

1ª Questão:

(A) (2,0) Determine se a série abaixo é absolutamente convergente, condicionalmente convergente ou divergente

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(n)}{n^a}, \quad a > 0$$

(B) (1,5) Considere a função $f : \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{2x(x-2)}{(x+2)(x^2+4)}$$

(i) Determine a série de Taylor da f em torno do ponto $x = 0$. Qual é o raio da convergência dela?

(ii) Determine $f^{(n)}(0)$, $n \in \mathbb{N}$.

A) Em módulo, para $0 < a \leq 1$.

2ª Questão: Seja $f(x) = \begin{cases} x^2, & [0, 1] \\ 0, & (1, 2] \end{cases}$.

(A) (1,0) Ache a série de senos $S(x)$ da $f(x)$.

(B) (1,5) Ache a soma da série de senos e esboce o seu gráfico no intervalo $[-6.6]$.

(C) (0,5) Ache $S(-321)$.

3ª Questão:

(A) (2,0) Determine a solução geral da equação $9y'' + 18y' + 18y = e^{-x} \operatorname{tg}(x)$.

(B) (1,5) Determine a solução do problema de valor inicial

$$\begin{cases} \cos x + e^x y' = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

$$9\lambda^2 + 18\lambda + 18 = 0$$

$$9(\lambda^2 + 2\lambda + 2) = 0$$