R$ 1,50

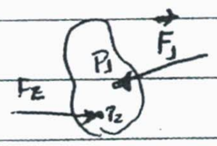
/ /

Mecânica I - Resumo Teórico - P1 2014

Por: Arthur Salles.

I - Força, Resultante e Momento

• Força é definida por um vetor E um ponto de aplicação



Resultante = vetor sem ponto de aplicação dado por $\boxed{\vec R = \Sigma \vec F_i}$

• Momento em relação a um pólo O é dado pela soma dos momentos de cada força: $\boxed{\vec M_0 = \Sigma_i (P_i - O) \wedge \vec F_i}$

Se calculamos o momento em relação a um pólo qualquer e queremos para outro, usamos:

$$\boxed{\vec M_B = \vec M_A + (A - B) \wedge \vec R}$$ (Fórmula de mudança de pólo)

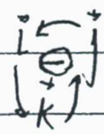
• Momento em relação a um eixo: dado um eixo u com versor unitário $\hat u$, o momento em relação a u é: $\boxed{M_u = \vec M_0 \cdot \vec u}$, em que $O \in u$.

DICA: para calcular produto vetorial, escreve com $\vec i, \vec j, \vec k$

E lembra que: $\vec i \wedge \vec i = \vec j \wedge \vec j = \vec k \wedge \vec k = 0$

E para outros pares:

$\vec i \wedge \vec j = \vec k$
$\vec j \wedge \vec k = \vec i$
$\vec k \wedge \vec i = \vec j$



$\vec i \wedge \vec k = -\vec j$
$\vec k \wedge \vec j = -\vec i$
$\vec j \wedge \vec i = -\vec k$

II - Redução de um Sistema de Forças

Invariante escalar: $\boxed{I = \vec M_A \cdot \vec R = \vec M_B \cdot \vec R}$, vale para qualquer ponto o mesmo valor (I): o invariante

↑ Invariante escalar

/ /

Binário: para simplificar imaginamos como sendo um momento aplicado. Ou seja, o binário faz girar mas não causa translação. Obs: não tem ponto de aplicação *

Casos de redução de Forças.

① $\vec{R} = \vec{0}$ e $\vec{M}_0 = \vec{0}$ ⇒ CORPO EM REPOUSO

↑ calculado para um O da sua escolha

② $\vec{R} = \vec{0}$ e $\vec{M}_0 \neq \vec{0}$ ⇒ REDUTÍVEL A UM BINÁRIO IGUAL a $\vec{M}_0$

③ $\vec{R} \neq \vec{0}$ e $I = \vec{M}_0 \cdot \vec{R} = 0$ ⇒ REDUTÍVEL A UMA ÚNICA FORÇA

Nesse caso encontramos um ponto E tal que $\vec{M}_E = 0$

Usando: $\vec{M}_E = \vec{M}_0 + (O - E) \wedge \vec{R}$

— Obviamente, terei mais que um E.

O sistema de forças pode ser reduzido a uma força igual a $\vec{R}$ aplicada em E.

④ $\vec{R} \neq \vec{0}$ e $I \neq 0$ ⇒ REDUTÍVEL A UMA FORÇA e UM BINÁRIO

Reduz a um binário $(\vec{M})$ igual ao momento calculado $(\vec{M} = \vec{M}_0)$ e aplica a resultante em O.

---

* Obs: um binário age sobre todo o corpo. Assim entra no cálculo do momento

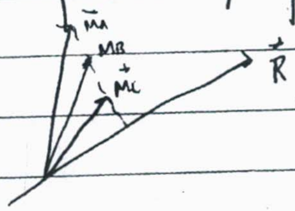
↙ BINÁRIO APLICADO

$$\vec{M}_0 = \sum (P_i - O) \wedge F_i + \vec{M}$$

III - Eixo Mínimo

No caso do sistema ser redutível a uma força e um binário, pode-se pedir para encontrar os pontos em que o momento é mínimo.

Vimos pelo invariante que $\vec{M}_A \cdot \vec{R} = \vec{M}_B \cdot \vec{R} = I$ (constante)
Ou seja, a projeção sobre $\vec{R}$ é a mesma para qualquer $\vec{M}_0$



Assim $\vec{M}_E$ é mínimo se $\vec{M}_E \,//\, \vec{R}$
Ou, em outras palavras, $\vec{M}_E = \beta \vec{R}$, $\beta \in \mathbb{R}$

Resolvendo $\vec{M}_E = \vec{M}_0 + (O - E) \wedge \vec{R}$, chegamos a:

$$\boxed{(E - O) = \frac{\vec{R} \wedge \vec{M}_0}{\|\vec{R}\|^2} + \alpha \vec{R}} \rightarrow \text{eixo mínimo}$$

Note que a resposta não é única, vale para qualquer $\alpha \in \mathbb{R}$
Obs: nos pontos do eixo mínimo $\boxed{\vec{M}_E = \frac{\vec{R} \cdot \vec{M}_0}{\|\vec{R}\|^2} \cdot \vec{R}}$

IV - Baricentro

É o centro geométrico da figura, onde aplica-se o peso. Se tivermos um corpo composto por várias partes simples uso que

$$x_G = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \qquad y_G = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} \qquad z_G = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

Em que m_i é a massa da parte i e seu centro é (x_i, y_i, z_i)

tilibra

/ /

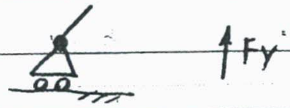
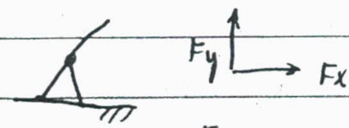
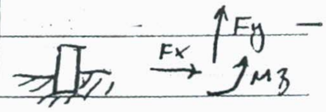
V - Sistema em equilíbrio

Vamos resolver problemas em que quero descobrir certas forças que mantenham o sistema em equilíbrio.

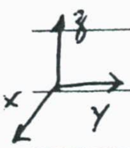
Resolveremos : $\boxed{\vec{R} = \vec{0} \quad e \quad \vec{M}_O = \vec{0}}$ DICA: escolha O que facilite cálculo de $\vec{M}_O$

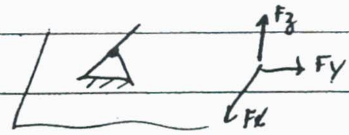
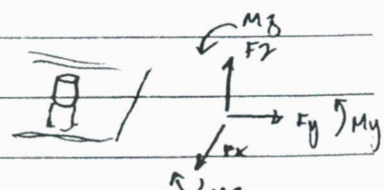
A) VÍNCULOS : são mecanismos que fixam o sistema. Impedem que ele se mova em algumas direções ou que gire em torno de certos eixos. Ao isolar o sistema (1º passo para resolver esse tipo de questão), vamos tirar o vínculo e colocar esforços (força e/ou binário) na direção que ele impede

Em 2D :

APOIO SIMPLES	APOIO FIXO ou ARTICULAÇÃO	ENGASTAMENTO
		
→ Pode andar em x e girar	→ só permite girar	→ impede tudo
→ Ao tirar põe força em y	→ Gera reação em x e y	→ gera reação em x e y além de binário em z

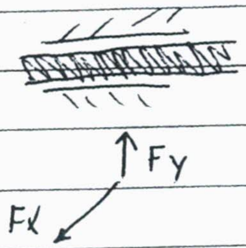
Em 3D



APOIO SIMPLES	APOIO FIXO ou ARTICULAÇÃO	ENGASTAMENTO
		
→ Não se move em 1 direção	→ Não translada	→ impede tudo
→ Gera 1 força	→ Gera 3 forças	→ gera 3 forças e 3 binários

tilibra

ANEL → permite transladar em um eixo e não impede girar



→ ∂ → gera duas forças

B) Método de Resolução

1° Passo: Faz diagrama de corpo livre (DCL)
- desenha o sistema
- põe esforços ativos (momentos, forças aplicados)
- põe esforços reativos → de vínculos - no sentido que quiser. Obs: pode ter normal e atrito também

2° Passo: Escrever as equações
- Em 2D, temos: $\vec{R} = 0$ e $\vec{M_0} = 0$

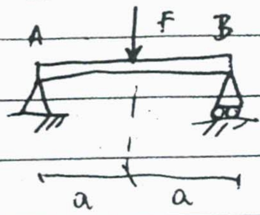
ou: $R_x = R_y = M_{0z} = 0$
- Em 3D temos $\begin{cases} R_x = R_y = R_z = 0 \\ M_{0x} = M_{0y} = M_{0z} = 0 \end{cases}$

3° Passo: Resolver as equações

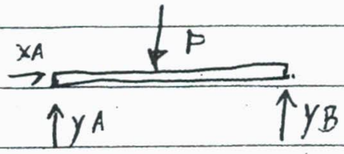
4° Passo: Dar a resposta na forma vetorial ou desenhando

Veja um despretensioso exemplo a seguir

Exemplo: Calcule as reações nos vínculos



1° Passo: DCL



2° Passo: $R_x = 0 \Rightarrow x_A = 0$ (1)

$R_y = 0 \Rightarrow y_A + y_B - F = 0$ (2)

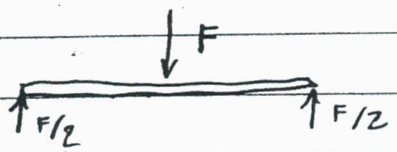
Pode escolher qualquer ponto. Pus A pois reduz termos — $M_{A_z} = 0 \Rightarrow 2a\,y_B - a \cdot F = 0$ (3) Obs: regra mão direita

3° Passo: de (1) $x_A = 0$

de (3) $y_B = F/2$

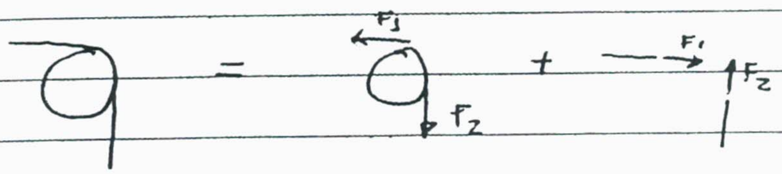
de (2) $y_A = F/2$

4° Passo

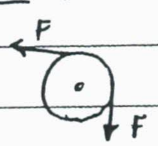


Obs: Fio e Polia

- Fio: transmite força em sua direção e no sentido de tracionamento do fio



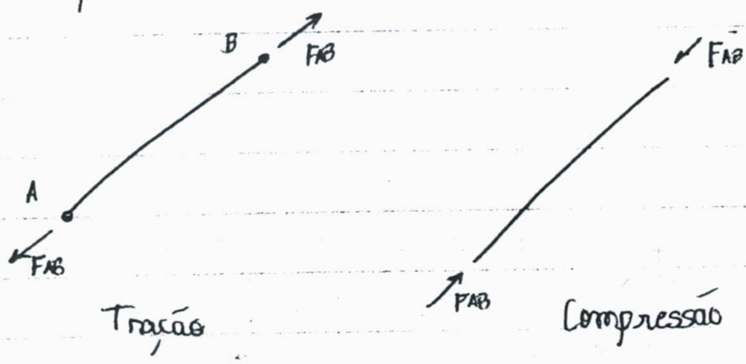
- polia: muda direção de uma força. No caso de polia parada, as duas forças têm o mesmo módulo



(Obs: no exercício pode por diferente e mostrar que são iguais usando $M_C = 0$ em que C é o centro)

VI - Treliças

Uma barra sem peso, articulada nas pontas, sujeita a forças apenas em suas extremidades tem uma importante característica: a barra está sujeita apenas a uma força na sua direção, que pode ser de compressão ou tração



Nos exercícios, sempre que vir uma barra assim, ao isolar, substitui por uma força na direção da barra

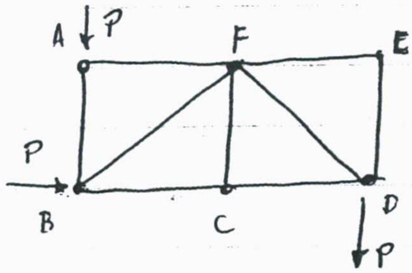
Exemplo

Obs: ao isolar, desenha a força no sentido da tração da barra. Se der negativo no final, é compressão.

Método dos Nós e dos cortes → em casos em que temos muitas barras de treliça ligadas há dois métodos de solução que permitem encontrar as forças:

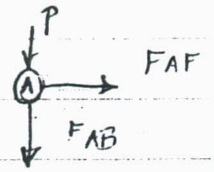
① Método dos nós – é usado preferencialmente quando quero todas as forças em uma estrutura de treliça.

Primeiro acho as reações externas. Depois analiso nó a nó da seguinte forma



Isolo um nó no qual tenho no máximo duas forças desconhecidas ; Nó A

Ponho pra cada barra uma força na direção da barra e no sentido da tração



Escrevo e resolvo as equações para resultante em x (R_x) e em y (R_y)

$$\begin{cases} R_x: \; F_{AF} = 0 \\ R_y: \; -P - F_{AB} = 0 \end{cases}$$

$\therefore F_{AF} = 0$ e $F_{AB} = -P$ (compressão)

(...)

Vai fazendo isso com outros nós até ter achado todas as forças.

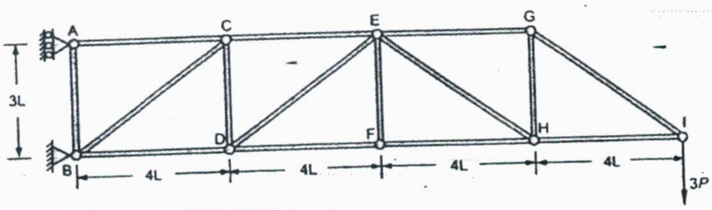
(2) Método do corte: se quer os esforços em uma barra ou em poucas barras, seria inutilmente longo fazer o processo dos nós. Uma alternativa é usar corte

Como fazer?

• Faça um corte que divida o sistema em 2 cortando três barras. Deve tentar cortar usando as barras em que quero a força, mas nem sempre dá para resolver usando um só corte. Obs: não pode usar três barras que saem do mesmo nó nem as três paralelas entre si (pode ser 2 paralelas e outra não)

• Exemplo (P1 2013)

Questão 3 (3,0 pontos): A treliça da figura está vinculada em A por um apoio simples e em B por uma articulação.

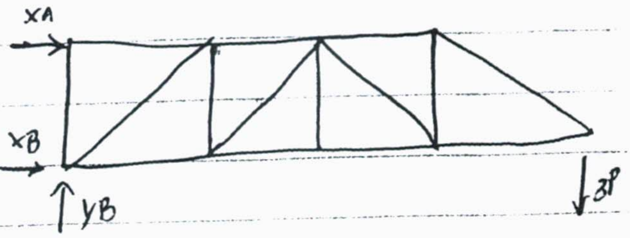


Determine:

a) as reações vinculares em A e B;

b) as forças nas barras DE e DF, indicando se são de tração ou compressão.

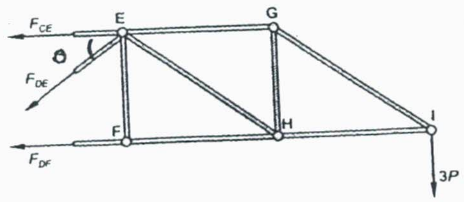
a) Isolando o sistema achamos as reações:



$$
\begin{cases}
R_x: X_A + X_B = 0 \quad (1) \\
R_y: Y_B - 3P = 0 \quad (2) \\
M_B: -X_A(3L) - 3P(16L) = 0 \quad (3)
\end{cases}
$$

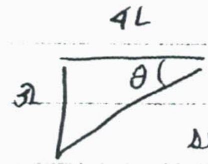
de (2): $\boxed{Y_B = 3P}$, de (3) $\boxed{X_A = -16P}$ e de (1) $\boxed{X_B = 16P}$

b) Queremos as forças em DE e DF. Fazemos um corte que divide a estrutura pela metade. Nas barras cortadas coloca força tracionando



Agora escrevemos as equações:

$$\begin{cases} R_x: & -F_{CE} - F_{DE}\cos\theta - F_{DF} = 0 & (1) \\ R_y: & -F_{DE}\cdot \operatorname{sen}\theta - 3P = 0 & (2) \\ M_E: & -F_{DF}(3L) - 3P(8L) = 0 & (3) \end{cases}$$



$\operatorname{sen}\theta = \frac{3}{5}$

de (3) $\boxed{F_{DF} = -8P \text{ (compressão)}}$

de (2) $\boxed{F_{DE} = -5P \text{ (compressão)}}$

VII – Considerações finais

A matéria desta prova tem pouca teoria e muito macete de exercício. Então treine com exercícios de prova antiga e da lista

DICA: deixei 8 exercícios de prova comentados no xerox. Além disso, para quem quiser darei fuja quarta (27) e segunda (1°)