Lista 2 | Paulo Akira 2017 2

30) $\hat{p} = \frac{340}{500} = 0,68$, $Z_{\alpha/2} = 1,96$, $e_0 = 0,02$

$$e_0 = Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{Z_{\alpha/2}}{e_0}\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \left(\frac{Z_{\alpha/2}}{e_0}\right)^2(\hat{p}(1-\hat{p})) \Rightarrow n = \left(\frac{1,96}{0,02}\right)^2(0,68\cdot 0,32)$$

$\Rightarrow n = 2090$

31) $|\mu - \bar{x}| = e_0 \Rightarrow e_0 = 1 \Rightarrow 1 = Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{n} = 1,96 \cdot 10 \Rightarrow n = 384.$

33) $\chi^2_{19;97,5\%} = 8,907$ $\quad \chi^2_{19;2,5\%} = 32,825$

$s^2 = 32,78684$

$$IC: \frac{19\cdot 32,78684}{32,825} \le \sigma_0^2 \le \frac{19\cdot 32,7864}{8,907} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 18,97791 \le \sigma_0^2 \le 69,93843$

35) $\mu_A = 120$ cm, $\mu_B = 145$ cm, $\sigma = 40$

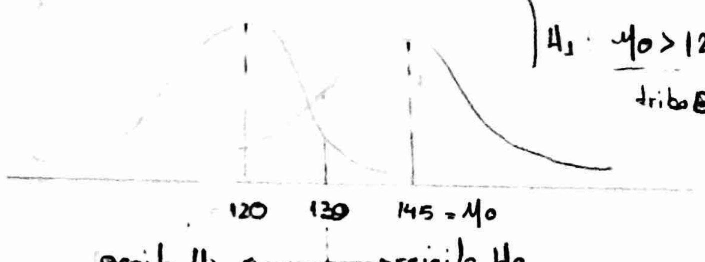
Amostra de 100 pessoas (uma única amostra).

$LQ = 130$ cm

tribo A

$$\begin{cases} H_0: \mu_a = 120 \\ H_1: \mu_a > 120 \end{cases}$$

tribo B



a) O erro do tipo I é rejeitar Ho quando Ho pode ser verdadeiro. No caso, é dizer que pertence a tribo B podendo pertencer a tribo A

b) $LQ = \mu_A + Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \frac{LQ-\mu_A}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = Z_\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow Z_\alpha = \frac{130-120}{\frac{40}{\sqrt{100}}} \Rightarrow Z_\alpha = 2,5$

$\alpha = 0,5 - 0,4938 = 0,0062$

c) $LQ = \mu_A + Z_{5\%}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 120 + 1,64\frac{40}{10} = 136,56$

Se a média da amostra for maior que 136,56 então rejeito que seja da tribo A podendo estar equivocado com 5% de chance

32) $e_0 = 0,01$, $Z_{\alpha/2} = 1,28$; $\sigma_p = \sqrt{\frac{0,6\cdot 0,4}{n}}$

$e_0 = Z_{\alpha/2}\cdot\sigma_p \Rightarrow 0,01 = 1,28\frac{\sqrt{0,24}}{\sqrt{n}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{n} = \frac{1,28}{0,01}\sqrt{0,24} \Rightarrow n = 0,24\left(\frac{1,28}{0,01}\right)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow n = 3932.$

27) Como não temos o valor do desvio padrão populacional vamos utilizar o amostral

$p' = \frac{157}{500} = 0,314$; $Z_{4\%} = 1,75$

$e_0 = 1,75\sqrt{\frac{0,314\cdot 0,686}{500}} = 0,03632$

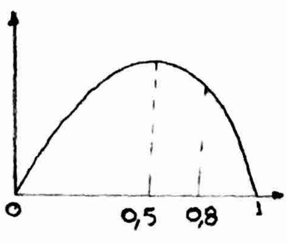
IC: $[0,27768; 0,35032]$

Se soubermos que a proporção de compradores é inferior a 40%, então:

$e_0 = 1,75\sqrt{\frac{0,4\cdot 0,6}{500}} = 0,03834$

IC: $[0,27566; 0,35234]$

Se soubermos que a proporção de compradores é inferior a 80%, então



$e_0 = 1,75\sqrt{\frac{0,5\cdot 0,5}{500}} = 0,03913$

IC: $[0,27487; 0,35313]$

36) a) $\begin{cases} H_0: \mu = 50 \text{ kgf} \\ H_1: \mu < 50 \text{ kgf} \end{cases}$ Supor $n = 25$ (semelhante ao exemplo do livro)

Aceitar Ho, com 5% de Ho ser falso.

$LQ = \mu_0 - Z_\beta\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 50 - 1,64\frac{4}{5} \cong 48$ kgf

b) $\begin{cases} H_0: \mu = 48 \text{ kgf} \\ H_1: \mu < 48 \text{ kgf} \end{cases}$

Rejeito H_0 com 10% de chance de estar errado

$LQ = 48 + 1{,}28 \cdot \frac{4}{5} = 49{,}024$

39) a) $\begin{cases} H_0: \mu = 475 \\ H_1: \mu > 475 \end{cases}$, $\bar{x} = 478$

$(\bar{x} > \mu) \Rightarrow Z_{calc} > 0$

Se $Z_{calc} > Z_\alpha \Rightarrow$ rejeito H_0

$Z_{calc} = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{478-475}{10\cancel{0}/1\cancel{0}} = \frac{3}{10} = 0{,}3$

$Z_\alpha = Z_{5\%} = 1{,}64$

Como $Z_{calc} < Z_\alpha$ então não podemos afirmar que as médias aumentaram com 5% de significância.

b) $Z_{calc} = \frac{3}{\frac{100}{\sqrt{10000}}} = 3$

Assim, como $Z_{calc} > Z_\alpha$, podemos rejeitar H_0 com 5% de significância.

40) a) $n = 80$, $\sigma = 5$, $\mu = 61$

$LQ = 62{,}5 \Rightarrow 62{,}5 = 61 + Z_{\alpha/2} \frac{5}{\sqrt{80}} \rightarrow Z_{\alpha/2} = \frac{1{,}5\sqrt{80}}{5}$

$\Rightarrow Z_{\alpha/2} = 2{,}68 \therefore \frac{\alpha}{2} = 0{,}0074 \rightarrow \alpha = 0{,}0148$

$1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}9926$

b) $LQ_s = 61 + Z_{2,5\%} \cdot \frac{5}{\sqrt{80}} = 61 + \frac{1{,}96 \cdot 5}{\sqrt{80}} = 62{,}09567$

$LQ_I = 61 - Z_{2,5\%} \cdot \frac{5}{\sqrt{80}} = 61 - \frac{1{,}96 \cdot 5}{\sqrt{80}} = 59{,}90432$

$RC:]-\infty; 59{,}90432[\cup]62{,}09567, +\infty[$

45) $\bar{x} = 44175$, $n = 16$, $s = 3000$.

$\begin{cases} H_0: \mu = 45000 \\ H_1: \mu < 45000 \end{cases}$

Se $t_{calc} < -t_{\alpha,n-1} \Rightarrow$ rejeito H_0

$t_{calc} = \frac{44175 - 45000}{3000/\sqrt{16}} = \frac{-825}{750} = -1{,}1$

$t_{\alpha, n-1} = t_{5\%, 15} = 1{,}753$

$\therefore$ Como $t_{calc} > -t_{\alpha,n-1}$ não rejeito H_0 com 5% de significância, ou seja, aceito H_0 podendo estar cometendo um erro de 5%.

46) $p = \frac{59}{100} = 0{,}59$, $n = 100$

$\begin{cases} H_0: p = 0{,}5 \\ H_1: p > 0{,}5 \end{cases}$ Se $Z_{calc} > Z_\alpha \Rightarrow$ Rejeito H_0

$Z_{calc} = \frac{0{,}59 - 0{,}5}{\sqrt{\frac{0{,}5(1-0{,}5)}{100}}} = \frac{0{,}09}{\sqrt{\frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{100}}} = \frac{0{,}09}{0{,}05} = 1{,}83$

$Z_\alpha = Z_{5\%} = 1{,}64$

Como $Z_{calc} > Z_\alpha$ então rejeito H_0, ou seja, afirmamos que a moeda é viciada com 5% de chance de estarmos enganados.

58) a) $\begin{cases} H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 = 4^2 \\ H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2 = 4^2 \end{cases}$

b) $\chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}} = \chi^2_{24, 2,5\%} = 39{,}364$

$\chi_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}} = \chi^2_{24, 97,5\%} = 12{,}401$

$LQ_s = \chi^2_{24;2,5\%} \cdot \frac{\sigma_0^2}{n-1} = \frac{39{,}364 \cdot 16}{24} = 26{,}243$

$LQ_I = \chi^2_{24,97,5\%} \cdot \frac{\sigma_0^2}{n-1} = \frac{12{,}401 \cdot 16}{24} = 8{,}267$

$\therefore$ rejeitaremos H_0 se $s^2 > 26{,}243$ ou $s^2 < 8{,}267$.

c) Se $s^2 = 2{,}5$ rejeito H_0, pois, $s^2 < 8{,}267$.

61) Os dados estão emparelhados! $\begin{cases} H_0: \mu_{95} = \mu_{96} \\ H_1: \mu_{95} \neq \mu_{96} \end{cases}$

$\bar{d} = 0{,}57$; $s = 2{,}528$

$t_{calc} = \frac{0{,}57 - 0}{\frac{2{,}528}{\sqrt{10}}} = \frac{0{,}57 \cdot \sqrt{10}}{2{,}528} = 0{,}71$

$t_{9;2,5\%} = 2{,}262$

Como $|t_{calc}| < t_{9,2,5\%}$ então rejeitamos H_0 com significância de 5%

62) Os dados estão emparelhados (mede-se para cada funcionário).

$\bar{d} = \frac{578-512}{25} = 2,64$, $s = 7,2$

1 = antes do treinamento
2 = depois do treinamento

$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \mu_2 > \mu_1 \end{cases}$

Se $t_{calc} > t_{n-1,\alpha} \Rightarrow$ rejeito H_0

$t_{calc} = \frac{\bar{d}-0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{d}\sqrt{n}}{s} = \frac{2,64 \cdot \sqrt{25}}{7,2} = 1,83$

$t_{\alpha,n-1} = t_{5\%,24} = 1,711$

Como $t_{calc} > t_{5\%,24}$ rejeito H_0, ou seja, afirmamos com 5% de significância que o treinamento aumentou a produtividade.

41) a) $\begin{cases} H_0: \mu = 19mm \\ H_1: \mu > 19mm \end{cases}$, $\alpha = 5\%$

$\bar{x} = \frac{500}{25} = 20mm$

$s^2 = \frac{\sum x^2 + \frac{(\sum x)^2}{25}}{24} = \frac{10051,67 - \frac{500^2}{25}}{24} = 2,11$

$t_{calc} = \frac{20-19}{\frac{\sqrt{2,11}}{5}} = \frac{5}{\sqrt{2,11}} = 3,44$

$t_{24,5\%} = 1,711$

Como $t_{calc} > t_{24,5\%} \Rightarrow$ rejeito H_0 ∴ a média do lote é superior a 19mm.

b) $\begin{cases} H_0: \sigma^2 = 2,25 \\ H_1: \sigma^2 > 2,25 \end{cases}$

$\chi^2_{calc} = \frac{24 \cdot 2,11}{2,25} = 22,5$

$\chi^2_{24,5\%} = 37,364$

Como $\chi^2_{calc} < \chi^2_{24,5\%} \Rightarrow$ não rejeito H_0. Logo o desvio padrão do lote não é superior a 1,5mm.

c) $p' = \frac{14}{25} = 0,56$

$e_0 = Z_{5\%} \frac{\sqrt{0,56(1-0,56)}}{5} = 1,64 \frac{\sqrt{0,56 \cdot 0,44}}{5} = 0,163$

IC: $p' + e_0 = 0,723$

$E = 0,723 \cdot 5000 = 3615$ peças

d) $e_0 = 0,01mm \Rightarrow 0,01 = t_{5\%,24} \frac{s^2}{\sqrt{n}} \Rightarrow$

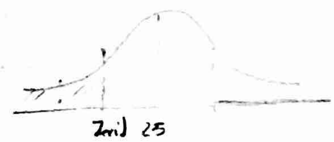
$\Rightarrow 0,01 = 1,711 \frac{2,11^2}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = \left(\frac{1,711 \cdot 2,11}{0,01}\right)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow n = 130336$

Não é possível utilizar apenas esta amostra.

47) $s^2 = 12,4$, $n = 10$

$\begin{cases} H_0: \sigma^2 = 25 \\ H_1: \sigma^2 < 25 \end{cases}$



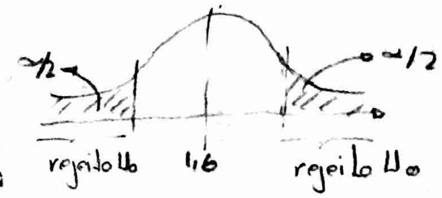
$\chi^2_{calc} = \frac{(n-1) \cdot s^2}{\sigma_0^2} = \frac{9 \cdot 12,4}{25} = 4,464$

$\chi^2_{n-1,1-\alpha} = \chi^2_{9;95\%} = 3,325$

Como $\chi^2_{calc} > \chi^2_{9;95\%} \Rightarrow$ não rejeito H_0. Logo o resultado não é suficiente para concluir com um nível de significância de 5% que a variância da população é inferior a 25.

48) a) $s = 0,5cm$

$\begin{cases} H_0: \mu = 1,6cm \\ H_1: \mu \neq 1,6cm \end{cases}$



$t_{calc} = \frac{1,615 - 1,6}{\frac{0,5}{\sqrt{16}}} = \frac{4 \cdot 0,015}{0,5} = 0,12$

$t_{5\%,15} = 1,753$

Como $t_{calc} < t_{5\%,15}$ não rejeito. Logo a média populacional é igual a 1,6cm adotando 10% de significância

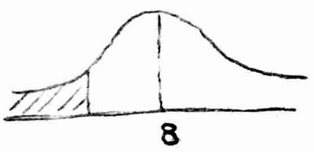
b) $\begin{cases} H_0: \sigma^2 = 0,25 \\ H_1: \sigma^2 > 0,25 \end{cases}$

$\chi^2_{calc} = \dfrac{15 \cdot 0,86^2}{0,25} = 44,376$

$\chi^2_{15,\,10\%} = 22,307$

Como $\chi^2_{calc} > \chi^2_{15,10\%}$ ⇒ rejeito H_0. Logo, posso afirmar com 10% de significância que o desvio padrão populacional é superior à 0,5.

49) $\begin{cases} H_0: \mu = 8t \\ H_1: \mu < 8t \end{cases}$



Se $t_{calc} < -t_{crit}$ ⇒ rejeito H_0 (afirmação da empresa é falsa, pois, estaremos "afirmando" H_1).

$t_{calc} = \dfrac{6,8-8}{\frac{2,4}{4}} = \dfrac{6,8-8}{0,6} = -2$

$t_{crit} = t_{15,5\%} = 1,753$

Como $t_{calc} < -1,753$ ⇒ rejeito H_0. Logo a afirmação da empresa pode ser falsa.

50) $\sigma = 200$; $n = 36$; $\bar{x} = 2050$

$\begin{cases} H_0: \mu = 2100 \\ H_1: \mu < 2100 \end{cases}$

Se $Z_{calc} < -Z_{crit}$ ⇒ rejeito H_0

$Z_{calc} = \dfrac{2050-2100}{\frac{200}{6}} = \dfrac{-\cancel{50} \cdot 6}{\cancel{200}_4} = -1,5$

$Z_{crit} = Z_{5\%} = 1,64$

Como $Z_{calc} > -1,64$ não rejeito H_0.

51) $s_x^2 = 200$ ⇒ $s_x = \sqrt{200} = 14,14$

Se $t_{calc} < -t_{crit}$ ⇒ rejeito H_0

$t_{calc} = \dfrac{-50}{\frac{14,14}{6}} = \dfrac{-300}{14,14} = -21,21$

$t_{crit} = t_{35,5\%} = 1,697$

Como $t_{calc} < -t_{crit}$ ⇒ rejeito H_0.

52) $\begin{cases} H_0: p = 0,5 \\ H_1: p \neq 0,5 \end{cases}$

$p' = \dfrac{2}{5} = 0,4$

Se $|Z_{calc}| > Z_{crit}$ ⇒ rejeito H_0

$Z_{calc} = \dfrac{-0,1}{\frac{\sqrt{0,5 \cdot 0,5}}{\sqrt{5}}} = \dfrac{-0,1\sqrt{5}}{0,5} = -0,447$

$Z_{crit} = Z_{5\%} = 1,64$

Como $|Z_{calc}| < Z_{crit}$ ⇒ não rejeito H_0. Portanto, a afirmação da empresa pode ser verdadeira.

53) $s^2 = \dfrac{209,8}{19} = 11$, $\bar{x} = 6,1$

$\begin{cases} H_0: \mu = 8 \\ H_1: \mu < 8 \end{cases}$

Se $t_{calc} < -t_{crit}$ ⇒ rejeito H_0

$t_{calc} = \dfrac{-1,9 \cdot \sqrt{20}}{\sqrt{11}} = -2,56$

$t_{crit} = t_{19,5\%} = 1,729$

Como $t_{calc} < -1,729$, rejeito H_0 ⇒ não abriria o restaurante.

54) $p' = 0,498$

Se $Z_{calc} > Z_{crit}$ ⇒ rejeito H_0

$Z_{calc} = \dfrac{0,498-0,45}{\frac{\sqrt{0,45 \cdot 0,55}}{\sqrt{1000}}} = \dfrac{0,048\sqrt{1000}}{\sqrt{0,45 \cdot 0,55}} = 3,05$

$Z_{crit} = Z_{10\%} = 1,282$

Como $Z_{calc} > 1,282$ ⇒ rejeito H_0.

55) $\begin{cases} H_0: \sigma^2 = 30 \\ H_1: \sigma^2 > 30 \end{cases}$ $, \alpha = 5\%$

Se $\chi^2_{calc} < \chi^2_{crit}$ ⇒ rejeito H_0

$\chi^2_{calc} = \frac{24 \; 4,9^2}{30} = 19,208$

$\chi^2_{crit} = \chi^2_{24,95\%} = 13,848$

Com $\chi^2_{calc} > \chi^2_{crit} \Rightarrow$ não rejeito H_0.

2) $\bar{d} = \frac{578+512}{25} = 43,6$; $S_d = 7,2$

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu \\ H_1 : \mu_2 > \mu_1 \end{cases}$$

Se $t_{calc} > t_{crit} \Rightarrow$ rejeito H_0

$t_{calc} = \frac{43,6}{\frac{7,2}{5}} = \frac{43,6 \cdot 5}{7,2} = 30,3$

$t_{crit} = t_{24,5\%} = 1,711$

Como $t_{calc} > t_{crit} \Rightarrow$ rejeito H_0 ∴ houve um aumento na produtividade.