

Nas questões 1, 2, 5, 8, 11, 12, 17, 19 e 20 considera-se fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (\mathbf{O}, \mathcal{E})$ em $\mathbb{E}^3$, onde $\mathcal{E}$ é uma base ortonormal positiva de $\mathbb{V}^3$.

1Q1. Considere a reta $r : X = (-1, 0, 1) + \lambda(2, 1, -1)$, $\lambda \in \mathbb{R}$, o plano $\pi_1 : 2x - y + 3z = 1$ e o ponto $P = (0, -2, 1)$. Sabendo-se que o plano π_2 contém r e intercepta π_1 perpendicularmente, pode-se afirmar que a distância entre P e π_2 é igual a:

- (a) $\frac{3}{7}$;
- (b) $\frac{9}{\sqrt{21}}$;
- (c) $\frac{7}{3}$;
- (d) $\frac{9}{21}$;
- (e) $\frac{\sqrt{21}}{9}$.

1Q2. Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere as retas:

$$r : X = (a, 0, 2) + \lambda(1, 2, a), \quad \lambda \in \mathbb{R}, \quad s : X = (0, 0, 1) + \lambda(0, 1, a), \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Assinale a alternativa correta:

- (a) r e s são reversas se e somente se $a = 1$ ou $a = -1$;
- (b) r e s são reversas se e somente se $a \neq \frac{\sqrt{3}}{3}$ e $a \neq -\frac{\sqrt{3}}{3}$;
- (c) r e s são reversas se e somente se $a \neq 0$;
- (d) r e s são reversas para todo $a \in \mathbb{R}$;
- (e) r e s são reversas se e somente se $a \neq 1$ e $a \neq -1$.

1Q3. Sejam $a, b \in \mathbb{R}$ e S o subespaço de $P_2(\mathbb{R})$ definido por:

$$S = [1 + x + x^2, 2 + x].$$

Tem-se que o polinômio $2 + ax + bx^2$ pertence a S se e somente se:

- (a) $a = b = 0$;
- (b) $2a - b - 2 = 0$;
- (c) $a = 2b$;
- (d) $a = b$;
- (e) $a = b = 2$.

1Q4. Assinale a alternativa que contém uma afirmação **FALSA**:

- (a) as funções $f(x) = e^x$ e $g(x) = xe^x$ são linearmente independentes;
- (b) as funções $f(x) = e^{ax}$ e $g(x) = e^{bx}$ são linearmente independentes, para quaisquer $a, b \in \mathbb{R}$ distintos;
- (c) para todo inteiro positivo n , existem n polinômios $p_1, \dots, p_n$ que são linearmente independentes;
- (d) as funções $f(x) = \sin x$ e $g(x) = \cos x$ são linearmente independentes;
- (e) as funções $f(x) = \sin(ax)$ e $g(x) = \sin(bx)$ são linearmente independentes, para quaisquer $a, b \in \mathbb{R}$ distintos.

1Q5. Considere um triângulo ABC tal que:

$$\overrightarrow{AB} = (2, 1, 2), \quad \overrightarrow{AC} = (1, 3, 4).$$

A altura desse triângulo relativa à base AB mede:

- (a) $\frac{\sqrt{65}}{3}$;
- (b) $\frac{\sqrt{65}}{6}$;
- (c) $\frac{65}{3}$;
- (d) $\frac{8}{3}$;
- (e) $\sqrt{\frac{65}{3}}$.

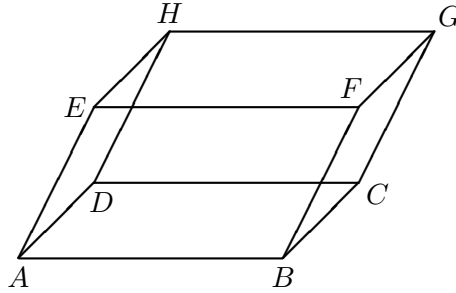
1Q6. Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}$. Se $y_1(t) = te^{2t}$ e $y_2(t) = e^t$ são soluções da equação diferencial:

$$y''' + ay'' + by' + cy = 0,$$

pode-se concluir que:

- (a) $a = -5$, $b = 8$ e $c = -4$;
- (b) $a = -3$, $b = 2$ e $c = 0$;
- (c) $a = 5$, $b = 8$ e $c = 4$;
- (d) $a = 4$, $b = 5$ e $c = 2$;
- (e) $a = -4$, $b = 5$ e $c = -2$.

1Q7. Considere um paralelepípedo $ABCDEFGH$ como na figura abaixo:



e considere a base de V^3 definida por $\mathcal{E} = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AF})$. As coordenadas do vetor $\overrightarrow{GA}$ na base $\mathcal{E}$ são:

- (a) $(1, 1, 1)$;
- (b) $(1, -1, -1)$;
- (c) $(1, -1, 0)$;
- (d) $(-1, -1, -1)$;
- (e) $(-1, 1, 1)$.

1Q8. Considere as retas:

$$r : X = (1, -1, -2) + \lambda(2, 3, 1), \quad \lambda \in \mathbb{R}, \quad s : \frac{x-1}{2} = y-3 = z-2.$$

Seja $\vec{v}$ um vetor diretor da reta perpendicular comum a r e a s tal que $\|\vec{v}\| = 2\sqrt{5}$. O módulo da soma das coordenadas de $\vec{v}$ é igual a:

- (a) 6;
- (b) 14;
- (c) 2;
- (d) 0;
- (e) 4.

1Q9. Sejam $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ e $E = (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$, $F = (\vec{u}, \vec{v}, \gamma\vec{w})$, $G = (\alpha\vec{u}, \beta\vec{v}, \gamma\vec{w})$ bases de V^3 . Assinale a alternativa que contém uma afirmação **FALSA**:

- (a) se $\alpha\beta > 0$ e $\gamma > 0$ então E , F e G possuem a mesma orientação;
- (b) se $\gamma > 0$ então E e F possuem a mesma orientação;
- (c) se E e F possuem orientações opostas então $\gamma = -1$;
- (d) as bases F e G possuem a mesma orientação se e somente se $\alpha\beta > 0$;
- (e) as bases E e G possuem orientações opostas se e somente se $\alpha\beta\gamma < 0$.

1Q10. Sejam $a, b \in \mathbb{R}$ e considere os subespaços S_1, S_2 de $\mathbb{R}^3$ definidos por:

$$S_1 = [(1, 2, 1), (0, 1, 1)], \quad S_2 = [(a, 1, 2), (1, b, 4)].$$

Tem-se que $S_1 = S_2$ se e somente se:

- (a) $a = 2$ e $b = 1$;
- (b) $a = \frac{1}{2}$ e $b = 2$;
- (c) $a = 1$ e $b = 2$;
- (d) $a = 5$ e $b = -1$;
- (e) $a = -1$ e $b = 5$.

1Q11. Considere o ponto $P = (-1, 1, 5)$ e a reta:

$$r : X = (-2, 0, 1) + \lambda(1, 1, 0), \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

O ponto simétrico a P em relação a r é:

- (a) $(-1, 1, -3)$;
- (b) $(1, -1, -3)$;
- (c) $(-1, 1, -2)$;
- (d) $(-1, 1, 3)$;
- (e) $(1, -1, 3)$.

1Q12. Seja $\vec{v} \in V^3$ tal que $\|\vec{v}\| = \sqrt{8}$. Sabendo-se que o ângulo entre $\vec{v}$ e o vetor $\vec{a} = (1, 1, 0)$ mede $\frac{\pi}{3}$ radianos e que o vetor $\vec{v}$ é combinação linear dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b} = (1, 0, 1)$, pode-se afirmar que:

- (a) $\vec{v} = (2, 0, 2)$ ou $\vec{v} = (-2, 0, 2)$;
- (b) $\vec{v} = (0, 2, 2)$ ou $\vec{v} = (2, 0, -2)$;
- (c) $\vec{v} = (2, 0, 2)$ ou $\vec{v} = (0, 2, -2)$;
- (d) $\vec{v} = (2, 0, 2)$;
- (e) $\vec{v} = (0, 2, -2)$.

1Q13. Considere as seguintes afirmações:

- (I) dados $\lambda \in \mathbb{R}$, $\vec{u}, \vec{v} \in V^3$ com $\lambda \neq 0$ e $\vec{u} \neq \vec{0}$, então $\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v} = \text{proj}_{\lambda \vec{u}} \vec{v}$;
- (II) $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{w})$, para quaisquer $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in V^3$;
- (III) para quaisquer $\vec{u}, \vec{v} \in V^3$ não nulos, a medida do ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é igual à medida do ângulo entre $\vec{u}$ e $\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v}$.

Assinale a alternativa correta:

- (a) apenas a afirmação (I) é falsa;
- (b) apenas a afirmação (II) é falsa;
- (c) as afirmações (II) e (III) são falsas;
- (d) as afirmações (I) e (III) são falsas;
- (e) apenas a afirmação (III) é falsa.

1Q14. Seja $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a solução do problema de valor inicial:

$$y''' - 4y' = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 4, \quad y''(0) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- (a) $y(t) = 1 + t + e^{-4t}$;
- (b) $y(t) = 1 - e^{2t} + e^{-2t}$;
- (c) $y(t) = 1 + e^{2t} - e^{-2t}$;
- (d) $y(t) = 1 + e^{4t} - e^{-4t}$;
- (e) $y(t) = 1 + t + e^{4t}$.

1Q15. Considere o subespaço S de $M_{3 \times 2}(\mathbb{R})$ definido por:

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} u & v \\ w & x \\ y & z \end{pmatrix} : u + w = 0, \quad v = 0, \quad 3u - y + z = 0, \quad 2w + x = 0 \right\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- (a) todo subconjunto de S com três elementos gera S ;
- (b) todo subconjunto de S com dois elementos gera S ;
- (c) todo subconjunto linearmente independente de S com dois elementos gera S ;
- (d) $\dim(S) = 3$;
- (e) $\dim(S) = 4$.

1Q16. Sejam $E = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, $F = (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ bases de V^3 , onde:

$$\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{k}, \quad \vec{v} = 3\vec{j}, \quad \vec{w} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}.$$

Assinale a alternativa que contém uma afirmação **FALSA**:

- (a) se $\vec{p} = (1, 0, 0)_F$ então $\vec{p} = (1, 0, 3)_E$;
- (b) se $\vec{p} = (0, 0, 1)_F$ então $\vec{p} = (1, 1, 1)_E$;
- (c) se $\vec{p} = (0, 1, 0)_F$ então $\vec{p} = (0, 3, 0)_E$;
- (d) as bases E e F têm a mesma orientação;
- (e) se $\vec{p} = (1, 1, 1)_F$ então $\vec{p} = (2, 4, 4)_E$.

1Q17. O volume do tetraedro de vértices $(1, 0, 1)$, $(2, 2, 1)$, $(1, 3, 2)$, $(1, 2, 3)$ é:

- (a) $\frac{4}{3}$;
- (b) $\frac{2}{3}$;
- (c) $\frac{5}{3}$;
- (d) 4;
- (e) $\frac{5}{6}$.

1Q18. Sejam V um espaço vetorial e $A = \{v_1, \dots, v_n\}$ um subconjunto de V com n elementos. Sabendo-se que algum elemento de V pode ser escrito de duas maneiras distintas como combinação linear dos elementos de A , pode-se afirmar que:

- (a) A possui um subconjunto com $n - 1$ elementos que gera V ;
- (b) todo elemento de A é combinação linear dos outros elementos de A ;
- (c) A é uma base de V ;
- (d) algum elemento de A é combinação linear dos outros elementos de A ;
- (e) A gera V .

1Q19. Considere as retas:

$$r : X = (2, -1, 3) + \lambda(0, 2, 2), \quad \lambda \in \mathbb{R}, \quad s : X = (-1, 0, 0) + \mu(0, 1, 1), \quad \mu \in \mathbb{R}.$$

Assinale a alternativa correta:

- (a) a distância de r a s é $2\sqrt{17}$;
- (b) a distância de r a s é $3\sqrt{17}$;
- (c) o único ponto de r que dista $2\sqrt{17}$ de s é $(2, -1, 3)$;
- (d) a distância de qualquer ponto de r até a reta s é igual a $\sqrt{17}$;
- (e) o único ponto de r que dista $\sqrt{17}$ de s é $(2, -1, 3)$.

1Q20. Sejam $a, b \in \mathbb{R}$. Os pontos $(1, 2, 1)$, $(2, 2, 3)$ e $(a, b, 5)$ são colineares se e somente se:

- (a) $4a - b = 10$;
- (b) $a = 1$ e $b = 2$;
- (c) $a = 0$ e $b = 2$;
- (d) $a = 3$ e $b = 2$;
- (e) $a = 2$ e $b = 0$.

Questão		Alternativa
1		b
2		d
3		b
4		e
5		a
6		a
7		b
8		c
9		c
10		e
11		a
12		c
13		e
14		c
15		c
16		d
17		b
18		d
19		d
20		d