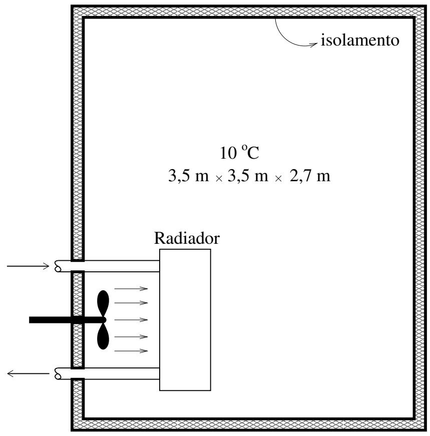
PME2398 – Termodinâmica e suas Aplicações
1º semestre / 2014 – Profs. Antonio Luiz Pacífico e Bruno Carmo

Gabarito da Prova 2



Questão 1: Uma sala bem isolada e fechada de 3,5 m × 3,5 m × 2,7 m, inicialmente a 10 °C, é aquecida pelo radiador de um sistema de aquecimento a vapor d'água. O radiador tem volume de 15 L e está cheio com vapor d'água superaquecido a 200 kPa e 200 °C. Nesse momento, as válvulas de entrada e saída do radiador são fechadas. Um ventilador de 120 W é usado para distribuir o ar na sala através do radiador. Observa-se que a pressão do vapor cai a 100 kPa depois de 30 minutos devido à transferência de calor para a sala. Considerando que a pressão do ar na sala é de 100 kPa no momento em que se fecham as válvulas do radiador, determine:
(a) a temperatura média do ar na sala após decorridos os 30 minutos necessários para que a pressão do vapor no radiador atinja os 100 kPa **(2 pontos)**;
(b) a variação de entropia do vapor durante o processo **(1 ponto)**;
(c) a variação de entropia do ar da sala durante o processo **(1 ponto)**;
(d) a entropia gerada durante o processo **(1 ponto)**.

Solução: Adotaremos os subscritos w para água e a para o ar. Além disso, utilizaremos os subscritos 1 para o início do processo e 2 para o final. Deste modo, para a água no interior do radiador, temos:

Estado $1w$: $p_{1w} = 200\,\text{kPa}$; $T_{1w} = 200\,°\text{C}$; vapor superaquecido: $v_{1w} = 1{,}08034\,\text{m}^3/\text{kg}$; $u_{1w} = 2654{,}39\,\text{kJ/kg}$; $s_{1w} = 7{,}5066\,\text{kJ/kg.K}$.

Estado $2w$: $p_{2w} = 100\,\text{kPa}$; $v_{2w} = v_{1w} = 1{,}08034\,\text{m}^3/\text{kg}$: a 100 kPa, $v_{2w,l} = 0{,}001043\,\text{m}^3/\text{kg}$ e $v_{2w,v} = 1{,}694\,\text{m}^3/\text{kg}$. Assim, $v_{2w,l} < v_{2w} < v_{2w,v}$ e o estado 2 é composto de mistura líquido-vapor. Calculando o título do estado 2 para a água,

$$x_{2w} = \frac{v_{2w} - v_{2w,l}}{v_{2w,v} - v_{2w,l}} = \frac{1{,}08034 - 0{,}001043}{1{,}694 - 0{,}001043} = 0{,}6375$$

Das tabelas de saturação: $u_{2w,l} = 417{,}33\,\text{kJ/kg}$; $u_{2w,v} = 2506{,}06\,\text{kJ/kg}$; $s_{2w,l} = 1{,}3025\,\text{kJ/kg.K}$; $s_{2w,v} = 7{,}3593\,\text{kJ/kg.K}$ Assim,

$$u_{2w} = (1 - x_{2w}).u_{2w,l} + x_{2w}.u_{2w,v} = (1 - 0{,}6375).417{,}33 + 0{,}6375.2506{,}06 = 1748{,}90\,\text{kJ/kg}$$

$$s_{2w} = (1 - x_{2w}).s_{2w,l} + x_{2w}.s_{2w,v} = (1 - 0{,}6375).1{,}3025 + 0{,}6375.7{,}3593 = 5{,}1637\,\text{kJ/kg.K}$$

A massa de água no interior do radiador, m_w, é dada por,

$$m_w = \frac{\forall_w}{v_{1w}} = \frac{0{,}015}{1{,}08034} = 0{,}0139\,\text{kg}$$

Para a água no interior do radiador, a quantidade de calor perdido é obtida através da 1ª Lei da Termodinâmica:

$$\Delta U_w = Q_w - W_w \Rightarrow Q_w = m_w.(u_{2w} - u_{1w}) = 0{,}0139.(1748{,}90 - 2654{,}39) = -12{,}586\,\mathrm{kJ}$$

A quantidade de trabalho realizado pelo ventilador em 30 min de operação é dada por:

$$W_{vent} = \dot{W}_{vent}.\Delta t = 120.30.60 = 216000\,\mathrm{J} = 216\,\mathrm{kJ}$$

Para o ar contido na sala, seu volume, $\cancel{V}_a$, e massa, m_a, são invariáveis e dados por:

$$\cancel{V}_a = 3{,}5.3{,}5.2{,}7 = 33{,}075\,\mathrm{m}^3$$

$$m_a = \frac{p_{1a}.\cancel{V}_a}{R_a.T_{1a}} = \frac{100.33{,}075}{0{,}287.(10 + 273.15)} = 40{,}7\,\mathrm{kg}$$

Para o estado inicial do ar sua energia interna vale (das tabelas de propriedades termodinâmicas do ar): $u_{1a} = u_a(283{,}15\,\mathrm{K}) = 202{,}28\,\mathrm{kJ/kg}$.

(a) Tomando, agora, o ar da sala como sistema, podemos calcular a sua temperatura final por meio da 1^a Lei da Termodinâmica, considerando que:

$$\Delta U_a = Q_a - W_a \;;\; \Delta U_a = m_a.(u_{2a} - u_{1a}) \;;\; Q_a = -Q_w \;;\text{ e } W_a = -W_{vent}$$

$$\therefore u_{2a} = \frac{-Q_w + W_{vent}}{m_a} + u_{1a} = \frac{-(-12{,}586) + 216}{40{,}7} + 202{,}28 = 207{,}90\,\mathrm{kJ/kg}$$

Consultando as tabelas de propriedades termodinâmicas do ar, o valor de u_{2a} corresponde a:

$$T_{2a} = 291\,\mathrm{K} = 17{,}9\,^\circ\mathrm{C} \qquad \boxed{\textbf{2 pt}}$$

(b) A variação de entropia do vapor é dada por:

$$\Delta S_w = m_w.(s_{2w} - s_{1w}) = 0{,}0139.(5{,}1637 - 7{,}5066) = -0.0326\,\mathrm{kJ/K}$$

$$\Delta S_w = -0.033\,\mathrm{kJ/K} \qquad \boxed{\textbf{1 pt}}$$

(c) Para o cálculo da variação de entropia do ar da sala antes é necessário conhecer a pressão final do ar:

$$p_{2a} = \frac{m_a.R_a.T_{2a}}{V_a} = \frac{40{,}7.0{,}287.291}{33{,}075} = 102{,}77\,\mathrm{kPa}$$

Calculando a variação de entropia do ar da sala:

$$\Delta S_a = m_a \cdot \left(s^0_{2a} - s^0_{1a} - R_a.\ln\frac{p_{2a}}{p_{1a}}\right) = 40{,}7 \cdot \left[6{,}8386 - 6{,}8111 - 0{,}287.\ln\left(\frac{102{,}77}{100}\right)\right]$$

$$\Delta S_a = 0{,}8001\,\mathrm{kJ/K} = 0{,}8\,\mathrm{kJ/K} \qquad \boxed{\textbf{1 pt}}$$

com $s^0_{1a} = s^0_a(T_{1a})$ e $s^0_{2a} = s^0_a(T_{2a})$ obtidos das tabelas de propriedades termodinâmicas do ar:

(d) A entropia gerada durante o processo é dada pela soma das variações de entropia dos dois sistemas apenas, uma vez que o sistema "ar" envolve o sistema "água", sendo que o primeiro está isolado. Assim,

$$\sigma = S_{gerada} = \Delta S_w + \Delta S_a = -0.0326 + 0{,}8001 = 0{,}7675\,\text{kJ/K}$$

$$\sigma = 0{,}77\,\text{kJ/K} \qquad \boxed{\mathbf{1\ pt}}$$

<u>OBS 1</u>: Embora a maneira adequada, para os cálculos que envolvem a 1^a Lei da Termodinâmica e variação de entropia para o ar, seja por meio da utilização das tabelas de propriedades termodinâmicas, soluções para as quais se tenham sido utilizados calores específicos constantes para o ar (a 25 °C e 100 kPa), a saber, $C_{v0,a} = 0{,}717\,\text{kJ/kg.K}$ e $C_{p0,a} = 1{,}004\,\text{kJ/kg.K}$, também serão consideradas. Utilizando este recurso os resultados que seriam obtidos são reproduzidos a seguir.

$$T_{2a} = \frac{-Q_w + W_{vent}}{C_{v0,a}.m_a} + T_{1a} = \frac{-(-12{,}586) + 216}{0{,}717.40{,}7} + 10 = 17{,}8\,°\text{C}$$

$$\Delta S_a = m_a.\left[C_{p0,a}.\ln\left(\frac{T_{2a}}{T_{1a}}\right) - R_a.\ln\left(\frac{p_{2a}}{p_{1a}}\right)\right]$$

$$\Delta S_a = 40{,}7.\left[1{,}004.\ln\left(\frac{17{,}8 + 273{,}15}{10 + 273{,}15}\right) - 0{,}287.\ln\left(\frac{102{,}77}{100}\right)\right] = 0{,}79\,\text{kJ/K}$$

$$\sigma = \Delta S_w + \Delta S_a = -0.0326 + 0{,}79 = 0{,}76\,\text{kJ/K}$$

<u>OBS 2</u>: O cálculo de u_{2a}, que posteriormente leva ao valor de T_{2a}, também pode ser feito considerando ar da sala e radiador como sistema. Neste caso, como a sala é isolada não há troca de calor e a análise reduz-se à:

$$\Delta U = -W \Rightarrow \Delta U_a + \Delta U_w = -W$$

$$m_a.(u_{2a} - u_{1a}) + m_w.(u_{2w} - u_{1w}) = -W \Rightarrow u_{2a} = u_{1a} - \left[\frac{m_w.(u_{2w} - u_{1w}) + W}{m_a}\right]$$

$$u_{2a} = 202{,}28 - \left[\frac{0{,}0139.(1748{,}9 - 2654{,}39) + (-216)}{40{,}7}\right] = 207{,}90\,\text{kJ/kg}$$

<u>OBS 3</u>: O volume do radiador (15 L) é desprezível frente ao volume da sala. Caso se considerasse o volume de ar como sendo o da sala menos o do radiador o valor para a massa de ar na sala reduziria para 40,68 kg, que representa uma variação de apenas 0,05 %!

Questão 2: Uma central de potência fornece 3 MW, com seu ciclo a vapor d'água operando entre pressões de 15 kPa e 3 MPa, com temperatura máxima de 600 °C. Seu funcionamento seria igual ao de um ciclo Rankine não fosse pela turbina, que tem um rendimento isentrópico de 80%. Determine o rendimento do ciclo e represente-o num diagrama $T - s$. **(2,5 pontos)** Prevendo um aumento na demanda para 4,2 MW, são propostas algumas alternativas de reforma da central. Entre elas está a de substituir a turbina atual por uma nova, para a qual pode-se admitir desempenho ideal, e modificar o ciclo de modo a incluir um estágio de reaquecimento até a temperatura máxima do ciclo. Todos os outros equipamentos e parâmetros de operação seriam mantidos. Nesse caso, a que pressão o vapor deveria ser extraído da turbina para reaquecimento, de forma que a água seja admitida no condensador no estado de vapor saturado? **(1,0 ponto)** Qual seria o rendimento do novo ciclo? **(1,0 ponto)** O novo ciclo seria capaz de suprir a demanda prevista sem que fosse preciso aumentar a vazão mássica? **(0,5 pontos)**
Obs: Explicite todas as hipóteses feitas na resolução.

Solução: Primeiramente, enumeraremos os estados que o vapor d'água percorre no ciclo: 1–entrada da bomba, 2–entrada da caldeira, 3–entrada da turbina, 4–entrada do condensador. O rendimento do ciclo é dado por

$$\eta = \frac{w_T - w_B}{q_H},$$

onde w_T é o trabalho especifico da turbina, w_B é o trabalho específico da bomba e q_H o calor trocado na caldeira, por unidade de massa. Para calcular estas variáveis, é necessário determinar as entalpias em cada um dos estados do ciclo. As propriedades da água são obtidas nas tabelas termodinâmicas.

Estado 1: $p_1 = 15\,\text{kPa},\ x_1 = 0{,}0 \quad \Rightarrow \quad h_1 = 225{,}91\,\text{kJ/kg},\ v_1 = 0{,}001014\,\text{m}^3/\text{kg}$ $\boxed{\textbf{0,3 pt}}$

Estado 2: $p_2 = 3\,\text{MPa}$.
$w_B = h_2 - h_1 \approx (p_2 - p_1)v_1 = (3000 - 15) \times 0{,}001014 = 3{,}03\,\text{kJ/kg}$ $\boxed{\textbf{0,3 pt}}$
$h_2 = w_B + h_1 = 228{,}94\,\text{kJ/kg}$ $\boxed{\textbf{0,3 pt}}$

Estado 3: $p_3 = 3\,\text{MPa},\ T_3 = 600\,°\text{C}$
$h_3 = 3682{,}34\,\text{kJ/kg},\ s_3 = 7{,}5084\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$ $\boxed{\textbf{0,3 pt}}$

Estado $4s$ (estado hipotético admitindo uma turbina isentrópica):
$p_{4s} = 15\,\text{kPa},\ s_{4s} = s_3 = 7{,}5084\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)} \quad \Rightarrow \quad$ Fase: saturação ($s_l < s < s_v$).

$$x_{4s} = \frac{s_{4s} - s_l}{s_{lv}} = \frac{7{,}5084 - 0{,}7548}{7{,}2536} = 0{,}931$$

$h_{4s} = h_l + x_{4s}h_{lv} = 225{,}91 + 0{,}931 \times 2373{,}14 = 2435{,}30\,\text{kJ/kg}$ $\boxed{\textbf{0,3 pt}}$

Usando o rendimento isentrópico da turbina, η_T, chamando o trabalho específico da turbina isentrópica de w_s:

$$\eta_T = \frac{w_T}{w_s} \quad \Rightarrow \quad w_T = \eta_T w_s = \eta_T(h_3 - h_{4s}) = 0{,}80 \times (3682{,}34 - 2435{,}30) = 997{,}63\,\text{kJ/kg} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

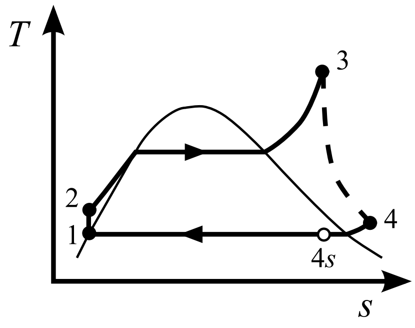
Podemos, então, calcular o rendimento:

$$\eta = \frac{w_T - w_B}{q_H} = \frac{w_T - w_B}{(h_3 - h_2)} = 0{,}288 \qquad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Obs: O rendimento também pode ser calculado desprezando-se o trabalho da bomba, w_B, mas neste caso esta hipótese deve estar explicitamente colocada.

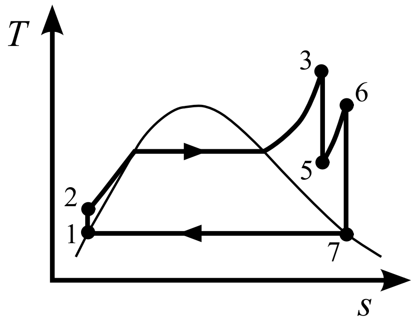
Para traçar o diagrama $T - s$, é preciso ainda determinar o estado 4.

Estado 4: $p_4 = 15\,\text{kPa}$, $h_4 = h_3 - w_T = 2684{,}71\,\text{kJ/kg} > h_v \quad \Rightarrow \quad$ Fase: vapor superaquecido.



$\boxed{\textbf{0,4 pt}}$

O novo ciclo conta com uma turbina ideal (isentrópica) e um estágio de reaquecimento, seguindo o diagrama $T - s$ abaixo.



Os estados 1, 2 e 3 são os mesmos do ciclo anterior, e são introduzidos três novos estados: 5–extração intermediária da turbina, 6–retorno do vapor à turbina, 7–entrada no condensador. O rendimento do novo ciclo é dado por:

$$\eta = \frac{w_T - w_B}{q_H} = \frac{(h_3 - h_5) + (h_6 - h_7) - w_B}{(h_3 - h_2) + (h_6 - h_5)}$$

Vamos então determinar os novos estados.

Estado 7: $p_7 = 15\,\text{kPa}$, $x_7 = 1{,}0$
$h_7 = 2599{,}06\,\text{kJ/kg}$, $s_7 = 8{,}0084\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$ $\quad\boxed{\textbf{0,3 pt}}$

Estado 6: $T_6 = 600\,°\text{C}$, $s_6 = s_7 = 8{,}0084\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$
$p_6 = 1048\,\text{kPa}$, $h_6 = 3697{,}48\,\text{kJ/kg}$ $\quad\boxed{\textbf{0,3 pt}}$

A pressão na extração intermediária da turbina (estado 5) é a mesma do retorno do vapor à turbina (estado 6), pois admitimos troca de calor isobárica na caldeira. Portanto, $p_5 = 1048\,\text{kPa}$. $\quad\boxed{\textbf{0,4 pt}}$

Estado 5: $p_5 = p_6 = 1048\,\text{kPa}$, $s_5 = s_3 = 7{,}5084\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$
Com duas propriedades termodinâmicas, o estado 5 está determinado, mas para encontrar o valor da entalpia é necessário fazer uma interpolação dupla. Com a primeira interpolação, feita para a pressão $p_5 = 1048\,\text{kPa}$, estabelecemos os seguintes valores auxiliares:

s [kJ/(kg · K)]	h [kJ/kg]
7,4440	3263,11
7,7414	3477,92

Interpolando então para a entropia, encontramos $h_5 = 3309{,}66\,\mathrm{kJ/kg}$ $\boxed{\textbf{0,5 pt}}$.

O valor do rendimento é

$$\eta = \frac{(3682{,}34 - 3309{,}66) + (3697{,}48 - 2599{,}06) - 3{,}03}{(3682{,}34 - 228{,}94) + (3697{,}48 - 3309{,}66)} = 0{,}382 \qquad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

Com o dado de potência fornecida, podemos determinar a vazão mássica do ciclo atual,

$$\dot{W} = \dot{m}(w_T - w_B) \quad \Rightarrow \quad \dot{m} = \frac{\dot{W}}{(w_T - w_B)} = \frac{3000}{(997{,}63 - 3{,}03)} = 3{,}016\,\mathrm{kg/s}. \qquad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

Com esta vazão mássica, a potência fornecida pelo novo ciclo seria de

$$\dot{W} = \dot{m}(w_T - w_B) = 3{,}016 \times [(3682{,}34 - 3309{,}66) + (3697{,}48 - 2599{,}06) - 3{,}03] = 4{,}43\,\mathrm{MW}.$$

Portanto, o novo ciclo seria capaz de suprir a demanda prevista sem que seja necessário aumentar a vazão mássica. $\boxed{\textbf{0,3 pt}}$