

Questão		Alternativa
1		b
2		e
3		a
4		d
5		b
6		b
7		a
8		e
9		b
10		b
11		e
12		c
13		a
14		b
15		e
16		c

**Q1.** Sejam  $V$  um espaço vetorial,  $n$  um inteiro positivo e  $v_1, \dots, v_n$  elementos não nulos e distintos de  $V$ . Se  $V$  é gerado por  $v_1, \dots, v_n$ , pode-se afirmar que:

- (a) toda base de  $V$  tem  $n$  elementos;
- (b) se  $\dim(V) = n$  então  $\{v_1, \dots, v_n\}$  é uma base de  $V$ ;
- (c) a dimensão de  $V$  é  $n$ ;
- (d) o espaço  $V$  tem no máximo  $n$  elementos não nulos;
- (e) todo conjunto de geradores de  $V$  tem  $n$  elementos.

**Q2.** Seja  $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a solução da equação diferencial:

$$y''' - 2y'' + y' = 0$$

que satisfaz as condições iniciais  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = 1$  e  $y''(0) = 0$ . O valor de  $y(1)$  é:

- (a)  $1 - e$ ;
- (b)  $-1 + e$ ;
- (c)  $2 - e$ ;
- (d)  $2 + e$ ;
- (e)  $1 + e$ .

**Q3.** Seja  $a \in \mathbb{R}$  e seja  $S$  o subespaço de  $\mathbb{R}^5$  formado pelas soluções do sistema linear homogêneo:

$$\begin{cases} x + y + z + w + t = 0, \\ y + w + t = 0, \\ ax + y + z + w + t = 0. \end{cases}$$

Pode-se afirmar que:

- (a)  $\dim(S) = 2$ , para todo  $a \neq 1$ ;
- (b)  $\dim(S) = 3$ , para todo  $a \neq 1$ ;
- (c)  $\dim(S) = 2$ , para todo  $a \in \mathbb{R}$ ;
- (d)  $\dim(S) = 3$ , para todo  $a \in \mathbb{R}$ ;
- (e)  $\dim(S) = 2$ , se  $a = 1$ .

**Q4.** Considere a seguinte base de  $P_2(\mathbb{R})$ :

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, t + 2t^2, 1 + 2t + 4t^2\}.$$

As coordenadas do polinômio  $p(t) = -1 + t$  na base  $\mathcal{B}$  são:

- (a)  $(2, -3, 5)$ ;
- (b)  $(-2, 5, -3)$ ;
- (c)  $(-2, -5, -3)$ ;
- (d)  $(2, 5, -3)$ ;
- (e)  $(2, -5, -3)$ .

**Q5.** Considere os polinômios:

$$p_1(x) = 1 + x + 3x^2 + x^3, \quad p_2(x) = 1 + 2x^2 + x^3,$$
$$p_3(x) = 4 + x + 9x^2 + 4x^3, \quad p_4(x) = 2 + 2x + 8x^2 + 2x^3,$$

e seja  $S$  o subespaço de  $P_3(\mathbb{R})$  gerado por  $\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ . Pode-se afirmar que:

- (a)  $\dim(S) = 2$ ;
- (b) existe uma base de  $P_3(\mathbb{R})$  que contém  $\{p_2, p_3, p_4\}$ ;
- (c)  $S = P_3(\mathbb{R})$ ;
- (d) existe uma base de  $P_3(\mathbb{R})$  que contém  $\{p_1, p_2, p_3\}$ ;
- (e) o conjunto  $\{p_1, p_2, p_3\}$  gera  $S$ .

**Q6.** Sejam  $a, b \in \mathbb{R}$  e  $\mathcal{B} = \{1, e^{at}, e^{bt}\}$ . Pode-se afirmar que  $\mathcal{B}$  é uma base do espaço das soluções da equação diferencial:

$$y''' - (a + b)y'' + aby' = 0$$

se e somente se:

- (a)  $a \neq 1, b \neq 1$  e  $a = b$ ;
- (b)  $a \neq 0, b \neq 0$  e  $a \neq b$ ;
- (c)  $a \neq 1, b \neq 1$  e  $a \neq b$ ;
- (d)  $a \neq b$ ;
- (e)  $a \neq 0, b \neq 0$  e  $a = b$ .

**Q7.** Seja  $\mathcal{F}(\mathbb{R})$  o espaço vetorial de todas as funções  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Considere os seguintes subconjuntos de  $\mathcal{F}(\mathbb{R})$ :

$$\begin{aligned} S_1 &= \{f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}) : f \text{ é duas vezes derivável e } f'' = f'\}, \\ S_2 &= \{f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}) : f(x) = f(-x), \text{ para todo } x \in \mathbb{R}\}, \\ S_3 &= \{f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}) : f(-1) + f(1) = 0\}, \\ S_4 &= \{f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}) : f(x) \text{ é um número racional, para todo } x \in \mathbb{R}\}. \end{aligned}$$

Pode-se afirmar que:

- (a) apenas  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$  são subespaços de  $\mathcal{F}(\mathbb{R})$ ;
- (b) apenas  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_4$  são subespaços de  $\mathcal{F}(\mathbb{R})$ ;
- (c) apenas  $S_1$  e  $S_2$  são subespaços de  $\mathcal{F}(\mathbb{R})$ ;
- (d) apenas  $S_2$ ,  $S_3$  e  $S_4$  são subespaços de  $\mathcal{F}(\mathbb{R})$ ;
- (e) apenas  $S_2$  e  $S_3$  são subespaços de  $\mathcal{F}(\mathbb{R})$ .

**Q8.** Considere o seguinte subespaço de  $M_2(\mathbb{R})$ :

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) : a = 0, b = c = d \right\}.$$

Pode-se afirmar que:

- (a) a dimensão de  $W$  é 2;
- (b) a dimensão de  $W$  é 3;
- (c) existe um subconjunto de  $W$  linearmente independente com dois elementos distintos;
- (d) todo subconjunto finito de  $W$  é linearmente dependente;
- (e) todo subconjunto de  $W$  com dois elementos distintos gera  $W$ .

**Q9.** Seja  $AX = 0$  um sistema linear homogêneo com  $n$  equações e  $m$  incógnitas e seja  $W$  o subespaço vetorial de  $\mathbb{R}^m$  formado pelas soluções desse sistema. Considere as seguintes afirmações:

- (I)  $m = n$ ;
- (II) a matriz  $A$  é inversível;
- (III)  $\dim(W) = 0$ .

Assinale a alternativa correta:

- (a) sempre que a afirmação (I) for verdadeira, a afirmação (II) também será verdadeira;
- (b) sempre que as afirmações (I) e (II) forem ambas verdadeiras, a afirmação (III) também será verdadeira;
- (c) sempre que a afirmação (I) for verdadeira, a afirmação (III) também será verdadeira;
- (d) nenhuma das outras alternativas é correta;
- (e) sempre que a afirmação (III) for verdadeira, as afirmações (I) e (II) também serão verdadeiras.

**Q10.** Considere o seguinte subespaço vetorial de  $\mathbb{R}^5$ :

$$S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^5 : x_1 + x_2 = x_5, 2x_3 + x_4 = x_5, 3x_1 + 3x_2 = 4x_3 + 2x_4 + x_5\}.$$

A dimensão de  $S$  é igual a:

- (a) 2;
- (b) 3;
- (c) 5;
- (d) 1;
- (e) 4.

**Q11.** Sejam  $V$  um espaço vetorial,  $A$  um subconjunto finito de  $V$  e seja  $v$  um elemento de  $V$ . Denote por  $n$  o número de elementos de  $A$ . Pode-se afirmar que:

- (a) se  $A$  é linearmente dependente então o vetor nulo de  $V$  está em  $A$ ;
- (b) se  $v \in [A]$  então existe  $u \in A$  tal que  $u \in [(A \setminus \{u\}) \cup \{v\}]$ , onde  $A \setminus \{u\}$  denota o conjunto obtido de  $A$  pela remoção do elemento  $u$ ;
- (c) se  $v \in [A]$  então existem  $u \in A$  e  $\lambda \in \mathbb{R}$  tais que  $v = \lambda u$ ;
- (d) se  $[A] = [A \cup \{v\}]$  então  $\dim([A]) = n$ ;
- (e) se  $\dim([A]) = n$  então  $A$  é linearmente independente.

**Q12.** Considere o seguinte subespaço de  $M_2(\mathbb{R})$ :

$$W = \left[ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right].$$

Para  $x, y, z, t \in \mathbb{R}$ , a matriz  $\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$  pertence a  $W$  se e somente se:

- (a)  $-x + t = -y$ ;
- (b)  $2x - t = -y$ ;
- (c)  $-x - t = -y$ ;
- (d)  $2x + t = -y$ ;
- (e)  $-t + x = -y$ .

**Q13.** Sejam  $a, b \in \mathbb{R}$  e considere o sistema linear:

$$\begin{cases} x + bz = a, \\ x + y + 4z = 3, \\ x + z = b. \end{cases}$$

A respeito desse sistema, pode-se afirmar que:

- (a) é impossível se e somente se  $b = 1$  e  $a \neq b$ ;
- (b) tem um número infinito de soluções se e somente se  $b \neq 1$  e  $a = b$ ;
- (c) é impossível para todos  $a, b \in \mathbb{R}$ ;
- (d) é impossível se e somente se  $b \neq 1$  e  $a = b$ ;
- (e) tem solução única se e somente se  $b \neq 1$  e  $a = b$ .

**Q14.** Considere os seguintes subespaços de  $M_2(\mathbb{R})$ :

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) : a + d = b + c \right\}, \quad T = \left[ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \right].$$

Assinale a alternativa correta:

- (a)  $S = T$ ;
- (b)  $T \subset S$  e  $T \neq S$ ;
- (c) todo elemento de  $M_2(\mathbb{R})$  é a soma de um elemento de  $S$  com um elemento de  $T$ ;
- (d)  $S \subset T$  e  $S \neq T$ ;
- (e) o único elemento que pertence a  $S$  e a  $T$  simultaneamente é a matriz nula.

**Q15.** Seja  $V$  um espaço vetorial de dimensão finita  $n \geq 1$  e sejam:

$$A = \{u_1, u_2, \dots, u_p\}, \quad B = \{v_1, v_2, \dots, v_q\}$$

subconjuntos de  $V$ , onde  $u_1, \dots, u_p$  são dois a dois distintos e  $v_1, \dots, v_q$  são dois a dois distintos. Considere as seguintes afirmações:

- (I) se  $A$  é linearmente independente e  $B$  é linearmente dependente, pode-se concluir que  $q \geq p$ ;
- (II) se  $A$  é linearmente independente e  $q \geq n$  então  $q \geq p$ ;
- (III) se  $B$  gera  $V$  e  $n \geq p$  então  $q \geq p$ .

Assinale a alternativa correta:

- (a) todas as afirmações são verdadeiras;
- (b) apenas a afirmação (III) é verdadeira;
- (c) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras;
- (d) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
- (e) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

**Q16.** Dado  $a \in \mathbb{R}$ , pode-se afirmar que  $\{1 + ax, x + ax^2, a - ax^2, x^3\}$  é uma base de  $P_3(\mathbb{R})$  se e somente se:

- (a)  $a \neq 1$ ;
- (b)  $a \neq 0$ ;
- (c)  $a \neq 0, a \neq 1$  e  $a \neq -1$ ;
- (d)  $a = -1$ ;
- (e)  $a = 1$  ou  $a = -1$ .