

$$1) A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \right\}$$

A  $\rightarrow$  VERDADEIRO: Como  $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ , existe pelo menos um vetor de A que é combinação linear dos demais  $\therefore \boxed{A \text{ é LD}}$

B  $\rightarrow$  FALSO: o número de elementos de A é igual à dimensão de  $M_2(\mathbb{R})$  ( $\#A = \dim(M_2(\mathbb{R})) = 4$ ). Então, se A gerar  $M_2(\mathbb{R})$ , A precisa ser base de  $M_2(\mathbb{R})$  e, portanto, A é LI. Mas já vimos que A é LD. Logo, A não gera  $M_2(\mathbb{R})$

C  $\rightarrow$  VERDADEIRO: ver explicação do item B

D  $\rightarrow$  VERDADEIRO: vamos verificar que

$A' = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  é LI, encontrando como único solução de  $\alpha \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  a solução trivial:

$$\begin{cases} \alpha + 0 + 0 = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \\ \alpha + \beta + 0 = 0 \Rightarrow \beta = 0 \\ \alpha + \beta + \gamma = 0 \Rightarrow \gamma = 0 \\ \alpha + \beta + \gamma = 0 \Rightarrow \gamma = 0 \end{cases} \therefore A' \text{ é LI}$$

Como  $A'$  é LI e possui 3 elementos, é possível adicionar um elemento e formar uma base de  $M_2(\mathbb{R})$ .

E  $\rightarrow$  VERDADEIRO: já vimos que A é LD e que o maior número de elementos de um subconjunto LI de A é 3 (por exemplo,  $A'$ ). Logo,  $A'$  é uma base de  $S = [A]$   $\therefore \boxed{\dim S = \#A' = 3}$  Altern. B | P3-2008-1

2) NÃO FAZER

3) Utilizando o método descrito na resolução da questão 5 da P3 de 2010, vamos tentar retirar elementos de  $\{(1, 0, -1, 1), (1, 1, b, 1), (0, a, 0, 1)\}$  a fim de formarmos uma base:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a \\ -1 & b & a \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 0 & b+1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & -ab \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Atingido esse ponto do escalonamento, devemos analisá-lo com cuidado:

piv. Se  $a=0$  ou  $b=0$ , o escalonamento acaba, pois temos  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Então,  $\dim S=3$  (há 3 colunas com

pivô).

Se  $a \neq 0$  e  $b \neq 0$ , continuamos o escalonamento:

ter:  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & -ab \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ . Então,  $\dim S=3$ .

Logo,  $\forall a$  e  $\forall b$ ,  $\dim S=3$

Altern. E

4)  $S_1 = \{f \in F(\mathbb{R}) \mid f(t) = f(t+1), \forall t \in \mathbb{R}\}$

(i)  $0 \in S_1$ , pois  $0(t) = 0$  e  $0(t+1) = 0 \therefore 0(t) = 0(t+1)$

(ii) Dados  $f, g \in S_1$ , sabemos que  $f(t) = f(t+1)$  e  $g(t) = g(t+1) \therefore (f+g)(t) = f(t) + g(t) = f(t+1) + g(t+1) = (f+g)(t+1) \therefore (f+g) \in S_1$ .

(iii) Dado  $f \in S_1$ , sabemos que  $f(t) = f(t+1) \therefore$

$\therefore (\lambda f)(t) = \lambda f(t) = \lambda f(t+1) = (\lambda f)(t+1) \quad \forall t \in \mathbb{R}$

$\therefore \lambda f \in S_1$

Por (i), (ii) e (iii),  $S_1 < F(\mathbb{R})$

•  $S_2 = \{f \in F(\mathbb{R}) \mid f(t) \text{ é inteiro, } \forall t \in \mathbb{R}\}$

(iii) Temos que  $(\lambda f)$  não necessariamente pertence a  $S_2$ . Se tomarmos  $\lambda = \sqrt{2}$ ,  $\lambda f(t)$  não é inteiro para qualquer  $t$  real.  $\therefore S_2 \not\subset F(\mathbb{R})$

•  $S_3 = \{f \in F(\mathbb{R}) \mid f(t+s) = f(t) + f(s), \forall t, s \in \mathbb{R}\}$

(i)  $0 \in S_3$ , pois  $0(t+s) = 0(t) + 0(s) = 0 \therefore 0(t+s) = 0(t) + 0(s)$

(ii) Dados  $f, g \in S_3$ , sabemos que  $f(t+s) = f(t) + f(s)$  e  $g(t+s) = g(t) + g(s)$ . Então,  $(f+g)(t+s) = f(t+s) + g(t+s) = f(t) + f(s) + g(t) + g(s) = [f(t) + g(t)] + [f(s) + g(s)] = (f+g)(t) + (f+g)(s) \therefore f+g \in S_3$

(iii) Dado  $f \in S_3$ , sabemos que  $f(t+s) = f(t) + f(s)$   
 $\therefore (\lambda f)(t+s) = \lambda f(t+s) = \lambda [f(t) + f(s)] = \lambda f(t) + \lambda f(s) = (\lambda f)(t) + (\lambda f)(s) \therefore (\lambda f) \in S_3 \quad \forall \lambda \in \mathbb{R}$

$\therefore$  Por (i), (ii) e (iii),  $S_3 \subset F(\mathbb{R})$

Altern. D

$\rightarrow (*)$

5) 
$$\begin{cases} a_{11} + a_{12} + a_{13} = a_{21} + a_{22} + a_{23} \\ a_{11} + a_{12} + a_{13} = a_{31} + a_{32} + a_{33} \\ a_{21} + a_{22} + a_{23} = a_{31} + a_{32} + a_{33} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{11} + a_{12} + a_{13} - a_{21} - a_{22} - a_{23} = 0 \\ a_{11} + a_{12} + a_{13} - a_{31} - a_{32} - a_{33} = 0 \\ a_{21} + a_{22} + a_{23} - a_{31} - a_{32} - a_{33} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
 Como o sistema (\*) é homogêneo, sua solução  $S$  é um

subespaço do  $\mathbb{R}^9$ . Ao final do escalonamento,  $\dim S = \text{nº de incógnitas} - \text{nº de linhas não-nulas}$

$\therefore \dim S = 9 - 2 = 7$

Altern. B



6) A  $\rightarrow$  FALSO: ainda é necessário verificar que, dados  $x, y \in S$ ,  $x+y \in S$  e  $\lambda x \in S \forall \lambda \in \mathbb{R}$ .

B  $\rightarrow$  VERDADEIRO: Como todo subespaço contém o 0,  $\dim S \geq 0$ , e como o subespaço  $S$  é um subconjunto do espaço  $V$ ,  $\dim S \leq \dim V = n$ .

C  $\rightarrow$  VERDADEIRO: definição de base

D  $\rightarrow$  VERDADEIRO: definição de base

E  $\rightarrow$  VERDADEIRO: definição de base.

$$7) \begin{cases} x+2w=0 \\ y-z-3u=0 \\ z+w+u=0 \\ t=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} x & y & z & w & u & t \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Note que o sistema já está escalonado. Então,  $\dim S = \text{no de incógnitas} - \text{no de linhas não-nulas}$

$\Rightarrow \boxed{\dim S = 6 - 4 = 2}$ . Então, é possível encontrar um subconjunto de  $S$  com 2 elementos que gere  $S$  (por exemplo, uma base).

Altern. E

8)  $B = \{1, \sin(ax), \sin(x)\}$  é LD  $\Leftrightarrow$  pelo menos um de seus elementos é escrito como combinação linear dos demais. Note que não podemos escrever 1 como combinação linear de  $\sin x$ , e vice-versa. Então, deveremos ter  $\sin(ax)$  escrito como combinação linear de 1 e  $\sin x$ , dependendo do valor de  $a$ . Se:

•  $a=0$ ,  $B = \{1, 0, \sin x\} \therefore B$  é LD

•  $a=1$ ,  $B = \{1, \sin x, \sin x\} \therefore B$  é LD

•  $a=-1$ ,  $B = \{1, \sin(-x), \sin x\} = \{1, -\sin x, \sin x\} \therefore B$  é LD

Para quaisquer outros valores de  $a$ ,  $B$  é LI, pois não é possível escrever  $\sin(ax)$  unicamente em função de 1 e  $\sin x$ .

Altern. C

9)  $S = [(1, 1, 1), (2, 1, 0)] \rightarrow$  existem e não únicas

$$(a, b, 2) \in S \Leftrightarrow (\exists ! \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \text{ tais que } (a, b, 2) = \alpha(1, 1, 1) + \beta(2, 1, 0)$$

$$\therefore \begin{cases} \alpha + 2\beta = a \\ \alpha + \beta = b \\ \alpha = 2 \end{cases} \sim \begin{cases} 2 + 2\beta = a \\ 2 + \beta = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = \frac{a-2}{2} \\ \beta = b-2 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{a-2}{2} = b-2 \Rightarrow \boxed{a-2=2(b-2)} \quad \boxed{\text{Altern. A}}$$

10)  $S_1 = \left\{ \begin{bmatrix} 2a & b \\ 2b & a \end{bmatrix}, a, b \in \mathbb{R} \right\}$

Todo vetor de  $S_1$  pode ser escrito como

$$\begin{pmatrix} 2a & b \\ 2b & a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \therefore \text{uma base de } S_1 \text{ é}$$

$$B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \right\} \therefore \boxed{\dim S_1 = \# B_1 = 2}$$

$S_2$ : procuremos uma base de  $S_2$  contida em  $\left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 8 & 3 \end{pmatrix} \right\}$ , usando o método descrito na resolução do exercício 5 da P3 de 2010:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 6 \\ 1 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 8 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 2 & 6 \\ 0 & -4 & -8 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \boxed{2} & 2 & 6 \\ 0 & \boxed{-4} & -8 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\uparrow \uparrow \qquad \qquad \qquad \uparrow \uparrow$

$$\therefore \text{uma base de } S_2 \text{ é } B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} \therefore \boxed{\dim S_2 = 2}$$

$$\text{Sejam } u_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, v_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } v_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

de modo que  $B_1 = \{u_1, u_2\}$  e  $B_2 = \{v_1, v_2\}$ . Reparemos que

(i)  $u_1 = v_2$  e  $u_2 = v_1 - v_2 \therefore B_1 \subset [B_2] \therefore S_1 \subset S_2$

(ii)  $v_1 = u_1 + u_2$  e  $v_2 = u_1 \therefore B_2 \subset [B_1] \therefore S_2 \subset S_1$

$$\text{Como } S_1 \subset S_2 \text{ e } S_2 \subset S_1, \boxed{S_1 = S_2} \quad \boxed{\text{Altern. E}}$$

11) Lembremos inicialmente que  $\dim(P_{20}) = 21$ .

(I) FALSO: como contra-exemplo, temos o subconjunto dos polinômios  $x, 2x, 3x, \dots, 20x$ , que pertencem a  $V = P_{20}(\mathbb{R})$  mas não LD.

(II) FALSO: como toda base é LI, se tomarmos um subconjunto LD de  $V$  (como o contra-exemplo do item I), ele não pode estar contido numa base de  $V$ .

(III) VERDADEIRO: como  $\dim(P_{20}) = 21$ , todo conjunto gerador de  $P_{20}(\mathbb{R})$  tem pelo menos 21 elementos.

12) Escrevendo os vetores na forma  $\begin{pmatrix} t \\ e^t \\ te^t \end{pmatrix}$ , temos:

$$\begin{aligned} \bullet t &= (1, 0, 0) & \bullet t - e^t &= (1, -1, 0) \\ \bullet e^t &= (0, 1, 0) & \bullet te^t &= (0, 0, 1) \\ & & \bullet t + e^t &= (1, 1, 0) \end{aligned}$$

Nota-se que  $(1, -1, 0)$  e  $(1, 1, 0)$  são combinações lineares dos demais vetores. Então,

$$S = [(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, -1, 0), (1, 1, 0)] = [(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)]$$

Como  $B = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$  é LI e gera  $S$ , conclui-se que  $B$  é base de  $S$ .  $\boxed{\dim S = \#B = 3}$

Altern. D

13)  $A$  é LD,  $x \in [A - \{x\}]$ .

$A \rightarrow$  FALSO: como contraexemplo, tome  $x = (2, 0)$  e  $A = \{(1, 0), (0, 1), (2, 0)\}$ .  $\therefore A - \{x\} = \{(1, 0), (0, 1)\}$  é LI e  $x \in [A - \{x\}]$  (pois  $x = 2 \cdot (1, 0)$ ).

$B \rightarrow$  FALSO: como contraexemplo, tome  $x = (3, 0)$  e  $A = \{(1, 0), (2, 0), (3, 0)\}$ .  $\therefore A - \{x\} = \{(1, 0), (2, 0)\}$  é LD.



C  $\rightarrow$  VERDADEIRO: como  $x$  é combinação linear dos elementos de  $A - \{x\}$ , o subespaço gerado por  $A - \{x\}$  não muda se adicionarmos  $x$  ao conjunto gerador.

DEMONSTRAÇÃO: seja  $A = \{v_1, \dots, v_n, x\}$ . Como  $x \in A - \{x\}$ ,  $x = \alpha_1 v_1 + \dots + \alpha_n v_n$ . Seja agora  $w$  um vetor qualquer de  $[A]$ , isto é,  $w = \beta_1 v_1 + \dots + \beta_n v_n + \lambda x$ .

$$\begin{aligned} \therefore w &= \beta_1 v_1 + \dots + \beta_n v_n + \lambda (\alpha_1 v_1 + \dots + \alpha_n v_n) = \\ &= (\beta_1 + \lambda \alpha_1) v_1 + \dots + (\beta_n + \lambda \alpha_n) v_n. \end{aligned}$$

Então, qualquer vetor de  $[A]$  pode ser escrito como combinação linear dos elementos de  $A - \{x\}$ . Logo,  $[A] = [A - \{x\}]$

D  $\rightarrow$  FALSO: ver item C

E  $\rightarrow$  FALSO: ver item C.

14) Utilizando o método descrito na resolução da questão 2 do P3 de 2008, vamos adicionar elementos ao conjunto para formar uma base.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 2 & -7 & -5 & 2 \\ 3 & -4 & 3 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -3 & -11 & 0 \\ 0 & 2 & -6 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -3 & -11 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

(0 0 0 1)

$\therefore$  podemos adicionar  $(0, 0, 0, 1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Altern. A

$(t^1, t^2, t^3, t^4)$

15) Usando uma notação mais simples, temos:

$$A = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 1)\} = \{u_A, v_A\}$$

$$B = \{(1, 2, 0, 1), (1, 0, 0, -1)\} = \{u_B, v_B\}$$

$$C = \{(1, 3, 0, 1), (0, 0, 1, 0)\} = \{u_C, v_C\}$$

Notemos que a coordenada  $t^2$  só não é nula no vetor  $v_C$ . Então, existe pelo menos um elemento de  $C$  que não pode ser escrito como combinação linear de  $A$  ou de  $B$ . Logo,

$[C] \neq [A]$ ,  $[C] \neq [B]$  e  $\therefore C \neq A$  e  $C \neq B$ , restando apenas a ALTERNATIVA E (podemos verificá-lo provando que  $u_A$  e  $v_A$  são comb. linear de  $u_B$  e  $v_B$ , e vice-versa).

16) Essa questão é idêntica à questão 5 da P3 de 2010  $\therefore$  ver resolução da P3 de 2010.

19)  $\{u, v, w\} \subset L_1 \therefore (0, 0, 0)$  é a única solução do sistema

$$(*) \alpha u + \beta v + \gamma w = 0$$

I  $\rightarrow$  VERDADEIRO: resolvamos o sistema

$$(**) \alpha_1(u+v) + \beta_1(u+w) + \gamma_1(v+w) = 0 \Rightarrow (\alpha_1 + \beta_1)u + (\alpha_1 + \gamma_1)v + (\beta_1 + \gamma_1)w = 0. \text{ Esse sistema é do forma } (*); \text{ logo,}$$

$$\begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 = 0 \\ \alpha_1 + \gamma_1 = 0 \\ \beta_1 + \gamma_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{a única solução desse sistema é}$$

$\alpha_1 = \beta_1 = \gamma_1 = 0$ . Logo, pelo sistema  $(**)$ , o conjunto  $\{u+v, u+w, v+w\} \subset L_1$ .

Como  $\{u, v, w\}$  e  $\{u+v, u+w, v+w\}$  são conjuntos  $L_1$  de dimensão 3, eles geram (e são base) o mesmo subespaço.

II  $\rightarrow$  VERDADEIRO: resolvamos o sistema

$$(***) \alpha_2 u + \beta_2(u+v) + \gamma_2(u+w) = 0 \Rightarrow (\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2)u + \beta_2 v + \gamma_2 w = 0.$$

Comparando com  $(*)$ , devemos ter  $\gamma_2 = 0$ ,  $\beta_2 = 0$  e  $\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 0 \therefore \alpha_2 = 0 \therefore (0, 0, 0)$  é a única solução de  $(***) \therefore \{u, u+v, u+w\} \subset L_1$ .



III  $\rightarrow$  FALSA: como  $v-w = (u+v) - (u+w)$ ,  $\{u+v, u+w, v-w\}$  é LD e  $[u+v, v+w, v-w] = [u+v, v+w]$ . Logo,  $\{u, v, w\}$  gera um subespaço de dimensão 3, enquanto  $\{u+v, v+w, v-w\}$  gera um subespaço de dimensão 2  $\therefore [u, v, w] \neq [u+v, v+w, v-w]$ .

IV  $\rightarrow$  VERDADEIRA: resolvamos o sistema  
 (\*\*\*\*):  $\alpha_3(u-w) + \beta_3(u+v) + \gamma_3(u+w) = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow (\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3)u + (\beta_3)v + (\gamma_3 - \alpha_3)w = 0.$$

Comparando com (\*), devemos ter

$$\begin{cases} \alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 = 0 \\ \beta_3 = 0 \\ \gamma_3 - \alpha_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \alpha_3 = \beta_3 = \gamma_3 = 0 \therefore \{u-w, u+v, u+w\} \text{ é LI}$$

Altern. C

20)  $\begin{pmatrix} 2 & a \\ 0 & b \end{pmatrix} \in S \Leftrightarrow (\exists! \alpha, \beta, \gamma)$  tais que  $\begin{pmatrix} 2 & a \\ 0 & b \end{pmatrix} = \alpha A + \beta B + \gamma C$

$$\alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 0 & b \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 2 \\ \beta + 2\gamma = a \\ -\alpha + \beta + 2\gamma = 0 \\ \alpha + \beta + \gamma = b \end{cases} \Rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & a \\ -1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & b \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & a \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & b-2 \end{array} \right) \sim$$

$$\sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & a \\ 0 & 0 & -2 & 2-2a \\ 0 & 0 & 1 & b-2 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 2 \\ \beta + 2\gamma = a \\ -2\gamma = 2-2a \\ \gamma = b-2 \end{cases}$$

Pelas duas últimas linhas,  $\gamma = b-2 = \frac{2-2a}{-2} \Rightarrow$

$$-2b + 4 = 2 - 2a \Rightarrow \boxed{a - b + 1 = 0}$$

Altern. D