

Nome :

Nº:

Q1 (3,5 pontos) – Para a estrutura abaixo esquematizada, cuja seção transversal em forma de “TÊ” é composta por 3 materiais com as seguintes características:

Material 1 - módulo de elasticidade: $E_1 = E_3 / 4$, tensão admissível: $\sigma_1 = \sigma_3 / 2$

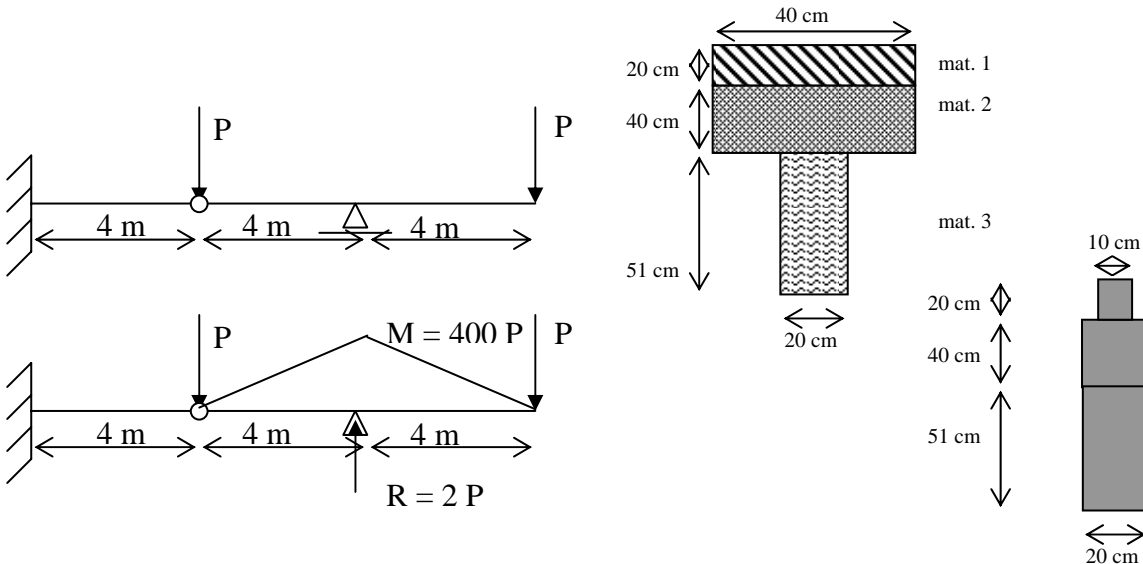
Material 2 - módulo de elasticidade: $E_2 = E_3 / 2$, tensão admissível: $\sigma_2 = \sigma_3$

Material 3 - módulo de elasticidade: E_3 , tensão admissível: $\sigma_3 = 2 \text{ kN/cm}^2$

- Determinar a máxima força P aplicável,

- Traçar o diagrama de tensões normais ao longo da altura da seção transversal na região de maior momento fletor.

Obs.: cada um dos materiais resiste igualmente à tração e à compressão



$$y_g = \frac{20 \times 10 \times 101 + 20 \times 40 \times 71 + 20 \times 51 \times 51 / 2}{10 \times 20 + 20 \times 40 + 20 \times 51} = 51 \text{ cm}$$

$$I_{fict} = \frac{10 \times 20^3}{12} + 10 \times 20 \times 50^2 + \frac{20 \times 40^3}{12} + 20 \times 40 \times 20^2 + \frac{20 \times 51^3}{3} = 1\,817\,673 \text{ cm}^4$$

$$\sigma_3 = \frac{M}{I_{fict}} y \frac{E}{E_3} = \frac{M}{1817673} 51 \rightarrow M = 35\,641 \text{ kN} \times 2 \text{ kN/cm}^2 = 71\,281 \text{ kN cm} \text{ ----- } P_{\max} = M/400 = 178 \text{ kN}$$

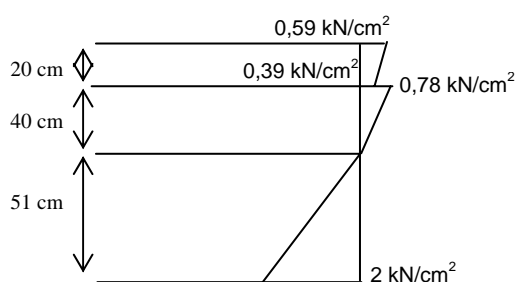
$$\text{----- } \sigma = \frac{71281}{1817673} 51 = 2 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \frac{M}{I_{fict}} y \frac{E_2}{E_3} = \frac{M}{1817673} 40 \frac{1}{2} \rightarrow M = 90\,884 \text{ kN} \times 2 \text{ kN/cm}^2 = 181\,768 \text{ kN cm}$$

$$\text{----- } \sigma = \frac{71281}{1817673} 40 / 2 = 0,78 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_1 = \sigma_3 / 2 = \frac{M}{I_{fict}} y \frac{E_1}{E_3} = \frac{M}{1817673} 60 \frac{1}{4} \rightarrow M = 121\,178 \times 1 \text{ kN/cm}^2 = 121\,178 \text{ kN cm}$$

$$\text{----- } \sigma = \frac{71281}{1817673} \frac{1}{4} (40 \text{ a } 60) = 0,39 \text{ a } 0,59 \text{ kN/cm}^2$$



Nome :

Nº:

Q1 (3,5 pontos) – Para a estrutura abaixo esquematizada, cuja seção transversal em forma de “TÊ” é composta por 3 materiais com as seguintes características:

Material 1 - módulo de elasticidade: $E_1 = E_3 / 5$, tensão admissível: $\sigma_1 = \sigma_3 / 3$

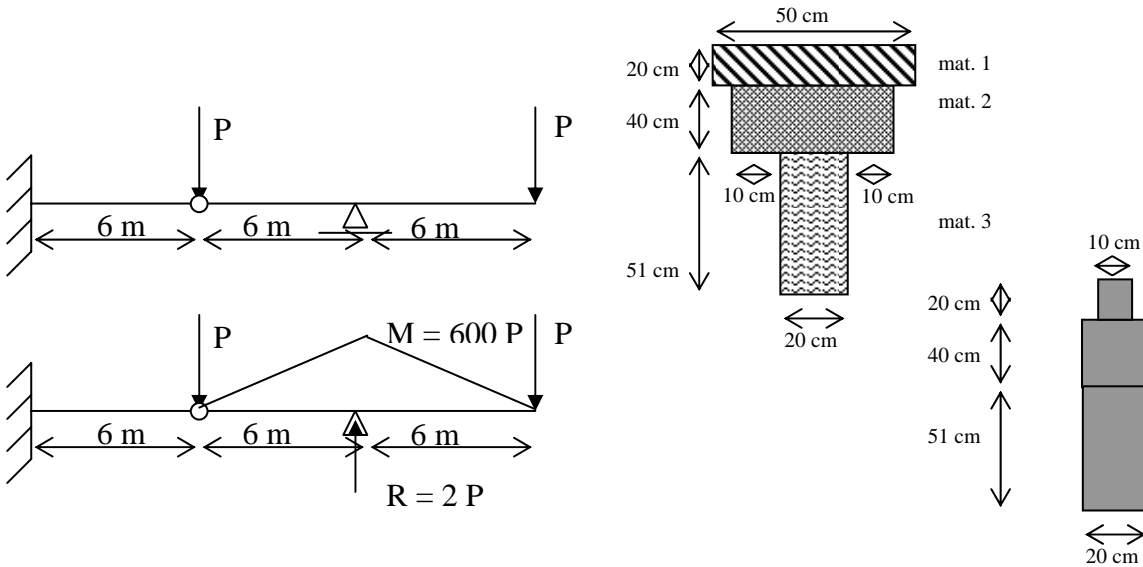
Material 2 - módulo de elasticidade: $E_2 = E_3 / 2$, tensão admissível: $\sigma_2 = \sigma_3$

Material 3 - módulo de elasticidade: E_3 , tensão admissível: $\sigma_3 = 3 \text{ kN/cm}^2$

- Determinar a máxima força P aplicável,

- Traçar o diagrama de tensões normais ao longo da altura da seção transversal na região de maior momento fletor.

Obs.: cada um dos materiais resiste igualmente à tração e à compressão



$$y_g = \frac{20 \times 10 \times 101 + 20 \times 40 \times 71 + 20 \times 51 \times 51/2}{10 \times 20 + 20 \times 40 + 20 \times 51} = 51 \text{ cm}$$

$$I_{fict} = \frac{10 \times 20^3}{12} + 10 \times 20 \times 50^2 + \frac{20 \times 40^3}{12} + 20 \times 40 \times 20^2 + \frac{20 \times 51^3}{3} = 1\,817\,673 \text{ cm}^4$$

$$\sigma_3 = \frac{M}{I_{fict}} y \frac{E}{E_3} = \frac{M}{1817673} 51 \rightarrow M = 35\,641 \text{ kN} \times 3 \text{ kN/cm}^2 = 106\,923 \text{ kN cm} \text{ ----- } P_{\text{máx}} = M/600 = 178 \text{ kN}$$

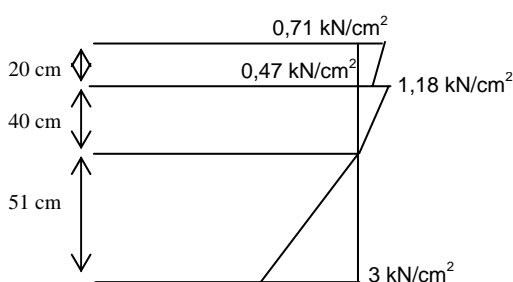
$$\text{----- } \sigma = \frac{106923}{1817673} 51 = 3 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \frac{M}{I_{fict}} y \frac{E_2}{E_3} = \frac{M}{1817673} 40 \frac{1}{2} \rightarrow M = 90\,884 \text{ kN} \times 3 \text{ kN/cm}^2 = 272\,652 \text{ kN cm}$$

$$\text{----- } \sigma = \frac{106923}{1817673} 40/2 = 1,18 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_1 = \sigma_3/2 = \frac{M}{I_{fict}} y \frac{E_1}{E_3} = \frac{M}{1817673} 60 \frac{1}{5} \rightarrow M = 151\,473 \text{ kN} \times 1 \text{ kN/cm}^2 = 151\,473 \text{ kN cm}$$

$$\text{----- } \sigma = \frac{106923}{1817673} \frac{1}{5} (40 \text{ a } 60) = 0,47 \text{ a } 0,71 \text{ kN/cm}^2$$

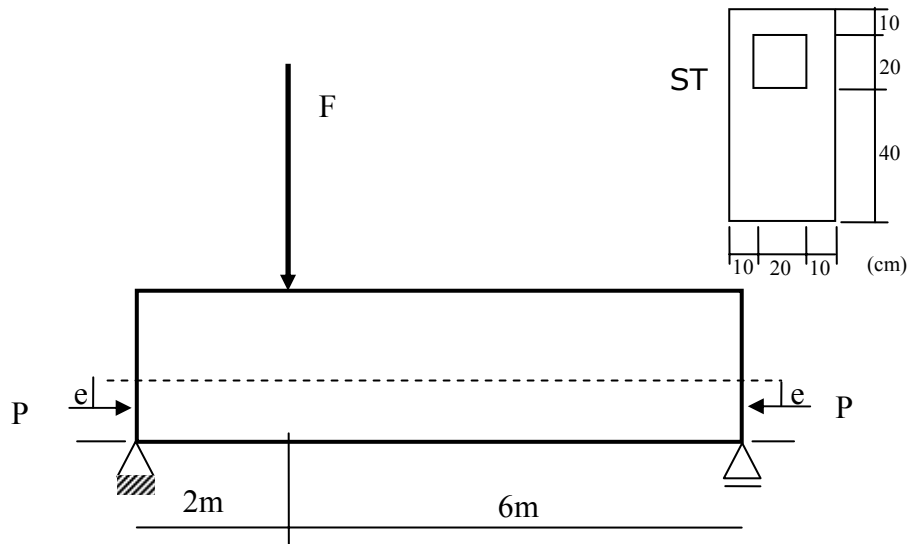


PEF2202 – QUESTÃO 2 (Valor 3,5)

Quanto devem valer P e a excentricidade e para que F seja máximo? Qual é o valor de F_{\max} ?

Tensão admissível à tração $\sigma_t = 0$

Tensão admissível à compressão $\sigma_c = 1,5 \text{ kN/cm}^2$



Respostas: $e =$ cm (duas casas decimais)
 $P =$ kN (arredondado para o inteiro)
 $F_{\max} =$ kgf (arredondado para o inteiro)

Resolução:

$z' = 37,5 \text{ cm}$ (distância do eixo y até a borda superior, em módulo)

$z'' = 32,5 \text{ cm}$ (distância do eixo y até a borda inferior, em módulo)

$I_y = 1025000 \text{ cm}^4$

σ_P : tensão provocada pela carga P e pela excentricidade e

σ_F : tensão provocada pela carga F

$$\sigma = \sigma_P + \sigma_F$$

Nas seções correspondentes aos apoios: $\sigma_F = 0$

Tensão na borda superior:

$\sigma' = \sigma'_P = 0$ (máxima tensão de tração)

$$\sigma' = \frac{-P}{A} + \frac{(-P \cdot e)(-z')}{I_y}, \text{ portanto } e = \frac{I_y}{A \cdot z'} = 11,39 \text{ cm}$$

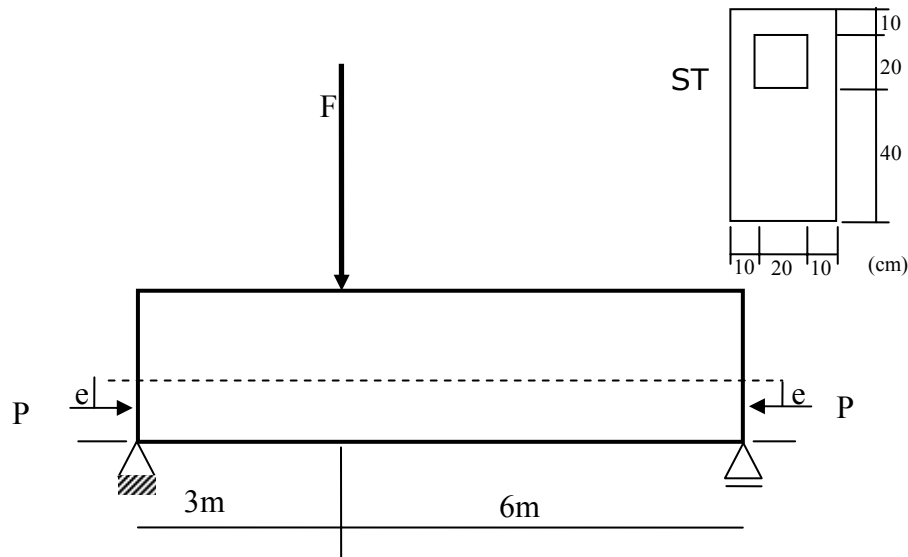
$\sigma'' = \sigma''_P = -1,5$ (máxima tensão de compressão)

PEF2202 – QUESTÃO 2 (3,5)

Quanto devem valer \underline{P} e a excentricidade \underline{e} para que F seja máximo? Qual é o valor de F_{\max} ?

Tensão admissível à tração $\sigma_t = 0$

Tensão admissível à compressão $\sigma_c = 1,4 \text{ kN/cm}^2$



Respostas: $e =$ cm (duas casas decimais)
 $P =$ kN (arredondado para o inteiro)
 $F_{\max} =$ kgf (arredondado para o inteiro)

Resolução:

$z' = 37,5 \text{ cm}$ (distância do eixo y até a borda superior, em módulo)

$z'' = 32,5 \text{ cm}$ (distância do eixo y até a borda inferior, em módulo)

$I_y = 1025000 \text{ cm}^4$

σ_P : tensão provocada pela carga \underline{P} e pela excentricidade \underline{e}

σ_F : tensão provocada pela carga F

$$\sigma = \sigma_P + \sigma_F$$

Nas seções correspondentes aos apoios: $\sigma_F = 0$

Tensão na borda superior:

$\sigma' = \sigma'_P = 0$ (máxima tensão de tração)

$$\sigma' = \frac{-P}{A} + \frac{(-P \cdot e)(-z')}{I_y}, \text{ portanto } e = \frac{I_y}{A \cdot z'} = 11,39 \text{ cm}$$

$$\sigma'' = \sigma''_p = -1,4 \text{ (máxima tensão de compressão)}$$

$$P\left(\frac{1}{A} + \frac{e \cdot z'}{I_y}\right) = 1,4, \text{ portanto } P = 1800 \text{ kN}$$

Na seção transversal com momento máximo provocado por F:

$$\sigma'_F = \frac{-150F \cdot 37,5}{1025000} = -1,4 \rightarrow F = 221 \text{ kN}, \text{ portanto } F_{max} = 191 \text{ kN}$$

$$\sigma''_F = \frac{150F \cdot 32,5}{1025000} = 1,4 \rightarrow F = 191 \text{ kN}$$



$$P\left(\frac{1}{A} + \frac{e \cdot z'}{I_y}\right) = 1,5, \text{ portanto } P = 1929 \text{ kN}$$

Na seção transversal com momento máximo provocado por F:

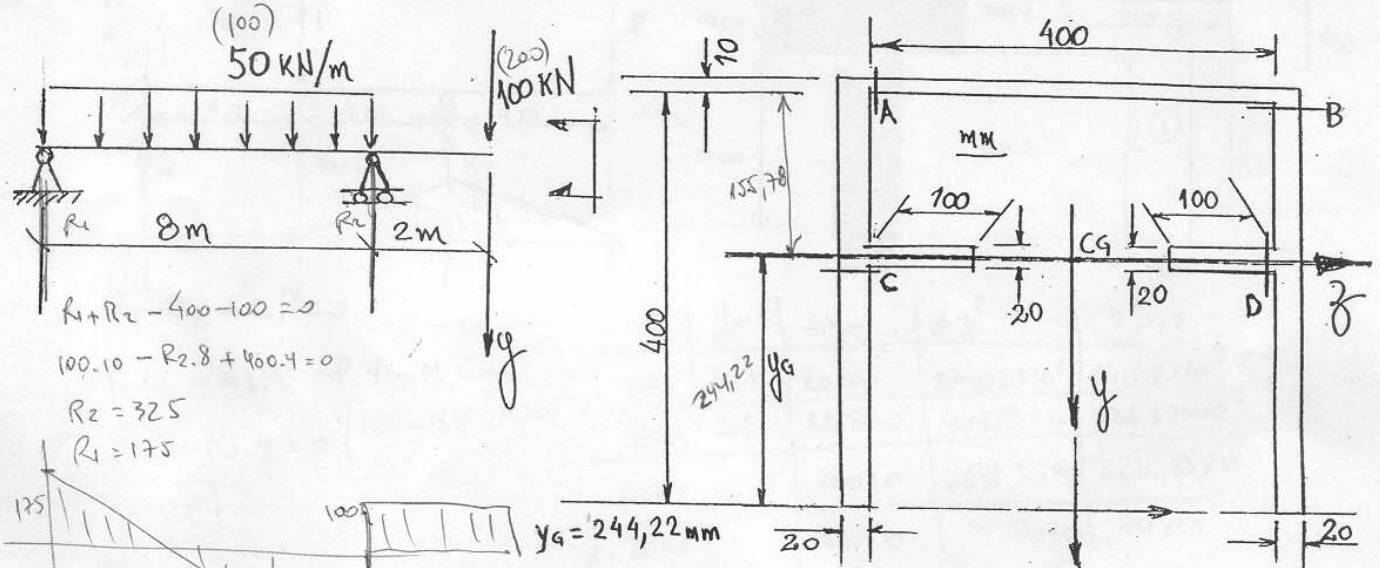
$$\sigma'_F = \frac{-150F \cdot 37,5}{1025000} = -1,5 \rightarrow F = 273 \text{ kN}, \text{ portanto } F_{max} = 273 \text{ kN}$$

$$\sigma''_F = \frac{150F \cdot 32,5}{1025000} = 1,5 \rightarrow F = 315 \text{ kN}$$

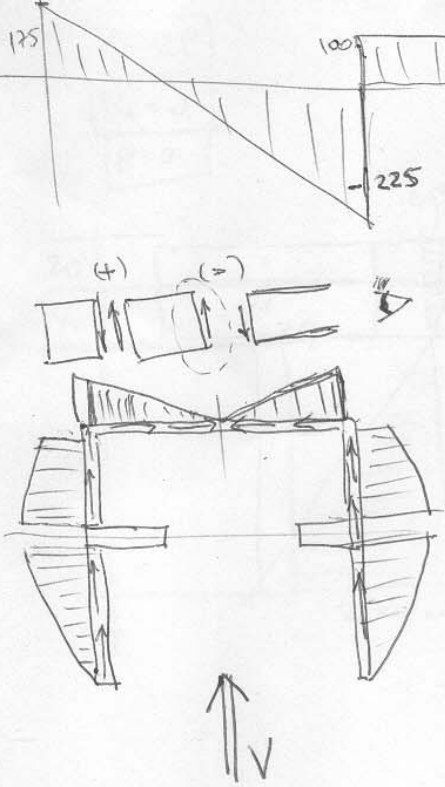
| |

3ª. Questão (3,0 pontos) Determine, para a barra abaixo, as tensões de cisalhamento, em N/mm^2 , nos pontos A, B, C e D da seção mais solicitada à força cortante. Esboce também o diagrama e o fluxo dessas tensões de cisalhamento ao longo da seção. O fluxo das tensões deve ser indicado olhando a seção da direita para a esquerda.

Dados : Área = 24400 mm^2 ; $I_y = 0,867 \times 10^6 \text{ mm}^4$; $I_z = 0,358 \times 10^9 \text{ mm}^4$



$$\frac{V}{I} = \frac{225000 \text{ N}}{0,358 \times 10^9 \text{ mm}^4} = 0,62849 \cdot 10^{-3}$$



- 1) $\tau_A = 0,62848 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{321560}{10} = 20,21 \text{ N/mm}^2$ (40,42)
 $M_{SA} = 200 \cdot 10 \cdot 160,78 = 321560$
- 2) $\tau_B = 0,62848 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{353716}{20} = 11,12 \text{ N/mm}^2$ (22,24)
 $M_{SB} = M_{SA} + 10 \cdot 20 \cdot 160,78 = 353716$
- 3) $\tau_C = 0,62848 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{595434}{20} = 18,71 \text{ N/mm}^2$ (37,42)
 $M_{SC} = 20 \cdot 234,22 \cdot 127,11 = 595434$
- 4) $\tau_D = 0$ (0)