PME2398 – Termodinâmica e suas Aplicações
1º semestre / 2014 – Profs. Antonio Luiz Pacífico e Bruno Carmo

Gabarito da Prova 3

Questão 1: Um fio de alta tensão de 10 mm de diâmetro possui uma resistência elétrica de $10^{-4}\,\Omega$/m e está transmitindo corrente elétrica de 1000 A.

(a) Se ar ambiente a 10 °C e 7,5 m/s escoa transversalmente ao fio, qual é a temperatura da sua superfície? **(2,5 pontos)**
(b) Se o fio pode ser aproximado a uma barra sólida de cobre, qual é a temperatura na sua linha de centro? **(1,5 ponto)**
(c) Os valores de temperatura obtidos nos itens anteriores são distintos? Comente. **(1 ponto)**

Solução: A Figura 1 apresenta um desenho esquematizado do fio de cobre, escoamento de ar transversal e principais variáveis envolvidas.

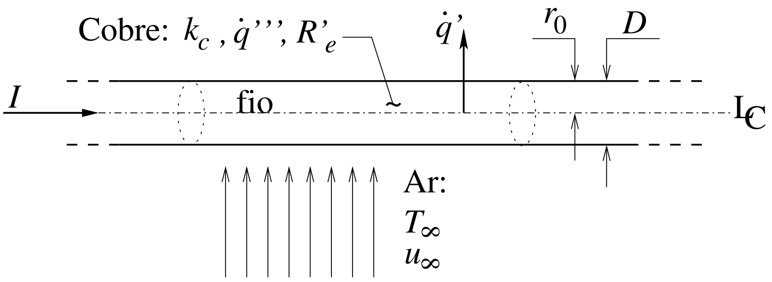


FIGURA 1 – Desenho esquemático para a questão 1.

Hipóteses: condições de regime permanente e condução unidimensional com geração de energia.

Assumindo $T_f \approx 300\,$K, da tabela de propriedades físicas do ar: $\nu = 15{,}89 \times 10^{-6}$ m^2/s; $k = 0{,}0263\,$W/(m.K); e Pr = 0,707. Para o cobre a ≈ 300 K: $k_c = 400\,$W/(m.K).

(a) A taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do fio, $\dot{q}'$ vale:

$$\dot{q}' = \overline{h}.\pi.D.(T_s - T_\infty) = I^2.R'_e$$

onde $\overline{h}$ é o coeficiente de transferência de calor por convecção médio; D é o diâmetro do fio; T_s é a temperatura superficial do fio; T_∞ é a temperatura do ar ao redor do fio na região não perturbada; I é a corrente elétrica no fio; e R'_e é a resitência do fio por metro de comprimento.

O número de Reynolds do escoamento transversal ao fio, Re_D, vale:

$$\mathrm{Re}_D = \frac{u_\infty.D}{\nu} = \frac{7{,}5.0{,}01}{15{,}89 \times 10^{-6}} = 4720$$

E o número de Nusselt médio baseado no diâmetro do fio vale:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0{,}3 + \frac{0{,}62.\mathrm{Re}_D^{1/2}.\mathrm{Pr}^{1/3}}{\left[1 + (0{,}4/\mathrm{Pr})^{2/3}\right]^{1/4}} \cdot \left[1 + \left(\frac{\mathrm{Re}_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} = 35{,}7$$

Assim,

$$\overline{h} = \frac{\overline{\mathrm{Nu}}_D.k}{D} = \frac{35{,}7.0{,}0263}{0{,}01} = 93{,}9\,\mathrm{W/(m^2.K)}$$

Voltando à equação para a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento:

$$T_s = T_\infty + \frac{I^2.R'_e}{\overline{h}.\pi.D} = 10 + \frac{1000^2.10^{-4}}{93{,}9.\pi.0{,}01}$$

$$T_s = 43{,}9\,^\circ\mathrm{C} \qquad \boxed{\textbf{2,5 pts}}$$

Como $(T_s + T_\infty)/2 + 273 = (43{,}9 + 10)/2 + 273 = 299{,}95$ K $\cong T_f = 300$ K, segue-se que não é necessário reiterar os cálculos e a resposta é praticamente a obtida para T_s.

(b) Para cilindros maciços com geração interna de energia a linha de centro apresenta o máximo valor para distribuição de temperatura. Para este caso específico, a distribuição de temperatura na direção radial é dada por:

$$T(r) = \frac{\dot{q}'''.r_0^2}{4.k_c} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) + T_s$$

A taxa volumétrica de geração de energia, $\dot{q}'''$, é dada por:

$$\dot{q}''' = \frac{\dot{q}'}{A_c} = \frac{I^2.R'_e}{\pi.D^2/4} = \frac{4.I^2.R'_e}{\pi.D^2}$$

Substituindo este resultado na equação para a distribuição de temperatura radial para a posição $r = 0$ (linha de centro), resulta:

$$T(r=0) = T_s + \frac{I^2.R'_e}{4.\pi.k_c} = 43{,}9 + \frac{1000^2.10^{-4}}{4.\pi.400} = 43{,}92\,^\circ\mathrm{C}$$

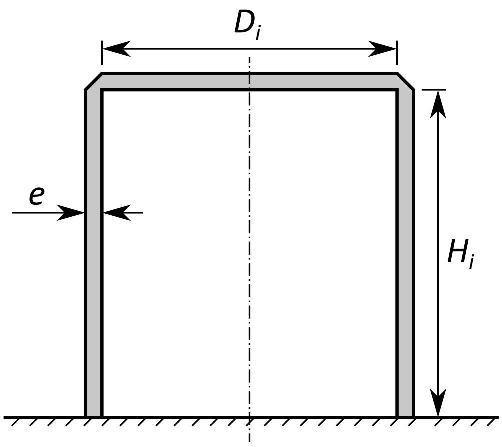
$$T(r=0) = 43{,}9\,^\circ\mathrm{C} \qquad \boxed{\textbf{1,5 pt}}$$

(c) Os valores de T_s e $T(r=0)$ são praticamente os mesmos. Isto ocorre por três motivos:

1. A resistência elétrica do fio é baixa;
2. O raio do fio não é grande;
3. A condutividade térmica do cobre é elevada.

Assim, o fio de cobre, nestas condições, pode ser considerado isotérmico. $\boxed{\textbf{1,0 pt}}$

Questão 2: Um novo bar na Vila Madalena quer inovar para os jogos finais da Copa e decide instalar chopeiras refrigeradas por sistema alimentado por baterias nas mesas do seu salão principal. As chopeiras compradas são tanques cilíndricos de diâmetro interno $D_i = 0{,}23\,\text{m}$ e altura do volume interno $H_i = 0{,}50\,\text{m}$, como mostrado na figura. As paredes da chopeira são compostas de uma camada metálica delgada na superfície interna, uma camada de isolante térmico do condutividade igual a $k_{\text{iso}} = 0{,}05\,\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ e espessura de $e = 10\,\text{mm}$, e outra camada metálica delgada na superfície externa. A construção da chopeira com chapas metálicas nas superfícies interna e externa faz com que as temperaturas nestas superfícies sejam uniformes. Devido à montagem da chopeira sobre a mesas, pode-se considerar sua base isolada. Sabendo que para agradar o público que frequenta o bar a temperatura das paredes internas da chopeira precisa ser mantida a 2 °C e que o sistema de ar condicionado do local mantém o ar ambiente a uma temperatura de 25 °C, pede-se:



(a) O circuito térmico compreendido entre a parede interna da chopeira, a $T_{s,i}$, e o ar ambiente, a T_∞, admitindo que os efeitos de radiação sejam desprezíveis, expressando as resistências térmicas de forma literal (sem substituir valores numéricos). **(1,5 pontos)**

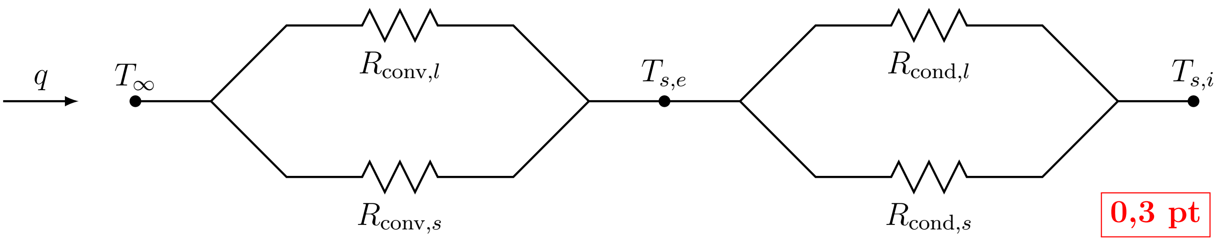
(b) Uma estimativa da potência de calor que o sistema de refrigeração precisa retirar da chopeira em regime permanente, para as mesmas condições admitidas no item (a). **(2,5 pontos)**

(c) Verifique se a hipótese de desprezar a radiação é mesmo desprezível, sabendo que que emissividade da superfície externa da chopeira é de 0,22 e que a temperatura das paredes do ambiente se encontram a 30 °C no meio da tarde deste inverno quente de São Paulo. **(1,0 ponto)**

Dado: $g = 9{,}8\,\text{m/s}^2$

Solução: Nos itens (a) e (b), serão desprezados os efeitos de radiação. Portanto, nesses itens os processos de troca de calor entre a parede interna da chopeira e o ar ambiente serão condução através das paredes da chopeira e convecção natural na superfície externa da chopeira.

(a) Representando a resistência de condução pela parede lateral por $R_{\text{cond},l}$, a resistência de condução pela parede superior por $R_{\text{cond},s}$, a resistência de convecção pela parede lateral por $R_{\text{conv},l}$ e a resistência de convecção pela superfície superior por $R_{\text{conv},s}$, o circuito térmico é dado abaixo.



0,3 pt

Denotando o coeficiente de película na parede lateral da chopeira por $\bar{h}_l$, o coeficiente de película na superfície superior da chopeira por $\bar{h}_s$ e o diâmetro externo da chopeira por $D_e = D_i + 2e$, as expressões literais das resistências térmicas são:

$$R_{\text{conv},l} = \frac{1}{\pi D_e H_i \bar{h}_l} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}} \qquad R_{\text{cond},l} = \frac{\ln(D_e/D_i)}{2\pi H_i k_{\text{iso}}} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

$$R_{\text{conv},s} = \frac{1}{\pi (D_i^2/4)\bar{h}_s} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}} \qquad R_{\text{cond},s} = \frac{e}{\pi (D_i^2/4) k_{\text{iso}}} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

(b) Para calcular a potência de calor que o sistema de refrigeração retira da chopeira em regime permanente, q, calculamos a resistência térmica equivalente do circuito.

$$R_{\text{eq}} = \left(\frac{1}{R_{\text{conv},l}} + \frac{1}{R_{\text{conv},s}}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{R_{\text{cond},l}} + \frac{1}{R_{\text{cond},s}}\right)^{-1} \qquad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

As resistências de condução são

$$R_{\text{cond},l} = \frac{\ln(D_e/D_i)}{2\pi H_i k_{\text{iso}}} = \frac{\ln(0{,}25/0{,}23)}{2\pi \times 0{,}50 \times 0{,}05} = 0{,}531\,\text{K/W} \qquad \boxed{\textbf{0,1 pt}}$$

$$R_{\text{cond},s} = \frac{e}{\pi (D_i^2/4) k_{\text{iso}}} = \frac{0{,}01}{\pi \times (0{,}23^2/4) \times 0{,}05} = 4{,}814\,\text{K/W} \qquad \boxed{\textbf{0,1 pt}}$$

Para calcular as resistências de convecção, precisamos obter os coeficientes de película $\bar{h}_l$ e $\bar{h}_s$ e para isso necessitaremos da temperatura de filme, T_f. Uma vez que desconhecemos a temperatura da superfície externa, $T_{s,e}$, será necessário estimar um valor para T_f (ou, equivalentemente, para $T_{s,e}$) e verificar a estimativa ao final dos cálculos. A temperatura de filme deve estar necessariamente entre $T_{s,i} = 2\,^\circ\text{C} = 275\,\text{K}$ e $T_\infty = 25\,^\circ\text{C} = 298\,\text{K}$; vamos utilizar como primeira estimativa $T_f = 290\,\text{K}$. Para esta temperatura, as propriedades do ar são (interpolando da tabela A.4 do Incropera):

$$\nu = 15{,}00 \times 10^{-6}\,\text{m}^2/\text{s} \qquad k_f = 25{,}5 \times 10^{-3}\,\text{W/(m}\cdot\text{K)} \qquad Pr = 0{,}7096$$

$$\alpha = 21{,}2 \times 10^{-6}\,\text{m}^2/\text{s} \qquad \beta = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{290} = 0{,}00345\,\text{K}^{-1} \qquad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

<u>*Convecção na superfície superior:*</u> as correlações para placas horizontais utilizam um comprimento característico que é dado por $L = A_s/P$, onde A_s é a área da superfície e P o perímetro da superfície. Para a superfície superior,

$$L = \frac{\pi(D_i^2/4)}{\pi D_i} = \frac{D_i}{4} = \frac{0{,}23}{4} = 0{,}0575\,\text{m}$$

Se $T_f = 290\,\text{K}$, então $T_{s,e} = 2T_f - T_\infty = 2 \times 290 - 298 = 282\,\text{K}$ e o número de Rayleigh é

$$Ra_{L,s} = \frac{g\beta(T_\infty - T_{s,e})L^3}{\nu\alpha} = \frac{9{,}8 \times 0{,}00345 \times (298 - 282) \times 0{,}0575^3}{15{,}00 \times 10^{-6} \times 21{,}2 \times 10^{-6}} = 3{,}23 \times 10^5 \qquad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

Como se trata de uma placa horizontal com a superfície fria para cima, calculamos o número de Nusselt pela correlação

$$\overline{Nu}_{L,s} = 0{,}52 Ra_{L,s}^{1/5} = 0{,}52 \times (3{,}23 \times 10^5)^{1/5} = 6{,}58 \qquad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

Por fim o coeficiente de película é

$$\bar{h}_s = \frac{\overline{Nu_{L,s}} k_f}{L} = \frac{6{,}58 \times 25{,}5 \times 10^{-3}}{0{,}0575} = 2{,}92\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}, \qquad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$$

e resistência térmica correspondente

$$R_{\mathrm{conv},s} = \frac{1}{\pi(D_i^2/4)\bar{h}_s} = \frac{1}{\pi \times (0{,}23^2/4) \times 2{,}92} = 8{,}253\,\mathrm{K/W} \qquad \boxed{\mathbf{0{,}1\ pt}}$$

Convecção na parede lateral: Neste caso se trata de convecção em placa vertical, e o comprimento característico é H_i. O número de Rayleigh é

$$Ra_{L,l} = \frac{g\beta(T_\infty - T_{s,e})H_i^3}{\nu\alpha} = \frac{9{,}8 \times 0{,}00345 \times (298 - 282) \times 0{,}5^3}{15{,}00 \times 10^{-6} \times 21{,}2 \times 10^{-6}} = 2{,}13 \times 10^8 \qquad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$$

Calculamos então o número de Nusselt pela correlação

$$\overline{Nu_{L,l}} = \left\{0{,}825 + \frac{0{,}387 Ra_{L,l}^{1/6}}{[1 + (0{,}492/Pr)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2$$

$$= \left\{0{,}825 + \frac{0{,}387 \times (2{,}13 \times 10^8)^{1/6}}{[1 + (0{,}492/0{,}7096)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 = 76{,}57. \qquad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$$

Isso fornece um coeficiente de película igual a

$$\bar{h}_l = \frac{\overline{Nu_{L,l}} k_f}{H_i} = \frac{76{,}57 \times 25{,}5 \times 10^{-3}}{0{,}5} = 3{,}91\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}, \qquad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$$

e resistência térmica correspondente

$$R_{\mathrm{conv},l} = \frac{1}{\pi D_e H_i \bar{h}_l} = \frac{1}{\pi \times 0{,}25 \times 0{,}5 \times 3{,}91} = 0{,}652\,\mathrm{K/W} \qquad \boxed{\mathbf{0{,}1\ pt}}$$

Assim, a resistência equivalente é

$$R_{\mathrm{eq}} = \left(\frac{1}{0{,}652} + \frac{1}{8{,}253}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{0{,}531} + \frac{1}{4{,}814}\right)^{-1} = 1{,}082\,\mathrm{K/W}. \qquad \boxed{\mathbf{0{,}1\ pt}}$$

Com isso, calculamos a potência,

$$q = \frac{(T_\infty - T_{s,i})}{R_{\mathrm{eq}}} = \frac{(298 - 275)}{1{,}082} = 21{,}2\,\mathrm{W}. \qquad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$$

Precisamos verificar agora se a estimativa de T_f foi adequada. Com a taxa de calor, podemos calcular a temperatura na superfície externa considerando a parte final do circuito (poderíamos usar também a parte inicial),

$$T_{s,e} = \left(\frac{1}{R_{\mathrm{cond},l}} + \frac{1}{R_{\mathrm{cond},s}}\right)^{-1} q + T_{s,i} = \left(\frac{1}{0{,}531} + \frac{1}{4{,}814}\right)^{-1} \times 21{,}2 + 275 = 285\,\mathrm{K},$$

E isso resultaria numa temperatura de filme $T_f = (T_{s,e} + T_\infty)/2 = (285 + 298)/2 = 292\,\text{K}$, que é suficientemente próxima da estimativa (repetindo o processo até a convergência no terceiro algarismo significativo da taxa de calor, chega-se a um resultado $q = 19{,}7\,\text{W}$, isto é, o resultado de 21,2 W tem um 'erro' de cerca de 7,6%, que é menor do que os níveis de incerteza normalmente associados às correlações empíricas, que variam de 10% a 20%). **0,2 pt**

(c) Para verificar se a troca de calor por radiação é realmente desprezível, vamos calcular qual seria esta troca para a temperatura de superfície externa calculada no item anterior. Como se trata de troca entre um objeto relativamente pequeno e sua vizinhança, a troca de calor por radiação é dada por

$$q_{\text{rad}} = \varepsilon \sigma A_T (T_{\text{viz}}^4 - T_{s,e}^4), \qquad \boxed{\textbf{0,4 pt}}$$

onde $\varepsilon = 0{,}22$ é a emissividade da superfície, $\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}$ a constante de Stefan–Boltzmann e T_{viz} a temperatura da vizinhança (no caso, a temperatura das paredes do ambiente).

A_T é a área total que troca calor por radiação, no caso, a área externa superior mais a área externa lateral,

$$A_T = \frac{\pi D_i^2}{4} + \pi D_e H_i \qquad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Substituindo os valores numéricos,

$$\begin{aligned} q_{\text{rad}} &= \varepsilon \sigma \left(\frac{\pi D_i^2}{4} + \pi D_e H_i \right) (T_{\text{viz}}^4 - T_{s,e}^4) \\ &= 0{,}22 \times 5{,}67 \times 10^{-8} \left(\frac{\pi \times 0{,}23^2}{4} + \pi \times 0{,}25 \times 0{,}5 \right) \times (303^4 - 285^4) = 9{,}92\,\text{W}. \end{aligned}$$

Este valor é cerca de 47% do valor encontrado no item (b), portanto a troca por radiação não é desprezível. **0,3 pt**