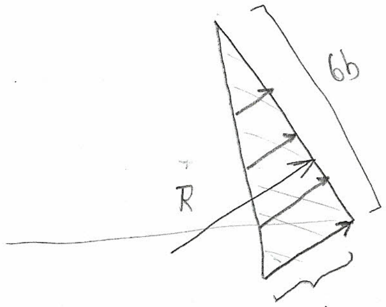
Exercício H1

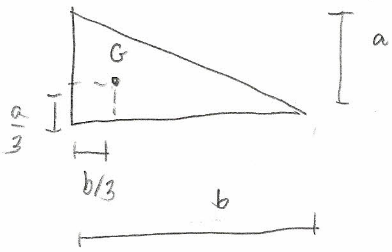
i) Vamos primeiramente encontrar a força resultante da pressão do líquido sobre a placa



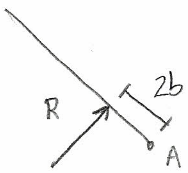
A força R é igual à área da figura multiplicada pela largura da placa

$$R = \frac{6b}{2} \cdot \gamma (6b) \sin\alpha = 18 b \gamma \sin\alpha$$

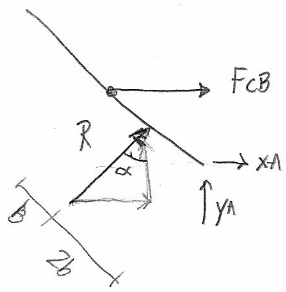
ii) O ponto de aplicação é dado pelo centro geométrico da figura. Lembrando que para triângulo:



Assim:



iii) Fazendo Diagrama de corpo livre



$$\begin{cases} R_x: \; R \sin\alpha + F_{CB} + x_A = 0 \quad (1) \\ R_y: \; y_A + R\cos\alpha = 0 \quad (2) \\ M_A: \; -R(2b) - F_{CB}(3b \sin\alpha) = 0 \quad (3) \end{cases}$$

de (3) $\quad F_{CB} = -\frac{2b \, (18 b \gamma \sin\alpha)}{3b \sin\alpha} = -12 b \gamma$ tinha desenhado tração

$F_{CB} = 12 b \gamma$ (compressão)

FB é a força que as 16 escoras produzem, assim

$$F_{escora} = \frac{F_{BC}}{16} \Rightarrow \boxed{F_{escora} = \frac{3}{4} b \gamma}$$

Exercício 4.2

Vejamos os ensinamentos de Kominsky, Paulo C. em Mecânica Geral para Engenheiros:

III.4.2 Superfícies curvas

Para superfícies curvas, o processo mais simples para calcular a resultante da pressão do líquido e seu ponto de aplicação sobre a superfície, consiste no estudo do equilíbrio de um volume de líquido limitado pela superfície dada e por superfícies verticais e horizontais planas convenientes.

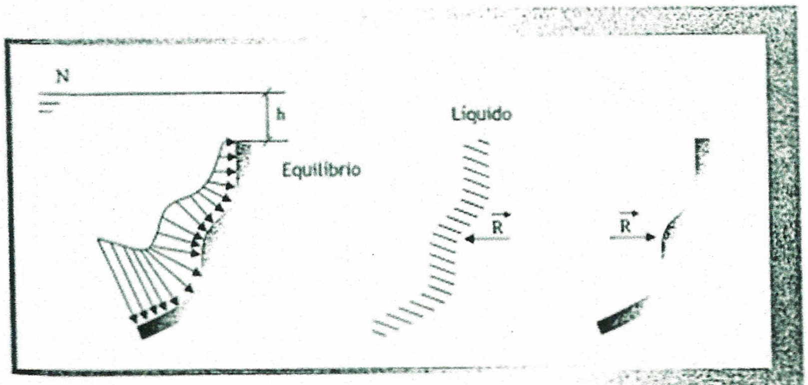
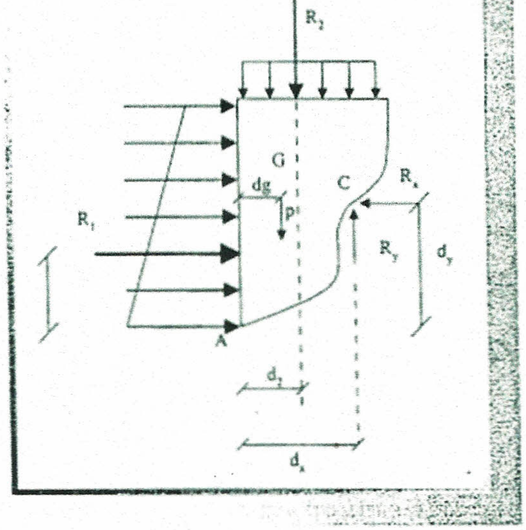


Figura 24 – Volume de pressão em superfície curva

Considera-se um conjunto em equilíbrio quando a superfície S está em equilíbrio e o líquido também está. E quando o líquido está em equilíbrio, também pode-se dizer que parte desse líquido também estará em equilíbrio. Assim pode-se considerar esta parte do líquido como sendo um sólido de contôrno imaginário contendo a superfície em estudo em equilíbrio como mostrado na figura a seguir. Construindo o o diagrama de corpo livre, obtém-se:

Figura 25
Diagrama de corpo livre

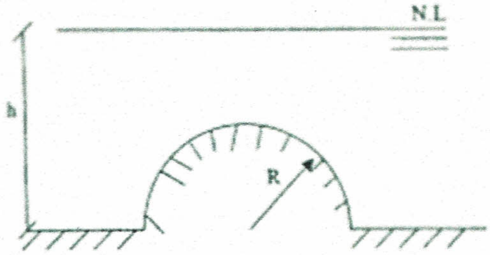


Montando as equações de equilíbrio para o sólido imaginário em questão:

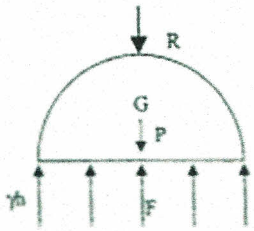
$$\sum F_x = 0 - R_x + R_1 = 0 =$$
$$\sum F_y = 0 - P + R_y - R_2 = 0$$
$$\sum M_{Az} = 0 + R_x d_y - R_1 d_1 - R_2 d_2 - P d_g = 0$$

Notar que as duas primeiras equações fornecem o valor da resultante do volume de pressão. A terceira equação é uma equação da reta correspondente à linha de ação da resultante. O ponto de aplicação da resultante C é obtido pela intersecção desta reta com a curva correspondente à equação da superfície em estudo. Analiticamente, ele é obtido através da resolução de um sistema de duas equações a duas incógnitas em que a segunda equação é a equação da curva correspondente à superfície em estudo.

Agora aplicando ao exercício #2:



Solução: Adotando o procedimento anteriormente exposto será analisado um corpo sólido imaginário composto do fluido em questão delimitado pela superfície a ser analisada (cilíndrica) e por uma superfície horizontal como mostrado.



O peso do sólido hipotético é dado por:

$$P = \frac{\gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot d}{2}$$

Notar que, devido à simetria presente no problema, a resultante terá a direção vertical conforme esboçado na figura.

O valor da resultante das forças que agem no plano inferior é dado por:

$$F = \gamma \cdot h \cdot (2R) \cdot d$$

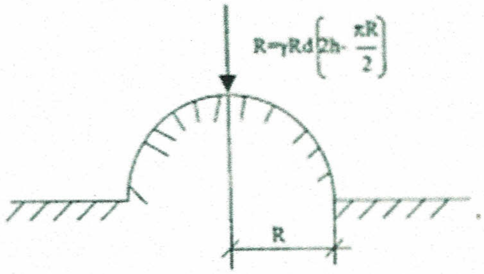
Montando as equações de equilíbrio, obtém-se:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 0 = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F - R - P = 0 \Rightarrow R = F - P$$

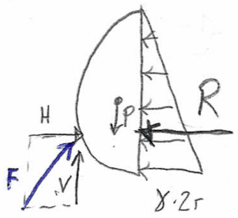
$$R = \gamma R d \left(2h - \frac{\pi R}{2} \right)$$

Resposta:



Exercício H.3

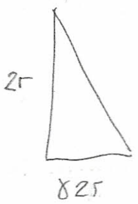
Faremos algo semelhante a H.2, porém ao fazer o corte na lateral teremos pressões variando



i) Calculamos a resultante das pressões (R)

$$R = \left[\frac{(2r)\cdot(\gamma \cdot 2r)}{2}\right] \cdot L = 2\gamma r^2 L$$

↑ área do perfil da pressão ↑ largura



ii) O peso da massa de água é:

$$P = m \cdot g = \rho \cdot (\text{Volume}) \cdot g = \gamma\,(\text{Área})(\text{Largura}) \qquad (\gamma = \rho g)$$

$$P = \gamma\left(\frac{\pi r^2}{2}\right) \cdot L$$

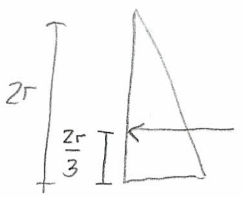
iii) Calculando H e V

a) $R_x = 0 \Rightarrow \boxed{H = R = 2\gamma r^2 L = 2\rho g r^2 L}$

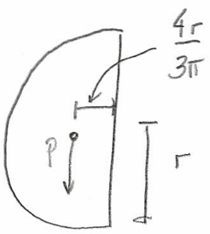
b) $R_y = 0 \Rightarrow \boxed{V = P = \gamma \pi r^2 L / 2 = \pi \rho g r^2 L / 2}$

Extra: encontrar a linha de ação de F

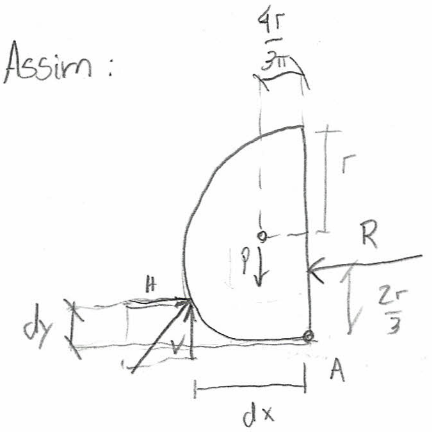
i) R está aplicado em:



ii) P está aplicado no centro geométrico



Assim :



$$M_A = -V\,dx - H\,dy + P\left(\frac{4r}{3\pi}\right) + R\left(\frac{2r}{3}\right) = 0$$

$$-\left(\frac{\pi\gamma r^2 L}{2}\right)dx - dy\left(2\gamma r^2 L\right) + \frac{\pi\gamma r^2 L}{2}\left(\frac{4r}{3\pi}\right) + \left(2\gamma r^2 L\right)\left(\frac{2r}{3}\right) = 0$$

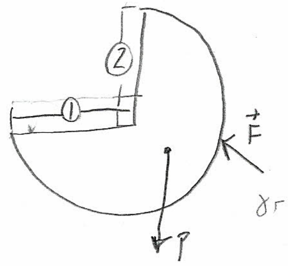
$$\frac{\pi}{2}dx + 2dy = \frac{2r}{3} + \frac{4r}{3}$$

$$\boxed{\pi dx + 4dy = 4r} \quad (1)$$

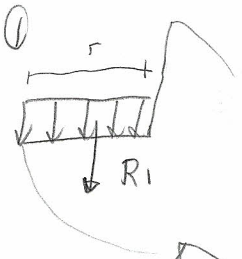
(1) é a equação de uma reta. O ponto exato onde $\vec{F}$ é aplicada é dada pelo encontro dessa reta com a semi-circunferência. Como no enunciado pede a linha de ação, (1) é a resposta.

Exercício H.4

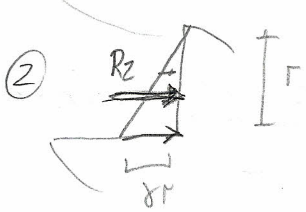
Queremos as forças sobre a ponte curva. Por isso, isolamos um volume líquido em contato com tal superfície:



Temos pressões em 1 e 2:



$$R_1 = (\gamma r \cdot r) \cdot L = \gamma r^2 L$$



$$R_2 = \frac{(\gamma r \cdot r)}{2} \cdot L = \frac{\gamma r^2 L}{2}$$

Além disso o peso vale:

$$P = mg = \rho\,(\text{Volume})\,g = \underbrace{\rho g}_{\gamma}\left(\frac{\pi r^2}{4} \cdot 3\right) \cdot L = \frac{3}{4}\gamma \pi r^2 L$$

Finalmente:

$$R_x = 0 \Rightarrow -F_x + R_1 = 0 \Rightarrow \boxed{F_x = \frac{\gamma r^2 L}{2}}$$

$\xleftarrow{\frac{\gamma r^2 L}{2}}$

$$R_y = 0 \Rightarrow F_y - P - R_2 = 0$$

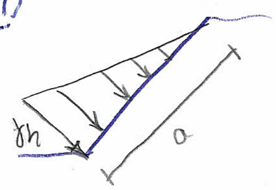
$$F_y = \frac{3\pi}{4}\gamma r^2 L + \frac{\gamma r^2 L}{2}$$

$$\boxed{F_y = \frac{\gamma r^2 L}{4}(3\pi + 2)}$$

$\uparrow \frac{\gamma r^2 L}{4}(3\pi + 2)$

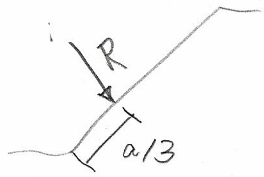
Exercício 4.5 (Alguns selecionados)

④

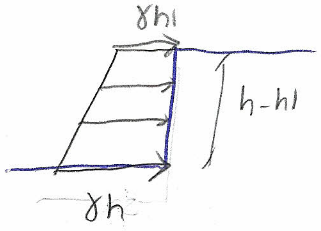


$$R = \frac{(\gamma h)\cdot a}{2} \cdot L = \frac{\gamma h a L}{2}$$

Ponto de aplicação :



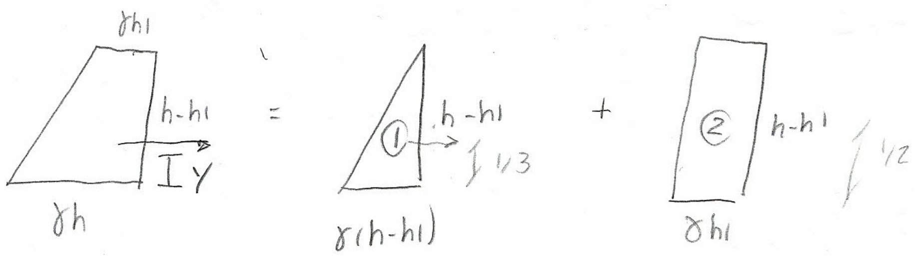
⑤



$$R = \text{Área} \cdot L = \frac{(\gamma h_1 + \gamma h_2)}{2} \cdot (h - h_1) \cdot L$$

$$\boxed{R = \frac{\gamma (h^2 - h_1^2) L}{2}}$$

Ponto de Aplicação : Vamos dividir em duas partes



Ponto de aplicação a partir do fundo

Para 1 : $\frac{h-h_1}{3}$

para 2 : $\frac{h-h_1}{2}$

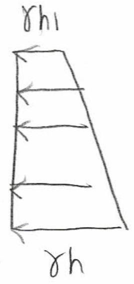
O ponto de aplicação da soma é uma média ponderada pelas áreas

$$y = \frac{A_1\left(\frac{h-h_1}{3}\right) + A_2\left(\frac{h-h_1}{2}\right)}{A_1 + A_2} = \frac{\gamma\frac{(h-h_1)^2}{2}\left(\frac{h-h_1}{3}\right) + (\gamma h_1)(h-h_1)\left(\frac{h-h_1}{2}\right)}{\gamma\frac{(h-h_1)^2}{2} + (\gamma h_1)(h-h_1)}$$

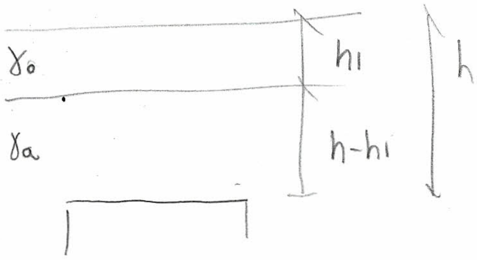
$$\boxed{y = [(h-h_1)(h+2h_1)] / [3(h+h_1)]}$$

⑨ É exatamente igual a ⑤, temos

A parede inclinada ao lado não muda nada



⑪ Temos sobre a sup horizontal uma pressão

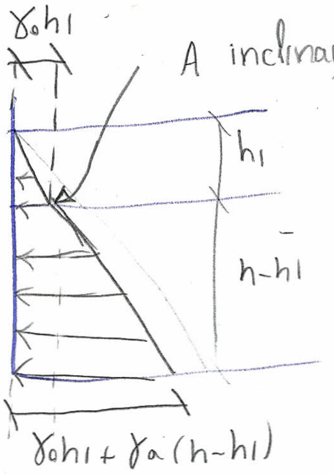


$$p = p_a + p_o = \gamma_o h_1 + \gamma_a (h - h_1)$$

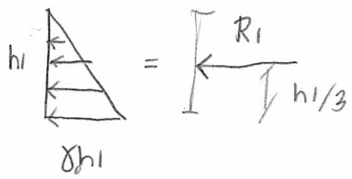
A força será: $F = p \cdot \text{Area}$

$$\boxed{F = [\gamma_o h_1 + \gamma_a (h - h_1)]\, a L}$$

⑩ A inclinação muda quando muda de meio

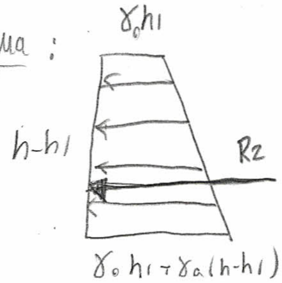


i) Óleo:



$$R_1 = \frac{\gamma_o h_1^2}{2} \cdot L$$

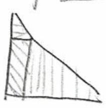
ii) Água:



$$R_2 = \frac{[\gamma_o h_1 + \gamma_o h_1 + \gamma_a (h-h_1)]}{2} (h-h_1) \cdot L$$

$$R_2 = \left[\gamma_o h_1 (h-h_1) + \frac{\gamma_a}{2} (h-h_1)^2\right] L$$

$$\therefore \boxed{R = R_1 + R_2 = \left[\gamma_o h_1 \left(h - \frac{h_1}{2}\right) + \gamma_a \frac{(h-h_1)^2}{2}\right] L}$$

Obs: para achar o ponto de aplicação dividir em 3 partes  e fazer média ponderada.