MAT2456 - Cálculo Diferencial e Integral para Engenharia IV
2º Semestre de 2016 - 3ª Lista de exercícios

1. Obter uma expressão das somas das séries abaixo e os respectivos raios de convergência, usando derivação e integração termo a termo, se necessário.

   a) $x + \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3} + \cdots + \dfrac{x^n}{n} + \cdots$ b) $x - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3} - \cdots + (-1)^{n-1}\ \dfrac{x^n}{n} + \cdots$

   c) $x + \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^5}{5} + \cdots + \dfrac{x^{2n-1}}{2n-1} + \cdots$ d) $x - \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^5}{5} - \cdots . + (-1)^{n-1}\ \dfrac{x^{2n-1}}{2n-1} + \cdots$

   e) $1 + 2x + 3x^2 + \cdots + (n+1)x^n + \cdots$ f) $x + 2x^2 + 3x^3 + \cdots + nx^n + \cdots$

   g) $x + 2x^3 + 3x^5 + \cdots + nx^{2n-1} + \cdots$ h) $\dfrac{x^2}{1 \cdot 2} - \dfrac{x^3}{2 \cdot 3} + \dfrac{x^4}{3 \cdot 4} - \dfrac{x^5}{4 \cdot 5} + \cdots$

   i) $1 + 4x + 9x^2 + 16x^3 + \cdots$ j) $x + 2^3x^2 + 3^3x^3 + 4^3x^4 + \cdots$

   k) $4 + 5x + 6x^2 + 7x^3 + \cdots$ l) $\dfrac{x^4}{4} + \dfrac{x^8}{8} + \dfrac{x^{12}}{12} + \cdots$

2. Utilizando as somas das séries obtidas no exercício anterior, calcule:

   a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$ b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n}$ c) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5^n(n-1)n}$.

3. Mostre que $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{6} x^n = \frac{1}{(1-x)^4}$.

4. Utilizando o desenvolvimento em série, obtenha um valor aproximado de

   (a) e, com erro inferior a 10^{-5} (b) $\operatorname{sen} 1$, com erro inferior a 10^{-5} e a 10^{-7}
   (c) $\ln 2$ e $\ln 3$, com erro inferior a 10^{-5} (d) $\operatorname{arctg}(1/2)$ e $\operatorname{arctg}(1/3)$, com erro inferior a 10^{-5}
   (e) $\pi/4$, com erro inferior a 10^{-5}

5. Utilizando série de Taylor calcule $\dfrac{d^{320} \operatorname{arctg}}{dx^{320}}(0)$ e $\dfrac{d^{321} \operatorname{arctg}}{dx^{321}}(0)$.

6. Dê a série de Taylor de $f(x)$ centrada no 0, indicando os intervalos de convergência

   a) $f(x) = x^2e^x$ b) $f(x) = \ln(1 - x^3)$ c) $f(x) = \operatorname{sen}(x^2)$
   d) $f(x) = \cos^2 x$ e) $f(x) = x\cos(2x)$ f) $f(x) = x \operatorname{arctg} x$

7. Desenvolva em série de potências de x as seguintes funções, indicando os intervalos de convergência, e calcule $f(1)$ com erro inferior a 10^{-6}, sendo que as funções dos itens (a) e (c) são definidas em $t = 0$ como valendo 1:

   a) $f(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{\operatorname{sen} t}{t}\, dt$ b) $f(x) = \displaystyle\int_0^x e^{-t^2}\, dt$ c) $f(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{\ln(1+t)}{t}\, dt$ d) $f(x) = \displaystyle\int_0^x \operatorname{sen}(t^2)\, dt$

8. Utilizando a expansão em série de potências das funções envolvidas, calcule os seguintes limites

   (a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$ (c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x^3}$

   (d) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\cos x - \left(1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!}\right)}{x^\alpha}$ (e) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\operatorname{sen} x - \left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}\right)}{x^\alpha}$

9. Ache a série de Fourier de $f(x)$, determine soma da série e faça os gráficos de f e da função soma da série encontrada:

a) $f(x) = \begin{cases} a, & -\pi < x \leq 0 \\ b, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} ax, & -\pi < x \leq 0 \\ bx, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$

c) $f(x) = |x|, \ -\pi < x \leq \pi$ d) $f(x) = e^{ax}, \ -\pi < x \leq \pi, \ a \neq 0$

e) $f(x) = \text{sen}(ax), \ -\pi < x \leq \pi, \ a \notin \mathbb{Z}$ f) $f(x) = ax + b, \ -\pi < x \leq \pi$

g) $f(x) = |\cos \ x|, \ -\pi < x \leq \pi$

10. Ache a série de Fourier de senos de f, a série de cossenos de f, determine a soma de cada uma delas e faça os gráficos de f e da soma de cada uma das séries encontradas:

a) $f(x) = ax, \ 0 \leq x \leq \pi$ b) $f(x) = x^2, \ 0 \leq x \leq \pi$

c) $f(x) = ax + b, \ 0 \leq x \leq \pi$ d) $f(x) = \text{sen} \ x, \ 0 \leq x \leq \pi$

e) $f(x) = |\cos \ x|, \ 0 \leq x \leq \pi$

11. Mostre que

a) $1 = \frac{4}{\pi}(\text{sen} \ x + \frac{1}{3}\text{sen} \ 3x + \frac{1}{5}\text{sen} \ 5x + \cdots), \ 0 < x < \pi$;

b) $\pi - x = 2(\text{sen} \ x + \frac{1}{2}\text{sen} \ 2x + \frac{1}{3}\text{sen} \ 3x + \cdots), \ 0 < x < \pi;$

c) $x^2 = \frac{\pi^2}{3} + 4(-\cos \ x + \frac{\cos \ 2x}{2^2} - \frac{\cos \ 3x}{3^2} + \cdots), \ -\pi < x < \pi$

d) $x(\pi - x) = \frac{\pi^2}{6} - (\cos \ 2x + \frac{\cos \ 4x}{2^2} + \frac{\cos \ 6x}{3^2} + \cdots), \ 0 < x < \pi$

e) $x(\pi - x) = \frac{8}{\pi}(\text{sen} \ x + \frac{\text{sen} \ 3x}{3^3} + \frac{\text{sen} \ 5x}{5^3} + \cdots), \ 0 < x < \pi$

12. Verifique as seguintes igualdades, usando o exercício anterior

a) $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + (-1)^n \frac{1}{2n+1} + \cdots$ b) $\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} + \cdots$

c) $\frac{\pi^3}{32} = \sum_{n=1}^{n} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$ d) $\frac{3\pi^3}{128}\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} + \frac{1}{11^3} - \cdots$

e) $\frac{3\pi}{4} = \sqrt{2} + 1 + \frac{1}{3}\sqrt{2} - \frac{1}{5}\sqrt{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{7}\sqrt{2} + \frac{1}{9}\sqrt{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{11}\sqrt{2} - \frac{1}{13}\sqrt{2} - \cdots$

13. Calcule a soma das séries

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$

14. Determine c_1, c_2, c_3 de modo que as integrais abaixo assumam o menor valor possível:

a) $\int_{-\pi}^{\pi} [x - c_1 \text{sen} \ x - c_2 \text{sen} \ 2x - c_3 \text{sen} \ 3x]^2 dx$ b) $\int_{-\pi}^{\pi} [x^2 - c_1]^2 dx$

c) $\int_{-\pi}^{\pi} [|\cos \ x| - c_1 - c_2 \text{sen} \ x - c_3 \cos \ x]^2 dx$

15. Ache a série de Fourier da função $f(x)$ periódica de período 1 e que satisfaz $f(x) = x^2$ se $0 \leq x < 1$. Qual a soma de série quando $x = 999/2$? E quando $x = 999$?

16. a) Obtenha a série de Fourier da função ímpar $f(x)$, periódica de período 4, e que satisfaça $f(x) = x$ se $0 \leq x \leq 1$ e $f(x) = f(2 - x)$ se $1 \leq x < 2$.

b) Encontre $b_1, b_2, b_3, ...$ tais que $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \, \text{sen} \left(\frac{(2n-1)\pi x}{2} \right) = x$ se $0 < x < 1$ $\ f(2 - x) = f(x); 0 < x < 1$

c) Encontre $c_1, c_2, c_3, ...$ tais que $\sum_{n=1}^{\infty} c_n \, \text{sen} \left(\frac{(2n-1)\pi x}{2} \right) = 1 - x$ se $0 < x < 1$ $\ f(2-x) = f(x); 0 < x < 1$

d) Quanto vale a soma de série do item c) quando $x = 200$? E quando $x = 201$?

17. Obtenha constantes a e b tais que a série de senos de $f(x) = x^3 + ax$ em $[0, \pi]$ seja da forma

$$b \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\operatorname{sen}(nx)}{n^3}$$

18. Usando a fórmula de Parseval prove que

(a) $\dfrac{\pi^4}{90} = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ (b) $\dfrac{\pi^6}{945} = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6}$

19. Calcule

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^4}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n^2-1)^2}$

20. (a) Dê fórmulas para as constantes $a_n,\ n \geq 0,\ b_n,\ n \geq 1$, tais que

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \operatorname{sen} nx) = x^2.e^x,\ -\pi < x < \pi$$

(b) Determine a soma da série para $x = \dfrac{11\pi}{2}$ e para $x = 11\pi$.

21. Encontre constantes $a_0, a_1, \ldots, a_n$ que minimizem a expressão

$$\int_0^{\pi} \left[x - \left(\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} a_k \cos kx \right) \right]^2 dx.$$

22. Ache a solução geral da equação diferencial dada, em série de potências centradas em 0.

(1) $y'' - xy' - y = 0$ (2) $y'' - x^2 y = 0$ (3) $y'' + 2xy' + 4y = 0$

23. Uma equação diferencial da forma $x^2y'' + xy' + (x^2 - p^2)y = 0$, onde p é um numero real fixado, é chamada *equação de Bessel* de ordem p.

(a) Se $p = 0$, mostre que $y_1 = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{2n}(n!)^2} x^{2n}$ e $y_2 = y_1 \ln x + \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^{2n}(n!)^2} \left(1 + \frac{1}{2} + ... + \frac{1}{n}\right) x^{2n}$ são soluções LI da equação de Bessel.

(b) Se $p = 1$ mostre que $y = x\left(1 - \frac{x^2}{2^2 2!} + \frac{x^4}{2^4 2!3!} - \frac{x^6}{2^6 2!3!4!} + ...\right)$ é solução.

24. A equação diferencial $(1 - x^2)y'' - 2xy' + \alpha(\alpha + 1)y = 0$, $\alpha \in \mathbb{R}$, é chamada *equação de Legendre*. Mostre que

$$y_1 = 1 + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\alpha(\alpha-2)(\alpha-4)...(\alpha-2m+2)(\alpha+1)(\alpha+3)...(\alpha+2m-1)}{(2m)!} x^{2m}$$

e

$$y_2 = x + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{(\alpha-1)(\alpha-3)...(\alpha-2m+1)(\alpha+2)(\alpha+4)...(\alpha+2m)}{(2m+1)!} x^{2m+1}$$

são soluções independentes da equação de Legendre, no intervalo $|x| < 1$.

Respostas

1. a) $-\ln(1-x)$ b) $\ln(1+x)$ c) $\ln\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ d) $\operatorname{arctg} x$ e) $\dfrac{1}{(1-x)^2}$ f) $\dfrac{x}{(1-x)^2}$

g) $\dfrac{x}{(1-x^2)^2}$ h) $(1+x)\ln(1+x)-x$ i) $\dfrac{1+x}{(1-x)^3}$ j) $\dfrac{x+4x^2+x^3}{(1-x)^4}$ k) $\dfrac{4-3x}{(1-x)^2}$ l) $\frac{-1}{4}\ln(1-x^4)$.

2. $\ln 2$; 26; $\frac{6}{5}\ln\frac{6}{5}-\frac{1}{5}$.

5. 0 e (320)!.

6 .

(a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{n+2}}{n!},\ x\in\mathbb{R}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{3n}}{n},\ x\geq 0$

(c) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{4n+2}}{(2n+1)!},\ x\in\mathbb{R}$ (d) $\displaystyle 1+\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n 2^{2n}x^{2n}}{(2n)!},\ x\in\mathbb{R}$

(e) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2x)^{2n+1}}{n!},\ x\in\mathbb{R}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n+2}}{(2n+1)},\ -1\geq x\geq 1$

7 .

(a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)(2n+1)!},\ x\in\mathbb{R}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)n!},\ x\in\mathbb{R}$

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n^2},\ -1<x\leq 1$ (d) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{4n+3}}{(4n+3)(2n+1)!},\ x\in\mathbb{R}$

8. (a) 1 (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{6}$ (d) $-\frac{1}{6!}$, se $\alpha=6$; 0 , se $\alpha<6$; $-\infty$, se $\alpha>6$

(e) $-\frac{1}{7!}$, se $\alpha=7$; 0 , se $\alpha<7$; $-\infty$, se $\alpha>7$

9 .

(a) $\displaystyle\frac{a+b}{2}+\frac{2}{\pi}(b-a)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\operatorname{sen}((2n-1)x)}{2n-1}.$

soma: a, se $(2k-1)\pi<x<2k\pi$; b, se $2k\pi<x<(2k+1)\pi$; $\frac{a+b}{2}$, se $x=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$

(b) $\displaystyle\frac{b-a}{4}\pi+\frac{2}{\pi}(a-b)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos((2n-1)x)}{(2n-1)^2}-(a+b)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\operatorname{sen}(nx)}{n}.$

soma: ax, se $(2k-1)\pi<x\leq 2k\pi$; bx, se $2k\pi\leq x<(2k+1)\pi$; $\frac{b-a}{2}\pi$, se $x=(2k+1)\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

(c) $\displaystyle\frac{\pi}{2}-\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos((2n-1)x)}{(2n-1)^2}$

soma: $|x|$, se $-\pi\leq x\leq\pi$ e sua extensão periódica para $x\in\mathbb{R}$.

(d) $\displaystyle\frac{\sinh(a\pi)}{a\pi}+\frac{2\sinh(a\pi)}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2+a^2}(a\cos(nx)-n\operatorname{sen}(nx)).$

soma: e^{ax}, se $-\pi<x<\pi$; $\cosh(a\pi)$ se $x=\pm\pi$, e a sua extensão periódica para $x\in\mathbb{R}$

(e) $\displaystyle\frac{2\operatorname{sen}(a\pi)}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{n^2-a^2}\operatorname{sen}(nx)$

soma: $\operatorname{sen}(ax)$, para $-\pi<x<\pi$; 0 para $x=\pm\pi$ e a sua extensão periódica para $x\in\mathbb{R}$.

(f) $\displaystyle b+2a\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{\operatorname{sen}(nx)}{n}.$

soma: $ax+b$, para $-\pi<x<\pi$; b, para $x=\pm\pi$, e sua extensão periódica, para $x\in\mathbb{R}$.

(g) $\displaystyle\frac{2}{\pi}\left(1+2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{\cos(2nx)}{4n^2-1}\right)$

soma : $|\cos x|$, para $x\in\mathbb{R}$

10 .

(a) $2a\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{\operatorname{sen}(nx)}{n}$

soma : ax, para $-\pi < x < \pi$; 0 para $x = \pm\pi$, e sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$.

$\frac{a}{2}\pi - \frac{4a}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{\cos((2n-1)x)}{(2n-1)^2}$,

soma : $a|x|$, para $-\pi \leq x \leq \pi$ e sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$.

(b) $2\pi\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{\operatorname{sen}(nx)}{n} - \dfrac{8}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{\operatorname{sen}((2n-1)x)}{(2n-1)^3}$.

soma : x^2 para $0 \leq x < \pi$; $-x^2$, para $-\pi \leq x \leq 0$; 0 para $x = \pm\pi$ e sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$

$\frac{\pi^2}{3} + 4\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{\cos(nx)}{n^2}$.

soma : x^2, para $-\pi \leq x \leq \pi$ e sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{n\pi}(b-(a\pi+b)(-1)^n)\operatorname{sen}(nx)$.

soma : $ax - b$, para $-\pi < x \leq 0$; $ax + b$, para $0 < x < \pi$, 0, para $x = \pm\pi$, 0 e sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$.

$\frac{a\pi}{2} + b - \frac{4a}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{\cos((2n-1)x)}{(2n-1)^2}$.

soma : $a|x| + b$, para $-\pi \leq x \leq \pi$ e sua extensão periódica de $a|x| + b$ para $x \in \mathbb{R}$.

(d) $\operatorname{sen} x$,

soma : $\operatorname{sen} x$, para $x \in \mathbb{R}$;

$\frac{2}{\pi}(1 - 2\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{\cos(2nx)}{4n^2-1})$,

soma : $|\operatorname{sen} x|$ para $x \in \mathbb{R}$

(e) $\frac{2}{\pi}\operatorname{sen}\ x + \sum_{n=2}^{\infty}\dfrac{2n-1+(-1)^n}{\pi n(n-1)}\operatorname{sen}((2n-1)x)$,

soma : $-|\cos x|$ para $x \leq 0$ e $|\cos x|$ para $x \geq 0$, $x \neq k\pi$ e 0 para $x = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

$\frac{2}{\pi}(1 + 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{\cos(2nx)}{4n^2-1}$,

soma : $|\cos x|$, para $x \in \mathbb{R}$

12 .

(a) usar 11a) em $x = \pi/2$

(b) usar 11c) em $x = \pi$

(c) usar 11e) em $x = \pi/2$

(d) usar 11e) em $x_0 = \pi/4$

(e) usar 11b) em $x = \pi/4$

13. (a) $\frac{\pi^2}{8}$ b) $\frac{\pi^2}{12}$

14 .

(a) $c_1 = 2,\ c_2 = -1,\ c_3 = \frac{2}{3}$

(b) $c_1 = \frac{\pi^2}{3}$

(c) $c_1 = \frac{2}{\pi},\ c_2 = 0,\ c_3 = 0$

15. $\frac{1}{3} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{1}{\pi^2 n^2}\cos(2n\pi x) - \dfrac{1}{\pi n}\operatorname{sen}(2n\pi x)\right)$ $S(999) = 1/2$ e $S(999/2) = 1/4$.

16 .

(a) $\frac{8}{\pi^2}\sum_{k=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^k}{(2k+1)^2}\,\mathrm{sen}(\dfrac{(2k+1)\pi x}{2})$. (b) $b_n = \frac{8}{\pi^2}\frac{(-1)^{(n-1)}}{(2n-1)^2}$ para $n \geq 1$.

(c) $c_n = \frac{4}{(2n-1)\pi} + \frac{(-1)^n 8}{(2n-1)^2\pi^2}$, para $n \geq 1$. (d) $S(200) = S(0) = 0$; $S(201) = S(1) = 0$

17. $a = -\pi^2$, $b = 12$

18. (a) Use $f(x) = x^2$ (b) Use exercício 17.

19. (a) $\dfrac{\pi^4}{96}$ (b) $\dfrac{\pi^2}{16} - \dfrac{1}{2}$.

22. (1) $y = C_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2^n n!} + C_1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!2^n}{(2n+1)!} x^{2n+1}$; (2) $y = C_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{4n}}{4n(n-1)(4n-4)(4n-5)...4.3} + C_1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{4n+1}}{(4n+1)(4n)...5.4}$;
(3) $y = C_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-2)^n x^{2n}}{(2n-1)(2n-3)...5.3} + C_1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{n!}$