

$\sum y_i^2 = 5335,76$

$b = -0,304$

$\sum x_i \cdot \sum y_i = 191752,8$

$a = 27,344$

$\hat{y} = 27,344 - 0,304x; \hat{y}(45) = 13,664$

$\sum R^2 = \frac{589,86 - 0,304 \cdot 191752,8}{16}$

$\rightarrow \sum R^2 =$

$$f.c. = 13,664 \pm 2,12 \sqrt{10,4 \left(\frac{1}{18} + \frac{(45 - 36,33)^2}{4580,5} \right)} = 13,664 \pm 1,82$$

$$b) f.c. = 13,664 \pm 2,12 \sqrt{10,4 \left(1 + \frac{1}{18} + \frac{(45 - 36,33)^2}{4580,5} \right)} = 13,664 \pm 7,08$$

14) (ex 7 - Bloco 18 - Viduoca)

Dados: $\sum x_i = 23,92$

$\sum y_i = 1843,2$

Calculos: $\hat{\Delta}_{xy} = 2214,66 - \frac{23,92 \cdot 1843,2}{20} = 10,2$

$\sum x_i^2 = 2929$

$\sum y_i^2 = 170044,53$

$\hat{\Delta}_{xx} = 2929 - \frac{572,17}{20} = 0,68$

$\sum x_i y_i = 2214,66$

$\hat{\Delta}_{yy} = 170044,53 - \frac{(1843,2)^2}{20} = 175,22$

$\bar{x} = 1,20$

$\bar{y} = 92,16$

$$b = \frac{\hat{\Delta}_{xy}}{\hat{\Delta}_{xx}} = 15 ; a = 92,16 - 15 \cdot 1,20 = 74,16 \therefore \hat{y} = 74,16 + 15b$$

$$\hat{\Delta}_R^2 = \frac{175,22 - 15 \cdot 10,2}{18} = 1,23$$

$$\hat{\Delta}_E^2 = 15^2 \cdot 0,68 = 153$$

$$F_{calc} = \frac{153}{1,23} = 124,39$$

$$F_{crit} = F_{1; 18; 17} = 8,26$$

Como $F_{calc} > F_{crit} \rightarrow$ afirmo com 5% de signifi. Jicância que a regressão é válida.

15) (ex 21 - Cap 8 - Costa Neto)

a) $\sum x_i = 42$

$\sum y_i = 46$

$\sum x_i y_i = 284$

$\hat{\Delta}_{xy} = 284 - \frac{42 \cdot 46}{6} = -38$

$\sum x_i^2 = 364$

$\sum y_i^2 = 384$

$\hat{\Delta}_{xx} = 364 - \frac{42^2}{6} = 70$

$\bar{x} = 7$

$\bar{y} = 7,7$

$\hat{\Delta}_{yy} = 384 - \frac{46^2}{6} = 31,3$

$$b = \frac{\hat{\Delta}_{xy}}{\hat{\Delta}_{xx}} = \frac{-38}{70} = -0,54$$