



# Folha de Respostas

## Identificação:

Nome: \_\_\_\_\_

NUSP: \_\_\_\_\_

Turma: \_\_\_\_\_

Por favor, coloque seu *número USP* nos campos abaixo. **Caso tenha menos de 8 dígitos, deixe a primeira coluna em branco.**

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor, marque o número da sua *turma* (com dois dígitos) nos campos abaixo.

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

## Respostas:

Preencha os alvéolos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia). Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.

Teste 01:  A  B  C  D

Teste 02:  A  B  C  D  E

Teste 03:  A  B  C  D

Teste 04:  A  B  C  D  E

Teste 05:  A  B  C  D

Teste 06:  A  B  C  D  E

Teste 07:  A  B  C  D

Teste 08:  A  B  C  D  E

Teste 09:  A  B  C  D  E

Teste 10:  A  B  C  D  E

Teste 11:  A  B  C  D  E



MAT-2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP-USP

Terceira Prova — 27/11/2018

IDENTIFICAÇÃO

Nome: \_\_\_\_\_

NUSP: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Carteiras, estojos, mochilas e blusas devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta e de maneira legível todos os campos destinados à identificação do aluno, na folha óptica de respostas inclusive. **Caso o seu número USP tenha 7 dígitos, deixe a primeira coluna em branco no campo apropriado da folha óptica de respostas.**
3. Os alvéolos da folha óptica de respostas devem ser preenchidos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia).
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha (caso tenha preenchido a lápis) ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha óptica de respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes indicados na folha óptica de respostas.

Assinatura: \_\_\_\_\_



+1/2/59+



**Teste 1** Considere a equação

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{1+x^2}.$$

Se  $y(x)$  é a solução desta equação tal que  $y(0) = y'(0) = 0$ , então o valor de  $y(1)$  é:

- A  $\frac{e\pi}{4}$
- B  $\frac{-e \ln(2)}{2}$
- C  $\frac{e \ln(2)}{2} - \frac{e\pi}{4}$
- D 0
- E  $\frac{-e \ln(2)}{2} + \frac{e\pi}{4}$

**Teste 2** Analise as seguintes afirmações:

- I) Se duas funções deriváveis são linearmente dependentes, as suas derivadas também são.
- II) O determinante Wronskiano de duas funções quaisquer  $f, g$  é nulo em um ponto se, e somente se, as funções são linearmente dependentes.
- III) Se uma equação diferencial de  $1^a$  ordem possui o fator integrante  $\mu = \mu(x, y)$ , então a equação  $\mu(x, y) = c, c \in \mathbb{R}$ , define todas as soluções da equação.
- IV) Existe uma equação do tipo  $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$  com  $p, q$  funções contínuas em  $\mathbb{R}$ , tendo como soluções  $f(x) = \sin x$  e  $g(x) = x$ .

São verdadeiras:

- A Apenas I e IV.
- B Apenas I.
- C Apenas IV.
- D Apenas II.
- E Apenas III.

**Teste 3** Considere a EDO

$$y' = \sqrt{x} + x^3 y^2,$$

com  $x \geq 0$ , e sobre ela considere as afirmações:

- (I) A função constante e igual a 0 em  $x \geq 0$  é uma solução não crescente para a EDO.
- (II) A EDO certamente possui alguma solução que é estritamente crescente em todo seu domínio.
- (III) Os gráficos de soluções da EDO não podem se cruzar no ponto  $(x_0, y_0) = (0, 0)$ .

São verdadeiras:

- A Apenas III.
- B Apenas II.
- C Todas.
- D Apenas I e III.
- E Apenas II e III.



**Teste 4** Considere a equação

$$(y^2 + 1) dx + x(y^3 + 3y) dy = 0,$$

e as afirmações:

(I) A equação é exata.

(II) A equação admite um fator integrante  $\mu = \mu(y)$ .

(III) A equação possui um fator integrante  $\mu = \mu(y)$  e a função  $F(x, y) = x(y^2 + 1)e^{\frac{y^2}{2}}$  é um potencial correspondente.

São verdadeiras:

- A) Apenas I.
- B) Apenas II e III.
- C) Todas.
- D) Nenhuma.
- E) Apenas II.

**Teste 5** Considere a equação

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$$

onde  $M, N$  são funções  $C^1(\mathbb{R}^2)$ . Seja  $\mu = \mu(x, y) \in C^1(\mathbb{R}^2)$  um fator integrante da equação e  $f = f(x, y)$  um potencial correspondente, ou seja:  $f$  é derivável e  $\nabla f = (\mu M, \mu N)$ .

Qual das funções abaixo é outro fator integrante para a equação diferencial?

- A)  $e^{\mu+f}$
- B)  $e^f$
- C)  $f e^\mu$
- D)  $e^{\mu f}$
- E)  $\mu e^f$

**Teste 6** Seja  $y(x)$  uma solução de

$$y'' + y = \cos(x) + 8x^2,$$

satisfazendo  $y(0) = 0$ . Então, o valor de  $y(\pi)$  é:

- A)  $8\pi^2 - 16$
- B)  $-16$
- C)  $8\pi^2 - 32$
- D)  $\frac{\pi}{2} + 8\pi^2 - 16$
- E)  $0$



**Teste 7** Considere os problemas

$$y'' + 2y' + 2y = \sin x$$

e

$$y' = x^2 y^2, \quad y(0) = 1.$$

Analise as seguintes afirmações:

- I) A solução do segundo problema possui um ponto de inflexão na origem.
- II) A equação linear possui pelo menos uma solução par.
- III) Todas as soluções da equação linear são ímpares.

São verdadeiras:

- A) Apenas II.
- B) Apenas II e III.
- C) Apenas I e III.
- D) Apenas I e II.
- E) Apenas I.

**Teste 8** Um menino utiliza um estilingue para disparar verticalmente para cima uma pedra de massa  $m > 0$  a uma velocidade inicial  $v_0 > 0$ . A resistência do ar exerce um amortecimento do movimento proporcional à velocidade do corpo, exercendo uma força de intensidade  $kv$  quando a velocidade é da pedra é  $v$ , sendo  $k > 0$  constante. Considerando que a aceleração da gravidade é constante e igual a  $g$ , então a altura máxima atingida pela pedra é:

- A)  $\frac{mv_0}{k} + \frac{2gm^2}{k^2} \ln \frac{gm}{gm + kv_0}$
- B)  $\frac{mv_0}{k} - \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{gm}{gm + kv_0}$
- C)  $\frac{mv_0}{k} + \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{gm}{gm + kv_0}$
- D)  $\frac{mv_0}{k} + \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{2gm}{gm + kv_0}$
- E)  $\frac{mv_0}{k} - \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{2gm}{gm + kv_0}$



**Teste 9** Seja a equação

$$x^2y'' + 2xy' - 2y = 0.$$

Sabendo que  $y_1(x) = x$  é uma solução da equação, seja  $y(x)$  a solução da equação que satisfaz as condições iniciais  $y(1) = 3$  e  $y'(1) = 1$ . Assinale a alternativa que tem o valor de  $y(2)$ .

- A  $\frac{27}{6}$
- B  $\frac{25}{4}$
- C  $\frac{29}{6}$
- D  $\frac{15}{3}$
- E  $\frac{23}{9}$

**Teste 10** Seja a equação

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = 0,$$

e sejam  $y_1, y_2$  e  $y_3$  soluções linearmente independentes da mesma. Analise as seguintes afirmações sobre o produto  $y_1y_2y_3$ .

O referido produto é da forma:

- I)  $P(x)e^{3x}$ , com  $P(x)$  polinômio de grau menor ou igual a 6.
- II)  $P(x)e^{3x}$ , com  $P(x)$  polinômio de grau menor ou igual a 3.
- III)  $P(x)e^{3x}$ , com  $P(x)$  polinômio de grau menor ou igual a 1.
- IV)  $Ae^{3x}$ , com  $A$  constante real.

São verdadeiras:

- A Apenas I.
- B Todas.
- C Apenas I, II e III.
- D Nenhuma.
- E Apenas I e II.



**Teste 11** Considere a EDO

$$y' + (t^2 + 2t)y = 3t^2 + 6t.$$

Analise as seguintes afirmações:

- I) A função  $y(t) = 3 + 3 \cdot e^{-(t^3/3+t^2-18)}$  é uma possível solução da EDO tal que  $y(3) = 6$ .
- II) Se  $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é solução da EDO tal que  $y(0) > 3$ , então  $y(t) > 3$  para todo  $t \in \mathbb{R}$ .
- III) Sua solução geral é  $y(t) = -3 + Ct^2e^{t^3/3+t^2}$ .

São verdadeiras:

- A) Apenas II.
- B) Apenas I.
- C) Todas.
- D) Apenas I e II.
- E) Apenas III.





+1/8/53+



## GABARITO DO ALUNO

Questão	Resposta
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	



+1/10/51+



# Folha de Respostas

## Identificação:

Nome: \_\_\_\_\_

NUSP: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Por favor, coloque seu *número USP* nos campos abaixo. **Caso tenha menos de 8 dígitos, deixe a primeira coluna em branco.**

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor, marque o número da sua *turma* (com dois dígitos) nos campos abaixo.

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

## Respostas:

Preencha os alvéolos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia). Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.

Teste 01:  A  B  C  D  E

Teste 07:  A  B  C  D  E

Teste 02:  A  B  C  D  E

Teste 08:  A  B  C  D  E

Teste 03:  A  B  C  D  E

Teste 09:  A  B  C  D  E

Teste 04:  A  B  C  D  E

Teste 10:  A  B  C  D  E

Teste 05:  A  B  C  D  E

Teste 11:  A  B  C  D  E

Teste 06:  A  B  C  D  E



+1/12/49+