MAT3457 – ÁLGEBRA LINEAR PARA ENGENHARIA I

Prova SUB - 1º semestre de 2018

Nos seguintes exercícios, sistemas de coordenadas em E^3 são dados por uma origem O e uma base ortonormal de V^3, salvo menção contrária.

Questão 1. Considere os subespaços de $P_3(\mathbb{R}) = \{a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \ : \ a_0, a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}\}$

$$V = [t + 2t^2 + 2t^3, 1 + t, 3 + t + 5t^2 + 2t^3]$$

e

$$W = \{a + (a + 3b)t^2 + 2bt^3 \in P_3(\mathbb{R}); a, b \in \mathbb{R}\}.$$

Então, a dimensão de $V + W$ é igual a:

(a) 3

(b) 1

(c) 5

(d) 2

(e) 4

Questão 2. Em $P_9(\mathbb{R})$ (trata-se do espaço de todos os polinômios de grau ≤ 9) sejam V um subespaço vetorial de dimensão 5 e W um subespaço contendo 5 vetores linearmente independentes. Considere as seguintes afirmações:

(I) O subespaço $V \cap W$ é diferente de $\{\vec{0}\}$

(II) Se $V + W$ tem dimensão 8 então $\dim(V \cap W) \leq 7$

(III) Se $V + W$ tem dimensão 8 então $\dim(V \cap W) \geq 2$

Então está correto o que se afirma em:

(a) (I) e (II) somente
(b) (I) e (III) somente
(c) (I), (II), (III)
(d) (II) somente
(e) (II) e (III) somente

Questão 3. No espaço vetorial E das funções contínuas em $[0, 1]$, seja

$$S_1 = \{f \in E : f(2) = f(5) + 1\}$$

$$S_2 = \{f \in E : f(-3) + f(4) = 0\}$$

$$S_3 = \{f \in E : f(2) = f(-2) + f(1)\}.$$

Então são subespaços vetoriais de E:

(a) S_1, S_2 e S_3
(b) S_2 e S_3 somente
(c) S_3 somente
(d) S_1 e S_2 somente
(e) S_2 somente

Questão 4. Em E^3, considere o ponto $A = (1, 8, 1)$, a reta r de equação $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = z$ e o plano $\pi : x + y = 0$. Seja P o ponto de interseção da reta r com o plano que passa por A e é paralelo a π. É correto afirmar que P é igual a:

(a) $(3, 2, 1)$

(b) $(3, 2, 3)$

(c) $(1, 0, 0)$

(d) $(5, 4, 2)$

(e) $(5, 4, 0)$

Questão 5. Fixe $a, b \in \mathbb{R}$ e considere o sistema linear

$$\begin{cases} \quad\;\; y + z = b \\ x + ay + 2z = 3 \\ x + y + z = 2 \\ bx + y + z = 2 \end{cases}$$

É correto afirmar que:

(a) se o sistema é possível e determinado, então $b = 2$

(b) o sistema não tem solução, para quaisquer a, b

(c) se $b = 2$, então o sistema é possível

(d) se $a \neq 2$, então o sistema tem uma única solução

(e) se o sistema é possível e indeterminado, então $b = 1$

Questão 6. Em E^3 sejam r a reta que contém o ponto $A = (0, 1, -2)$ e que é perpendicular ao plano $\pi : x - y = 0$, e s a reta que contém $B = (2, 1, 0)$ e de direção $(1, 1, 1)$. A distância entre r e s vale:

(a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(c) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(d) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

(e) 0

Questão 7. Suponha que S_1 e S_2 são subespaços vetoriais de um espaço vetorial E e considere as seguintes afirmações:

(I) $S_1 \cup S_2$ é um subespaço vetorial de E se e somente se $S_1 \cap S_2 \neq \{\vec{0}_E\}$

(II) pode existir um subespaço vetorial S de E tal que $S_1 \cup S_2 \subset S \subset S_1 + S_2$, com $S_1 \cup S_2 \neq S$ e $S \neq S_1 + S_2$

(III) para todo $u \in S_1 + S_2$, existem únicos $v_1 \in S_1$ e $v_2 \in S_2$ tais que $u = v_1 + v_2$.

Então está correto afirmar que:

(a) somente (I) é verdadeira

(b) somente (I) e (II) são verdadeiras

(c) somente (II) é verdadeira

(d) as três afirmações são falsas

(e) somente (III) é verdadeira

Questão 8. Suponha que $\vec{a}, \vec{b} \in V^3$, $\|\vec{a}\| = 1$, $\|\vec{b}\| = 2$, e considere as afirmações seguintes:

(I) $3 \leq (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}) \leq 15$

(II) $\|\vec{a} - \vec{b}\| \neq \frac{1}{2}$

(III) $\|\vec{a} - \vec{b}\| = \sqrt{5} \Leftrightarrow \{\vec{a}, \vec{b}\}$ é L.D.

Então está correto apenas o que se afirma em:

(a) (I) e (II)

(b) (I) e (III)

(c) (II)

(d) (II) e (III)

(e) (I)

Questão 9. Se $A = (1, 1, 1), B = (2, 1, 1), C = (1, 3, 1)$ e $D = (3, 4, 5)$ são os vertices de um tetraedro de E^3, então sua altura relativa à base ABC mede:

(a) 4

(b) 2

(c) 6

(d) 1

(e) 8

Questão 10. Seja π o plano de E^3 que contém a reta r de equação

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + 2z = 3 \end{cases}$$

e o ponto $A = (1, 2, 0)$. Se uma equação geral de π é

$$ax + by + cz = 4,$$

então $a + b + c$ vale

(a) -2

(b) 0

(c) -4

(d) 4

(e) 2

Questão 11. Considere $\vec{u} = (1, 0, 1)_B, \vec{v} = (1, 1, 0)_B, \vec{w} = (2, -1, 1)_B$, onde B é base ortonormal de V^3. Suponha que $\vec{w} = \vec{x} + \vec{y}$, onde $\vec{x}$ é uma combinação linear de $\vec{u}$ e $\vec{v}$ e $\vec{y}$ é ortogonal tanto a $\vec{u}$ como a $\vec{v}$. Se

$$\vec{y} = (a, b, c)_B$$

então $a + b + c$ é igual a:

(a) $-4/3$

(b) $10/3$

(c) $8/3$

(d) $-2/3$

(e) $4/3$

Questão 12. Seja V o subespaço vetorial de $\mathbb{R}^4$ gerado pela família $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, onde $v_1 = (1, 0, -1, 2)$, $v_2 = (0, 3, 0, 1)$, $v_3 = (1, 3, -1, 3)$, $v_4 = (2, -3, -2, 3)$, $v_5 = (-1, 6, 1, 2)$. A dimensão de V é igual a:

(a) 5

(b) 3

(c) 4

(d) 1

(e) 2

Questão 13. Seja $P_3(\mathbb{R}) = \{a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \ : \ a_0, a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}\}$. Considere o subconjunto:

$$V = \{p(x) \in P_3(\mathbb{R}) \ : \ p(1) = 0, \text{ e } \ p'(0) = 0\}.$$

Podemos afirmar que:

(a) V não é subespaço vetorial de $P_3(\mathbb{R})$

(b) V é subespaço vetorial de $P_3(\mathbb{R})$, e $\{1 - t^2, 2 - t^2 - t^3, 1 - t^3\}$ é base de V

(c) V é subespaço vetorial de $P_3(\mathbb{R})$, e $\{1 - t + t^2 - t^3, 1 - t^2\}$ é base de V

(d) V é subespaço vetorial de $P_3(\mathbb{R})$, e $\{1 - t + t^2 - t^3, 1 - t^3, 1 - t^2\}$ é base de V

(e) V é subespaço vetorial de $P_3(\mathbb{R})$, e $\{1 - t^2, 2 - t^2 - t^3\}$ é base de V

Questão 14. A soma das raízes do polinômio

$$\begin{vmatrix} t & 1 & 1 & 1 \\ 1 & t & -2 & -2 \\ -2 & -2 & t & 4 \\ 4 & 4 & 4 & t \end{vmatrix}$$

é igual a:

(a) 2

(b) 0

(c) 8

(d) 16

(e) 4

Questão 15. Considere as seguintes afirmações

(I) $\forall \vec{u}, \vec{v} \in V^3, \|\vec{u}+\vec{v}\| = \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\| \Leftrightarrow \{\vec{u}, \vec{v}\}$ é LD

(II) $\forall \vec{u}, \vec{v} \in V^3, (\vec{u}+\vec{v}) \perp (\vec{u}-\vec{v}) \Leftrightarrow \|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$

(III) $\forall \vec{u}, \vec{v} \in V^3, \|\vec{u}+\vec{v}\| = \|\vec{u}-\vec{v}\| \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$

Então está certo o que se afirma em:

(a) (I) somente

(b) (II) somente

(c) (II) e (III) somente

(d) (I), (II) e (III)

(e) (III) somente

Questão 16. Suponha que $A = (1, 0, 1), C = (3, 2, 3)$ e AC é a diagonal de um quadrado contido em um plano perpendicular a $\pi : x - z = 0$. Se (a, b, c) é um dos outros dois vertices do quadrado então abc é igual a:

(a) 3

(b) 1/2

(c) 3/2

(d) 5/2

(e) 1