ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

3ª PROVA DE PME 2230 – MECÂNICA DOS FLUIDOS I 23/11/2011 Duração: 1h:40 min

1ª.Questão (3,5 pontos)

Considere o escoamento laminar de um fluido incompressível, em regime permanente, de uma película de óleo escoando lentamente para baixo em uma parede vertical infinita no plano **yz** da figura. A espessura da película de óleo é δ, constante na direção do escoamento. O óleo cai apenas por efeito da gravidade e as variações na pressão atmosférica são desprezíveis.

Utilizando as equações diferenciais da continuidade e da quantidade de movimento (Navier-Stokes) para fluido incompressível e viscosidade constante dadas abaixo, para sistema de coordenadas cartesianas retangular, desenvolver as equações aplicáveis ao escoamento para determinar literalmente o perfil de velocidade e a distribuição de pressões na película de óleo.

Observação: Resolva escrevendo a equação da conservação da massa e as equações de Navier-Stokes, para o escoamento em questão, explicitando e justificando claramente as hipóteses simplificadoras e as condições de contorno.

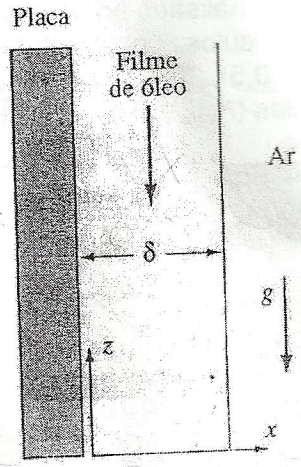
A seguir são dadas as equações da continuidade e de Navier-Stokes para escoamentos de fluidos incompressíveis em regime permanente.

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$$

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\rho g_x+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\rho g_y+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)$$

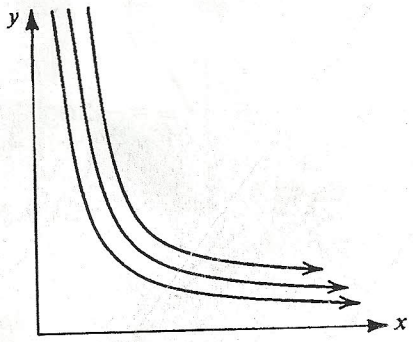
$$\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+\rho g_z+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)$$



2ª Questão (3,0 pontos)

Parte I: Considere o escoamento plano de um fluido incompressível, ilustrado abaixo, com componentes de velocidade ***u = Ux*** e **v = - *Uy***. Pede-se:

a) a aceleração do fluido (0,5 ponto);
b) a taxa de dilatação volumétrica, velocidade angular e taxa de deformação angular deste escoamento. (1,0 ponto);
c) determine se o escoamento é rotacional (0,5 ponto);



$$\frac{D(\ )}{Dt}=\frac{\partial(\ )}{\partial t}+(\vec{v}\cdot\nabla)(\ )$$

$$d_{11}=\frac{\partial u}{\partial x}\quad;\quad d_{22}=\frac{\partial v}{\partial y}\quad;\quad d_{33}=\frac{\partial w}{\partial z}$$

$$d_{xy}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\quad;\quad d_{xz}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)\quad;\quad d_{yz}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

$$w_x=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial z}\right)\quad;\quad w_y=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}\right)\quad;\quad w_z=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right);$$

$$\zeta=\text{rot}\,\vec{v}=\nabla\times\vec{v}$$

Parte II: Obtenha a equação de Euler a partir da equação de Navier Stokes dada na 1ª. Questão, indicando as hipóteses consideradas e o significado de cada termo da equação (1,0 ponto).

3ª. Questão 3 (3,5 pontos)

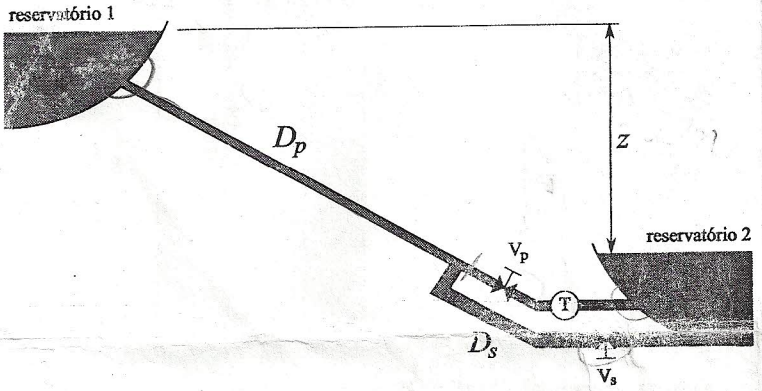
Deseja-se ligar dois reservatórios de água (ρ=1000 kg/m^3, ν=10^{-6} m^2/s) com desnível de z=600 m com o sistema mostrado na figura 3(a). O sistema é composto de uma tubulação principal, com diâmetro D_p=600mm e comprimento de 1200 m, e uma tubulação secundária, de diâmetro D_s=800mm. Ambas são de ferro fundido, com rugosidade média de 0,26 mm. A turbina instalada na tubulação principal, identificada com a letra T e de rendimento 0,92 (ou 92%), tem a curva característica mostrada na figura 3(b), onde W_T é a potência no eixo e Q é a vazão. A finalidade da tubulação secundária é permitir que se faça manutenção na turbina e também o controle do nível do reservatório 1 em épocas de cheias. As vazões pelos ramos principal e secundário depois do "tê" são controladas pelas válvulas V_p e V_s, respectivamente.

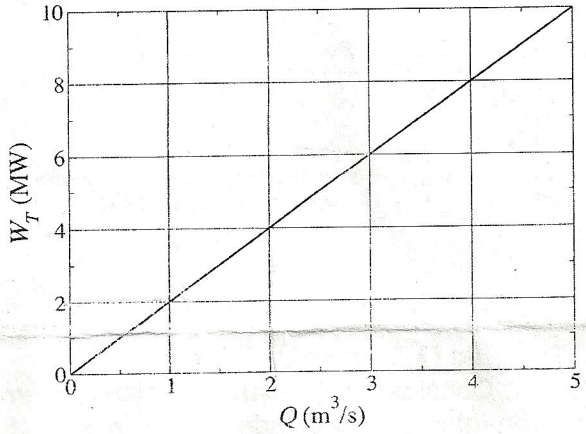
3.1) Determine a potência fornecida pela turbina quando o escoamento ocorre somente no ramo principal (V_p totalmente aberta e V_s fechada). (1,5 pontos)

Sugestão: Adotar como primeira estimativa regime de escoamento turbulento rugoso

3.2) A tubulação secundária deve ser capaz de suportar sozinha (isto é, com V_p fechada e V_s totalmente aberta), uma vazão 30% superior àquela calculada no item 3.1 sem que o nível do reservatório 1 se altere. Determine a que distância do reservatório 1 a derivação para a tubulação secundária ("tê") deve ser instalada, considerando que, por causa da geometria da derivação, o comprimento total percorrido pelo fluido neste caso é 10m mais longo que no caso analisado no item 3.1. (2,0 pontos)

Nos cálculos, considere as perdas de carga distribuídas e as localizadas provocadas pela entrada (K_{ent} = 0,5), "tê" ($K_{ramo\ principal}$ = 0,2 e $K_{derivação}$ = 1; usando sempre a velocidade no ramo principal), válvulas (K_{valv} = 0,05; totalmente aberta) e saída (K_{saida} = 1,0). Use g=9,8 m/s^2.





3(b)

Formulário:

Equação da energia: $\left(\frac{p}{\gamma}+\frac{\alpha V^2}{2g}+z\right)_B-\left(\frac{p}{\gamma}+\frac{\alpha V^2}{2g}+z\right)_A=H_M-\Delta H_{A-B}$

Fator de atrito:
$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{f}}=-2\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3,7}+\frac{2,51}{Re\sqrt{f}}\right) & \text{escoamento turbulento} \\ \frac{1}{\sqrt{f}}=1,74+2\cdot\log\left(\frac{D}{2\cdot\varepsilon}\right) & \text{escoamento hidraulicamente rugoso} \\ f=\frac{64}{Re} & \text{escoamento laminar} \end{cases}$$

Perda de carga distribuída: $h_L=h_f=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$

Perda de carga singular: $h_s=h_L=K\frac{V^2}{2g}$

Potência da turbina: $W_T=\gamma Q H_T \eta$

Número de Reynolds: $Re=\frac{VD}{\nu}$

Equação de Bernoulli: $\frac{p}{\rho}+\frac{V^2}{2}+gz=\text{constante}$