Exercícios recomendados - Costa Neto

(8) Expressão analítica p/ descobrir tamanho da amostra

$$n = \left(\frac{Z\alpha + Z\beta}{\mu' - \mu_0 / \sigma} \right)^2$$

(10) $n = 32$ $\qquad \bar{x} = 56,91 \qquad S_x^2 = (0,19)^2 = 0,0376$

a) $\alpha = 3\%$ $\qquad \mu = 57\,nm$

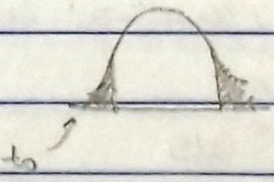
$$\begin{cases} H_0: \mu = 57 \\ H_1: \mu \neq 57 \end{cases}$$

$V = 31$

$\alpha = 0,015$

$t\alpha = \pm 2,2746$

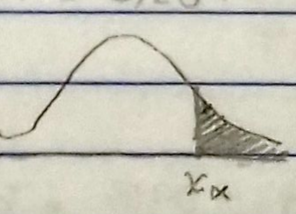
$$t_0 = \frac{56,91 - 57}{0,19/\sqrt{32}} = -2,679$$



Como $t_0 < -t\alpha$, rejeitamos H_0

b) $\alpha = 5\%$, $\sigma > 0,17mm$, $0,17^2 = 0,289$

$$\begin{cases} H_0: \sigma^2 = 0,17^2 \\ H_1: \sigma^2 > 0,17^2 \end{cases}$$



$V = 31$

$$\frac{31 - 30}{x - 43,77} = \frac{35 - 30}{49,8 - 43,77} \rightarrow \chi^2_{n-1} = 44,976$$

$$\chi_{Am} = \frac{(n-1) \cdot S_n^2}{\sigma^2} = \frac{31 \cdot 0,194^2}{0,17^2} = 40,3708$$

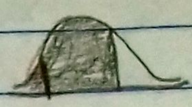
Como χ amostra é menor que x_α, não rejeitamos H_0

/ /

12 $\alpha = 5\%$ $\bar{x} = 96{,}0972$ $S_x^2 = 144{,}92$

$\begin{cases} H_0: \sigma^2 = 225 \\ H_1: \sigma^2 \neq 225 \end{cases}$ $\alpha = 0{,}025$

$V = 71$ $1-\alpha = 0{,}975$



$\chi_{max} = 95{,}023$

$\chi_{min} = 48{,}758$

$\chi_{Amostra} = \frac{71 . 144{,}92}{225} = 45{,}73$

Não aceitamos H_0 porque $\chi_{Amostra} < \chi_{min}$

14 $\mu = 5mm$, $n = 10$ $\bar{x} = 4{,}88$

$\alpha = 0{,}01$ $\sigma^2 = 0{,}15$ $S_x = 0{,}2043$

$S_x^2 = 0{,}0418$

Média

$\begin{cases} H_0: \mu = 5 \\ H_1: \mu \neq 5 \end{cases}$

$Z_{\alpha/2} = \pm 2{,}55$

$Z_{Amostra} = \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{0{,}15}/\sqrt{10}} = \frac{4{,}88 - 5}{0{,}12247} = -0{,}9798$

Como $|Z_{Amostra}| < Z_{\alpha/2}$, não rejeita H_0.

Variância

$\begin{cases} H_0: \sigma^2 = 0{,}15 \\ H_1: \sigma^2 \neq 0{,}15 \end{cases}$

$V = 9$

$\chi_{0{,}005} = 23{,}59$

$\chi_{0{,}995} = 1{,}73$

$\chi_{Amostra} = \frac{9 . 0{,}0418}{0{,}15} = 2{,}508$ → tá dentro

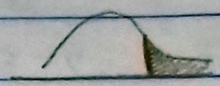
Aceitamos H_0

A máquina tá satisfatória

/ /

16 $\alpha = 5\%$ $\quad n = 200 \quad \hat{p} = 11/200 = 0,055$

$$\begin{cases} H_0: p = 0,04 \\ H_1: p > 0,04 \end{cases}$$



$Z_{\alpha=5\%} = 1,645$

$$Z_{Amostra} = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} = 0,9305$$

$Z_{Amostra} < Z_\alpha \Rightarrow$ Não rejeita H_0

21 $$n = \left[\frac{Z_\alpha \sqrt{p_0 \cdot (1-p_0)} + Z_\beta \sqrt{p'(1-p')}}{p' - p_0}\right]^2 \quad (5.21)$$

$Z_\alpha = 1,645 \qquad p_0 = 0,7$

$Z_\beta = 1,28 \qquad p' = 0,75$

$$n = \left[\frac{1,645 \cdot \sqrt{0,21} + 1,28 \sqrt{0,1875}}{0,05}\right]^2 = 684,4$$

n mínimo é 685.

23 $\alpha = 5\%$ $\qquad \beta = 3\%$

$p_0 = 25\%$ $\qquad p' = 0,3$ ou $0,2$ (margem de erro de 0,05)

↑ pegamos esse p' para dar maior n

$Z_{\alpha/2} = 1,96$

$Z_\beta = 1,88$

$$n = \left[\frac{1,96\sqrt{0,25 \cdot 0,75} + 1,88\sqrt{0,3 \cdot 0,7}}{0,05}\right]^2 = 1169,96$$

$n = 1170$

$$\begin{cases} H_0: p = 0,25 \\ H_1: p \neq 0,25 \end{cases}$$

Não satisfatório : rejeita H_0

$$|Z_{Amostra}| \geq |Z_\alpha| \Rightarrow \left(\frac{\hat{p} - 0,25}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{1170}}}\right)^2 = (1,96)^2 \Rightarrow$$ colocamos no

Wolfram $\Rightarrow \hat{p}_c = 0,226$ (a partir desse $\hat{p}_c$, área de rejeição)

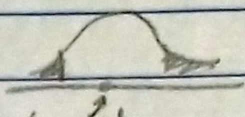
$n_{mín} = 0,226 \cdot 1170 = 265$.

25 $\bar{d} = (T_1 - T_2)$

$\bar{d} = 0,317$ $\alpha = 5\%$

$S_d = 0,9283$ $V = 6 - 1 = 5$

$$\begin{cases} H_0: \mu_D = 0 \\ H_1: \mu_D \neq 0 \end{cases}$$



$t_{\alpha/2}(V=5) = \pm 2,571$

$$t_{amostra} = \frac{\bar{d} - 0}{S_d/\sqrt{n}} = \frac{0,317}{0,9283/\sqrt{6}} = 0,8364$$

$|t_{Amostra}| < |t_{\alpha/2}| \Rightarrow$ não rejeitamos Ho, ou seja não há diferença significativa.

26 $\bar{x}_1 = 20$ $\bar{x}_2 = 24$ $s_1 = 5$ $S_2 = 3,6$

$n_1 = 10$ $n_2 = 12$

a) $\alpha = 5\%$ (supomos)

$$\begin{cases} H_0: S_1^2 = S_2^2 \\ H_1: S_1^2 \neq S_2^2 \end{cases}$$

maior / menor $\left\{ F_0 = \frac{S_1^2}{S_2^2} \right. \Rightarrow F_{\alpha=0,025}(\underset{num}{9}, \underset{den}{11}) = 3,588$ tabela

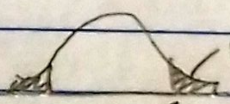
$$F_{\alpha=0,975}(9,11) = \frac{1}{F_{\alpha=0,025}(11,9)} = \frac{1}{3,912} = 0,3133.$$

$$F_0 = \frac{5^2}{3,6^2} = 1,93$$

Como $F_0 < F_{\alpha=0,025} \Rightarrow$ não rejeitamos Ho. Aceitamos Ho com 5% de erro

b) Igualdade de média

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$



$$S_p^2 = \frac{9 . S_1^2 + 11 . S_2^2}{22 - 2} = 18,378$$

$$t_{amostra} = \frac{20 - 24}{\sqrt{\frac{S_p^2}{n_1} + \frac{S_p^2}{n_2}}} = -2,179$$

$t_{\alpha=2,5\%}(V=20) = \pm 2,086$

Como $|t_{amostra}| > |t_\alpha|$, rejeitamos Ho, i.e., as médias são diferentes.