Questão		Alternativa
1		D
2		C
3		C
4		B
5		E
6		E
7		D
8		D
9		B
10		E
11		B
12		D
13		E
14		C
15		A
16		D

Q1. Seja $\mathcal{E} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ uma base de V^3 tal que:

$$\|\vec{e}_1\| = \|\vec{e}_2\| = \|\vec{e}_3\| = 1,$$

tal que o ângulo entre os vetores $\vec{e}_1$ e $\vec{e}_2$ seja $\frac{\pi}{3}$ e tal que $\vec{e}_3$ seja ortogonal a $\vec{e}_1$ e a $\vec{e}_2$. Se $\vec{u} = (1, 3, 2)_{\mathcal{E}}$ e $\vec{v} = (2, 1, 1)_{\mathcal{E}}$ então o produto escalar $\vec{u} \cdot \vec{v}$ é igual a:

(a) -7;
(b) $\frac{11}{2}$;
(c) 7;
(d) $\frac{21}{2}$;
(e) $-\frac{21}{2}$.

Q2. Seja $S \subset \mathbb{R}^5$ o espaço solução do sistema linear homogêneo:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

A dimensão de S é igual a:

(a) 4;
(b) 1;
(c) 3;
(d) 0;
(e) 2.

Q3. Sejam $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e considere os subespaços vetoriais de $\mathbb{R}^3$ definidos por:

$$S_1 = [(1, -1, 1), (2, 1, -1)], \quad S_2 = [(\alpha, -1, 1), (2, \beta, -7)].$$

Pode-se afirmar que:

(a) $S_1 = S_2$, para quaisquer $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$;
(b) $S_1 = S_2$ se e somente se $\alpha = 1$;
(c) $S_2 \subset S_1$ se e somente se $\beta = 7$;
(d) $S_1 = S_2$ se e somente se $\beta = -2$;
(e) $S_1 \neq S_2$, para quaisquer $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Q4. Considere fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{E})$ em E^3, sendo $\mathcal{E}$ uma base ortonormal de V^3. Considere o plano $\pi : x+2y+z = 3$ e a reta:

$$r : X = (1, 2, 1) + \lambda(2, 2, 1), \ \lambda \in \mathbb{R}.$$

Seja P o ponto de r que dista $\sqrt{6}$ do plano π e que tem todas as coordenadas positivas. Pode-se afirmar que:

(a) a soma das coordenadas de P é $\frac{\sqrt{6}}{7}$;
(b) a soma das coordenadas de P é $\frac{43}{7}$;
(c) a soma das coordenadas de P é $3\sqrt{6}$;
(d) a soma das coordenadas de P é $\frac{17}{7}$;
(e) não existe um ponto P com tais propriedades.

Q5. Considere fixado um sistema de coordenadas em E^3 e seja $k \in \mathbb{R}$. Considere as retas:

$$r : X = (1, k, 2) + \lambda(1, 1, k), \ \lambda \in \mathbb{R}, \quad s : \begin{cases} x - y = 0, \\ x - 2y - z + 1 = 0. \end{cases}$$

Assinale a alternativa correta:

(a) se $k = -1$ então as retas r e s são coincidentes;
(b) se $k = 1$ então as retas r e s são paralelas e distintas;
(c) se $k = 2$ então as retas r e s são concorrentes e perpendiculares;
(d) se $k = 1$ então as retas r e s são reversas;
(e) se $k = 1$ então as retas r e s são concorrentes.

Q6. Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e S_1, S_2 subespaços não nulos de V. Considere as seguintes afirmações:

(I) se toda base de S_2 contém uma base de S_1 então $S_1 = S_2$;
(II) se $S_1 \subset S_2$ então toda base de S_2 contém uma base de S_1;
(III) se $S_1 \subset S_2$ então toda base de S_1 está contida numa base de S_2.

Assinale a alternativa correta:

(a) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras;
(b) apenas a afirmação (I) é verdadeira;
(c) apenas a afirmação (III) é verdadeira;
(d) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras;
(e) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Q7. Seja V um espaço vetorial de dimensão 5 e sejam $w_1, w_2, w_3 \in V$. Considere as seguintes afirmações:

(I) se existem $v_1, v_2 \in V$ tais que $\{v_1, v_2, w_1, w_2, w_3\}$ é uma base de V então o conjunto $\{w_1, w_2, w_3\}$ é linearmente independente;

(II) se o conjunto $\{w_1, w_2, w_3\}$ é linearmente independente e se $v_1, v_2 \in V$ não estão em $[w_1, w_2, w_3]$ então $\{v_1, v_2, w_1, w_2, w_3\}$ é uma base de V;

(III) se o conjunto $\{v_1, v_2, w_1, w_2, w_3\}$ é linearmente dependente para todos $v_1, v_2 \in V$ então o conjunto $\{w_1, w_2, w_3\}$ também é linearmente dependente.

Assinale a alternativa correta:

(a) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras;
(b) apenas a afirmação (I) é verdadeira;
(c) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras;
(d) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
(e) apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Q8. Considere fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{E})$ em E^3, sendo $\mathcal{E}$ uma base ortonormal de V^3. Seja π o plano:

$$\pi : X = (-2, 1, 0) + \alpha(1, 2, 1) + \beta(1, 0, 2), \ \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

Dado um vetor $\vec{w} \in V^3$, sabendo-se que $\vec{w}$ é paralelo a π e que o vetor $(1, -3, 2) - \vec{w}$ é ortogonal a π, pode-se afirmar que a soma das coordenadas de $\vec{w}$ é igual a:

(a) $-\frac{2}{7}$;
(b) $\frac{5}{21}$;
(c) $-\frac{9}{21}$;
(d) $-\frac{1}{7}$;
(e) $\frac{3}{7}$.

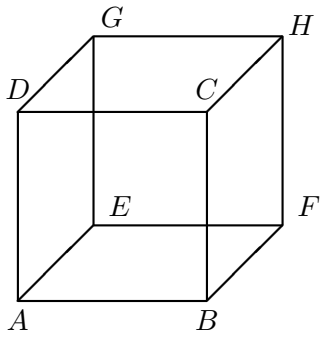
Q9. Se $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é a solução da equação diferencial:

$$y'' - 2y' + 5y = 0,$$

satisfazendo as condições iniciais $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$ então $y(\pi)$ é igual a:

(a) 0;
(b) e^{π};
(c) $-e^{\pi}$;
(d) $e^{2\pi}$;
(e) $2e^{\pi}$.

Q10. Considere o cubo $ABCDEFGH$ de aresta unitária ilustrado na figura abaixo:



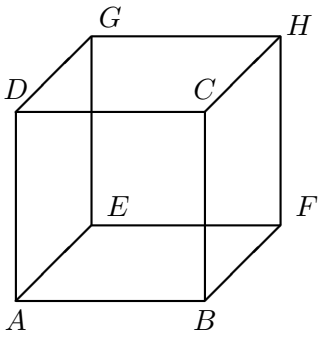
e o sistema de coordenadas $\Sigma = (A, \mathcal{E})$, onde $\mathcal{E} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AF}\right\}$. Seja π o plano que contém os pontos C, F e G. Uma equação geral para π no sistema de coordenadas Σ é:

(a) $x + 2y + z - 1 = 0$;
(b) $x + 2y + 2z + 2 = 0$;
(c) $x - y - z + 1 = 0$;
(d) $x - 2y - 2z + 1 = 0$;
(e) $x + 2y + 2z - 2 = 0$.

Q11. Seja $ABCD$ um tetraedro. Assuma que a medida do ângulo entre os vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$ seja $\frac{\pi}{6}$ e que o vetor $\overrightarrow{AD}$ seja ortogonal a $\overrightarrow{AB}$ e a $\overrightarrow{AC}$. Sabendo-se que $\|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{AD}\| = 2$ e que $\|\overrightarrow{AC}\| = 3$, pode-se afirmar que a altura do tetraedro $ABCD$ relativa à base ABD mede:

(a) $\frac{2}{3}$;
(b) $\frac{3}{2}$;
(c) $\frac{3}{4}$;
(d) 1;
(e) 2.

Q12. Considere o cubo $ABCDEFGH$ de aresta unitária ilustrado na figura abaixo.



Se M denota o ponto médio do segmento AH então o módulo da projeção ortogonal do vetor $\overrightarrow{GM}$ sobre o vetor $\overrightarrow{DF}$ é igual a:

(a) 1;
(b) $\frac{1}{6}$;
(c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$;
(d) $\frac{\sqrt{3}}{6}$;
(e) $\sqrt{3}$.

Q13. Considere fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{E})$ em E^3, sendo $\mathcal{E}$ uma base ortonormal de V^3. Seja π o plano formado pelos pontos que são equidistantes aos pontos $(3, 2, 3)$ e $(1, 2, -1)$. Assinale a alternativa contendo uma equação geral para π:

(a) $2x - y + z - 3 = 0$;
(b) $x - 2y + z + 1 = 0$;
(c) $2x + y - 2z - 4 = 0$;
(d) $x + y - 2z - 2 = 0$;
(e) $x + 2z - 4 = 0$.

Q14. Assinale a alternativa correta:

(a) se $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ é uma base ortonormal de V^3 então o produto misto $[\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3]$ é igual a 1;
(b) $\vec{u} \cdot (\vec{w} \wedge \vec{z}) = \vec{w} \cdot (\vec{u} \wedge \vec{z})$, para todos $\vec{u}, \vec{w}, \vec{z} \in V^3$;
(c) $\vec{u} \cdot (\vec{w} \wedge \vec{z}) = (\vec{u} \wedge \vec{w}) \cdot \vec{z}$, para todos $\vec{u}, \vec{w}, \vec{z} \in V^3$;
(d) dados $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in V^3$, se $\vec{w} = \vec{x} + \vec{y}$ então $\text{proj}_{\vec{w}}\, \vec{z} = \text{proj}_{\vec{x}}\, \vec{z} + \text{proj}_{\vec{y}}\, \vec{z}$;
(e) dados $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$ não nulos, então o conjunto $\{\vec{v}, \vec{w}, \vec{v} \wedge \vec{w}\}$ é linearmente independente.

Q15. Considere as matrizes:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa que faz de $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ uma base de $M_2(\mathbb{R})$:

(a) $A_4 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{smallmatrix}\right)$;
(b) $A_4 = \left(\begin{smallmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right)$;
(c) $A_4 = \left(\begin{smallmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 3 \end{smallmatrix}\right)$;
(d) $A_4 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{smallmatrix}\right)$;
(e) $A_4 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{smallmatrix}\right)$.

Q16. Considere fixado um sistema de coordenadas em E^3 e seja $a \in \mathbb{R}$. Tem-se que o vetor $\vec{u} = (1, 3, 7)$ é paralelo ao plano $\pi : ax + 2y - 4z = 1$ se e somente se:

(a) $a \neq 22$;
(b) $a = 1$;
(c) $a \neq 23$;
(d) $a = 22$;
(e) $a = 23$.