P3 - MAT 3457 - 2016

Q1. Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere o subconjunto

$$B = \{a+t, 1+t+t^2, t+t^2+t^3, t^2+at^3\}$$

do espaço vetorial $P_3(\mathbb{R})$. Temos que B é uma base de $P_3(\mathbb{R})$ se, e somente se:

(a) $a \neq -1$;
(b) $a = 1$;
~~(c)~~ $a \neq \frac{1}{2}$;
(d) $a \neq 1$;
(e) $a = \frac{1}{2}$.

Q2. Seja V um espaço vetorial e considere as seguintes afirmações:

(I) se para todo inteiro $n \geq 1$ existe um subconjunto linearmente independente de V com n elementos, então nenhum subconjunto finito de V gera V;

(II) se S_1 e S_2 são subespaços de V tais que $S_1 \cap S_2 = \{0\}$ e se $v_1, w_1 \in S_1$, $v_2, w_2 \in S_2$ são tais que

$$v_1 + v_2 = w_1 + w_2,$$

então $v_1 = w_1$ e $v_2 = w_2$;

(III) se S_1 e S_2 são subespaços de V tais que $S_1 \cup S_2$ é um subespaço de V, então S_1 está contido em S_2 ou S_2 está contido em S_1.

Assinale a alternativa correta:

(a) apenas a afirmação (I) é necessariamente verdadeira;
~~(b)~~ todas as afirmações são necessariamente verdadeiras;
(c) apenas as afirmações (I) e (III) são necessariamente verdadeiras;
(d) apenas as afirmações (I) e (II) são necessariamente verdadeiras;
(e) apenas as afirmações (II) e (III) são necessariamente verdadeiras.

Em coordenadas na base $\{1, t, t^2, t^3\}$ de $P_3(\mathbb{R})$, os vetores de B são

$(a,1,0,0)$, $(1,1,1,0)$, $(0,1,1,1)$, $(0,0,1,a)$

Este conjunto é uma base de $P_3(\mathbb{R})$ se for LI.

Escalonando:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a \end{bmatrix} \rightsquigarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1+a \\ 0 & 0 & 0 & -1+2a \end{bmatrix}$$

$\therefore B$ é LI

$\iff -1+2a \neq 0$

$\iff a \neq \frac{1}{2}$

(I) Verdadeiro: se V tivesse um subconjunto gerador finito com K elementos, V não teria subconjuntos LI com mais de que K elementos

(II) Verdadeiro: $v_1 + v_2 = w_1 + w_2 \Rightarrow v_1 - w_1 = w_2 - v_2 \in S_1 \cap S_2$

$\therefore v_1 - w_1 = w_2 - v_2 = 0$

(III) Verdadeiro: Suponha que existam $v_1 \in S_1 \setminus S_2$ e $v_2 \in S_2 \setminus S_1$

Como $S_1 \cup S_2$ é subespaço, $v = v_1 + v_2 \in S_1 \cup S_2$.

Se $v \in S_1$, teríamos $v_2 = v - v_1 \in S_1$. Contradição

Se $v \in S_2$, teríamos $v_1 = v - v_2 \in S_2$. Contradição

Q3. Sejam A e B matrizes reais tais que B é obtida de A por operações elementares de escalonamento em linhas. Considere as seguintes afirmações:

(I) o subespaço gerado pelas linhas de A coincide com o subespaço gerado pelas linhas de B;

(II) o subespaço gerado pelas colunas de A coincide com o subespaço gerado pelas colunas de B;

(III) se a matriz B está escalonada e não possui linhas nulas, então as linhas da matriz A são linearmente independentes.

Assinale a alternativa correta:

(a) apenas a afirmação (I) é necessariamente verdadeira;
(b) apenas as afirmações (II) e (III) são necessariamente verdadeiras;
(c) apenas a afirmação (III) é necessariamente verdadeira;
(d) todas as afirmações são necessariamente verdadeiras;
(e) apenas as afirmações (I) e (III) são necessariamente verdadeiras.

(I) Verdadeiro: Operações elementares sobre linhas resultam em combinações lineares das linhas originais. Além disso, se B é obtida de A, A pode ser obtida de B.

(II) Falso: $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, mas, em $\mathbb{R}^2$, $[(1,1)] \neq [(1,0)]$

(III) Verdadeiro: As n linhas de B são LI. Logo a dimensão do espaço-linha de A = dimensão do espaço-linha de B = n. Como A tem n linhas, as linhas de A são LI.

Q4. Considere o subconjunto A do espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ dado por

$$A = \{(1,2,0,1), (0,1,1,2), (1,3,1,3), (0,2,2,4)\}$$

e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado por A. O número de subconjuntos de A que são uma base de S é igual a:

(a) 1;
(b) 2;
(c) 5;
(d) 4;
(e) 6.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\therefore$ dim $[A] = 2$

Logo, toda base de A tem 2 elementos.

Sete bases de A:

$\{(1,2,0,1), (0,1,1,2)\}$
$\{(1,2,0,1), (1,3,1,3)\}$
$\{(1,2,0,1), (0,2,2,4)\}$
$\{(0,1,1,2), (1,3,1,3)\}$
$\{(1,3,1,3), (0,2,2,4)\}$

Q5. Seja V o espaço vetorial das funções $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e considere as funções $f_1, f_2, f_3, f_4 \in V$ definidas por

$$f_1(x) = x^2, \quad f_2(x) = 1, \quad f_3(x) = \operatorname{sen}^2 x \quad \text{e} \quad f_4(x) = \cos^2 x,$$

para todo $x \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correspondente a um subconjunto linearmente dependente de V:

(a) $\{f_2 + f_3, f_2 + f_4, f_3 + f_4\}$;
(b) $\{f_1, f_2, f_3\}$;
(c) $\{f_1 + f_2 + f_3, f_2 + f_3, f_3\}$;
(d) $\{f_1, f_2 + f_3, f_2 + f_4\}$;
(e) $\{f_1 + f_2 + f_3, f_3, f_4\}$.

$1 \cdot (1 + \operatorname{sen}^2 x) + 1 \cdot (1 + \cos^2 x) + (-3)(\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x) = 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$

Ou seja, $1 \cdot (f_2 + f_3) + 1 \cdot (f_2 + f_4) + (-3)(f_3 + f_4) = 0$

$\therefore \{f_2 + f_3, f_2 + f_4, f_3 + f_4\}$ é LD.

Os demais conjuntos são LI.

Q6. Seja V um espaço vetorial e considere as seguintes afirmações:

(I) se A_1 é um conjunto de geradores de um subespaço S_1 de V e A_2 é um conjunto de geradores de um subespaço S_2 de V, então $A_1 \cup A_2$ é um conjunto de geradores do subespaço $S_1 + S_2$;

(II) se A_1 é um conjunto de geradores de um subespaço S_1 de V e A_2 é um conjunto de geradores de um subespaço S_2 de V, então $A_1 \cap A_2$ é um conjunto de geradores do subespaço $S_1 \cap S_2$;

(III) se S_1, S_2 e S_3 são subespaços de V tais que

$$S_1 \cap S_2 = \{0\} \quad \text{e} \quad S_1 \cap S_3 = \{0\},$$

então $S_1 \cap (S_2 + S_3) = \{0\}$.

Assinale a alternativa correta:

(a) todas as afirmações são necessariamente verdadeiras;
(b) apenas as afirmações (I) e (II) são necessariamente verdadeiras;
(c) apenas a afirmação (I) é necessariamente verdadeira;
(d) apenas as afirmações (II) e (III) são necessariamente verdadeiras;
(e) apenas as afirmações (I) e (III) são necessariamente verdadeiras.

(I) Verdadeiro: É claro que $[A_1 \cup A_2] \subseteq S_1 + S_2$

Por outro lado, se $v \in S_1 + S_2$, então $v = v_1 + v_2$ com $v_1 \in [A_1]$ e $v_2 \in [A_2]$. Logo $v \in [A_1 \cup A_2]$

(II) Falso: Se $S_1 = [(1,1,0), (1,2,0)] \subseteq \mathbb{R}^3$ e

$S_2 = [(0,1,1), (0,1,2)] \subseteq \mathbb{R}^3$,

temos $S_1 \cap S_2 = [(0,1,0)]$, mas

$\{(1,1,0), (1,2,0)\} \cap \{(0,1,1), (0,1,2)\} = \emptyset$

(III) Falso: Se $S_1 = \{(x,0) : x \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R}^2$

$S_2 = \{(0,x) : x \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R}^2$

$S_3 = \{(x,x) : x \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R}^2$,

temos $S_1 \cap S_2 = \{(0,0)\} = S_1 \cap S_3$,

mas $S_1 \cap (S_2 + S_3) = S_1 \cap \mathbb{R}^2 = S_1$

Q7. Sejam $n \geq 2$ um inteiro, V um espaço vetorial de dimensão n e sejam dados vetores dois a dois distintos $v_1, v_2, \ldots, v_{n+1} \in V$. Considere as seguintes afirmações:

(I) se $V = [v_1, v_2, \ldots, v_n, v_{n+1}]$, então $V = [v_1, v_2, \ldots, v_n]$;

(II) se o conjunto $A = \{v_1, v_2, \ldots, v_{n-1}\}$ é linearmente independente, então $A \cup \{v\}$ é uma base de V, para qualquer $v \in V$ que não pertença a A;

(III) se o conjunto $B = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ é linearmente independente, então $B \cup \{v\}$ é linearmente dependente, para qualquer $v \in V$ que não pertença a B.

Assinale a alternativa correta:

(a) todas as afirmações são necessariamente verdadeiras;

(b) apenas as afirmações (II) e (III) são necessariamente verdadeiras;

(c) nenhuma das afirmações é necessariamente verdadeira;

(d) apenas as afirmações (I) e (III) são necessariamente verdadeiras;

(e) apenas a afirmação (III) é necessariamente verdadeira.

Q8. Assinale a alternativa em que o conjunto S **não** é um subespaço do espaço vetorial V:

(a) $V = M_2(\mathbb{R})$ e $S = \{A \in V : \det(A) = 0\}$;

(b) $V = P(\mathbb{R})$ e $S = \{p \in V : p(1) = 0 \text{ e } p'(3) = 0\}$;

(c) $V = M_3(\mathbb{R})$ e $S = \{A \in V : A + A^t = 0\}$, onde A^t denota a transposta da matriz A;

(d) V é o espaço vetorial das funções $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que são deriváveis e S é o subconjunto de V formado pelas funções $f \in V$ tais que vale a igualdade $e^x f'(x) + f(x) = 0$, para todo $x \in \mathbb{R}$;

(e) $V = \mathbb{R}^3$ e $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 0\}$.

(I) Falso: $\mathbb{R}^2 = [(1,0), (2,0), (0,1)]$

mas $\mathbb{R}^2 \neq [(1,0), (2,0)]$

(II) Falso: $A = \{(1,0,0), (0,1,0)\}$ é LI; $(1,1,0) \notin A$

mas $\{(1,0,0), (0,1,0), (1,1,0)\}$ não é base de V

(III) Verdadeiro: Como B é LI e contém $n = \dim V$ elementos, B é base de V. Assim, $\forall v \in V$, $v \in [B]$. Logo, $B \cup \{v\}$ é LD.

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in S$, mas $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \notin S$

(b) — (d) não subespaços pois contém 0_V, não fechados para soma e multiplicação por escalar

(e) $S = \{(0,0,z) : z \in \mathbb{R}\} = [(0,0,1)]$

Q9. Considere o espaço vetorial

$$V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0 \text{ e } y > 0\}$$

munido das operações de soma $\oplus$ e multiplicação por escalar $\odot$ definidas por:

$$(x_1, y_1) \oplus (x_2, y_2) = (x_1x_2, y_1y_2), \quad (x_1, y_1), (x_2, y_2) \in V,$$
$$\lambda \odot (x, y) = (x^\lambda, y^\lambda), \quad \lambda \in \mathbb{R}, \ (x, y) \in V.$$

Assinale a alternativa correta:

(a) os vetores $(1, 2)$ e $(1, 8)$ são linearmente independentes em V;
(b) dados $(a, b), (c, d) \in V$, vale que os vetores (a, b) e (c, d) são linearmente dependentes em V se, e somente se, o determinante da matriz $\left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right)$ é igual a 1;
(c) o vetor $(6, 2)$ pertence ao subespaço de V gerado pelos vetores $(2, 1)$ e $(4, 1)$;
(d) $\{(x, y) \in V : y = 2x\}$ é um subespaço de V;
(e) $\{(x, y) \in V : y = x^2\}$ é um subespaço de V.

Q10. Sejam S_1, S_2 e S_3 subespaços de $M_{3\times4}(\mathbb{R})$ tais que

$$\dim(S_1) = 10, \quad \dim(S_1 \cap S_2) = 1, \quad S_1 + S_2 = M_{3\times4}(\mathbb{R}), \quad S_2 \cap S_3 = \{0\}$$

e $S_2 + S_3$ é o subespaço de $M_{3\times4}(\mathbb{R})$ formado pelas matrizes que tem a primeira linha nula. Temos que a dimensão de S_3 é igual a:

(a) 4;
(b) 6;
(c) 5;
(d) 9;
(e) 7.

(a) é falso, pois $(1,8) = 3 \odot (1,2)$

(b) é falso, pois $(1,2)$ e $(1,8)$ são LD, mas det $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 8 \end{bmatrix} \neq 1$

(c) é falso, pois se $(a,b) \in [(2,1),(4,1)]$, então $b = 1$

(d) é falso, pois $0_V = (1,1)$ não está no subconjunto

(e) é verdadeiro: se $S = \{(x,y) \in V : y = x^2\}$, então

- $0_V = (1,1) \in S$
- $(a, a^2) \oplus (b, b^2) = (ab, (ab)^2) \in S$
- $\lambda \odot (a, a^2) = (a^\lambda, (a^\lambda)^2) \in S$

$$\dim S_2 = \dim(S_1 + S_2) + \dim(S_1 \cap S_2) - \dim S_1$$
$$= 12 + 1 - 10$$
$$= 3$$

$$\dim S_3 = \dim(S_2 + S_3) + \dim(S_2 \cap S_3) - \dim S_2$$
$$= 8 + 0 - 3$$
$$= 5$$

Q11. Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere o subespaço S de $\mathbb{R}^3$ definido por:

$$S = [(1, a, 1), (a, 1, 1), (1, 1, a)].$$

Temos que $\dim(S) = 2$ se, e somente se:

(a) $a = 1$ ou $a = -2$;
(b) $a = -2$;
(c) $a = 0$;
(d) $a = 1$;
(e) $a = 2$.

Q12. Considere os subespaços de $P_3(\mathbb{R})$ definidos por:

$$S_1 = \{p \in P_3(\mathbb{R}) : p'(1) = 0\}, \quad S_2 = [t^2 - 2t, t^3 - 3t, t^3 - t^2 - t],$$
$$S_3 = [1, (t-1)^2, (t-1)^3].$$

Assinale a alternativa correta:

(a) $S_1 = S_3$, $S_1 \neq S_2$ e S_2 está contido em S_1;
(b) $S_1 = S_2$, $S_1 \neq S_3$ e S_3 está contido em S_1;
(c) $S_1 = S_2 = S_3$;
(d) $\dim(S_1) = \dim(S_2) = \dim(S_3) = 3$;
(e) $S_1 = S_3$ e S_1 está contido em S_2.

Escalonando:

$$\begin{bmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \\ a & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightsquigarrow \begin{bmatrix} 1 & a & 1 \\ 0 & 1-a & -(1-a) \\ 0 & 0 & (1-a)(a+2) \end{bmatrix}$$

Assim, $a = 1 \Rightarrow \dim S = 1$

$a = 2 \Rightarrow \dim S = 2$

$a \neq 1, a \neq 2 \Rightarrow \dim S = 3$

$p = a + bt + ct^2 + dt^3 \in S_1 \Leftrightarrow 0 = p'(1) = b + 2c + 3d$

$\Leftrightarrow b = -2c - 3d$

$\therefore S_1 = [1, -2t + t^2, -3t + t^3]$ — logo, $\dim S_1 = 3$

$S_2 \subseteq S_1$, pois seus geradores satisfazem $p'(1) = 0$

$\dim S_2 = 2$, pois $t^3 - t^2 - t = (t^3 - 3t) - (t^2 - 2t)$

$S_3 \subseteq S_1$, pois seus geradores satisfazem $p'(1) = 0$

Como $\dim S_3 = 3$, segue $S_1 = S_3$

Q13. Considere a base

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

do espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$. Se (a, b, c, d) denotam as coordenadas do vetor

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$$

na base $\mathcal{B}$, então $a + b + c + d$ é igual a:

(a) 13;
(b) 16;
(c) 7;
(d) 6;
(e) 0.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ b = 3 \\ 2c + d = 5 \\ d = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{array}{l} a = -2 \\ b = 3 \\ c = -1 \\ d = 7 \end{array}$$

Q14. Considere os subespaços S_1 e S_2 de $P_4(\mathbb{R})$ definidos por:

$$S_1 = [t^4 + 1, t^3 - t, t^2] \quad \text{e} \quad S_2 = \{p \in P_4(\mathbb{R}) : p(0) = 0 \text{ e } p'(1) = 0\}.$$

Assinale a alternativa correta:

(a) $\dim(S_1) = \dim(S_2)$ e $S_1 \cap S_2 = \{0\}$;
(b) $\dim(S_1) = 3$ e $\dim(S_1 \cap S_2) = 2$;
(c) $S_1 \cap S_2 = \{0\}$ e $S_1 + S_2 = P_4(\mathbb{R})$;
(d) $\dim(S_2) = 3$ e $\dim(S_1 + S_2) = 4$;
(e) $\dim(S_1 \cap S_2) = 1$ e $S_1 + S_2 = P_4(\mathbb{R})$.

Seja $p = a(t^4+1) + b(t^3-t) + ct^2 \in S_1$

então $p \in S_2 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = p(0) = a \\ 0 = p'(1) = 4a + 2b + 2c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -c \end{cases}$

$\therefore S_1 \cap S_2 = [-t^3 + t^2 + t] \Rightarrow \dim(S_1 \cap S_2) = 1$

Agora, $q = a + bt + ct^2 + dt^3 + et^4 \in S_2 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = p(0) = a \\ 0 = p'(1) = b + 2c + 3d + 4e \end{cases}$

$\therefore \dim S_2 = 5 - 2 = 3$

Logo, $\dim(S_1 + S_2) = \dim S_1 + \dim S_2 - \dim(S_1 \cap S_2)$

$= 3 + 3 - 1$

$= 5$

Portanto, $S_1 + S_2 = P_4(\mathbb{R})$

Q15. Considere o subespaço S de $\mathbb{R}^4$ definido por

$$S = [(1,1,0,2),(2,-1,-1,2),(1,-5,-2,-2)]$$

e sejam $a, b \in \mathbb{R}$. Se $(2,a,-1,b)$ pertence a S, então:

(a) $ab = -1$;
(b) $ab = 3$;
(c) $ab = -2$;
(d) $ab = 0$;
(e) $ab = 1$.

$(2,a,-1,b) \in S \iff$ o sistema $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & -5 \\ 0 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ a \\ -1 \\ b \end{bmatrix}$

tem solução

Escalonando, $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -5 & a \\ 0 & -1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & b \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & a+1 \\ 0 & 0 & 0 & b-2 \end{array}\right]$ $\therefore$ $a = -1$, $b = 2$

Q16. Considere o subespaço S de $\mathbb{R}^5$ definido por:

$$S = \{(x,y,z,t,w) \in \mathbb{R}^5 : x + y - z - t - w = 0 \text{ e } 2x + z + t + w = 0\}.$$

Assinale a alternativa correspondente a uma base de S:

(a) $\{(-1,3,2,0,0),(-1,3,0,2,0),(-1,3,1,1,0)\}$;
(b) $\{(1,1,-1,-1,-1),(2,0,1,1,1)\}$;
(c) $\{(-1,3,1,1,0),(-1,3,1,0,1)\}$;
(d) $\{(-1,3,2,0,0),(-1,3,1,0,1),(-1,3,0,0,2)\}$;
(e) $\{(-1,3,2,0,0),(-1,3,0,2,0),(-1,3,0,0,2)\}$.

$v = (x,y,z,t,w) \in S \iff \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Escalonando,

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$

Assim, $v \in S \iff \begin{cases} y = \frac{3}{2}z + \frac{3}{2}w + \frac{3}{2}t \\ x = -\frac{1}{2}z - \frac{1}{2}w - \frac{1}{2}t \end{cases}$

$\iff v = z\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 1, 0, 0\right) + w\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 0, 1, 0\right) + t\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 0, 0, 1\right)$

$\therefore S = [(-1,3,2,0,0), (-1,3,0,2,0), (-1,3,0,0,1)]$