Iniciado em	quarta, 6 out 2021, 10:47
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta, 6 out 2021, 10:52
Tempo empregado	5 minutos 17 segundos
Avaliar	**1,00** de um máximo de 1,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Sejam f e g duas funções que admitem derivadas de qualquer ordem, tais que P_n e Q_n são os respectivos polinômios de Taylor de ordem n em torno de $x_0 = 0$.
Assinale, dentre as alternativas abaixo, precisamente aquelas que são verdadeiras (marcar uma incorreta descontará nota):

Escolha uma ou mais:

- [ ] a. O polinômio de Taylor de ordem n para a função $f(x)g(x)$, em torno de $x_0 = 0$, é $f(0)g(0) + f'(0)g'(0)x + \frac{f''(0)g''(0)}{2!}x^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(0)g^{(n)}(0)}{n!}x^n$.
- [x] b. Se f é uma função par, então P_n é a soma de monômios com potências pares de x. ✔
- [x] c. Se R_n é o polinômio de Taylor de ordem n de f' em torno de $x_0 = 0$, então $R_n(x) = \frac{d}{dx}P_{n+1}(x)$. ✔
- [ ] d. Se $P_n(x) = Q_n(x)$, para algum n, então $f(x) = g(x)$.

• Observe que a derivada de $f(x)g(x)$ não é $f'(x)g'(x)$ e portanto o coeficiente de um dado termo do polinômio de $f(x)g(x)$ não é simplesmente o produto dos coeficientes. Caso concreto: considere $f(x) = 1$ e $g(x) = \sin x$, então $f(x)g(x) = \sin x = g(x)$ tem como polinômio de Taylor de ordem 3, centrado em $x_0 = 0$, $x - x^3/3!$ (o mesmo de g), mas aplicando a fórmula proposta teríamos o polinômio nulo.
• Se f é par, então $f(-x) = f(x)$ que, derivando em $x_0 = 0$, nos dá $-f'(-0) = f'(0) \implies f'(0) = 0$, mostrando que o coeficiente de x em P_n é nulo. Repetindo esse argumento para todas as derivadas de ordem ímpar temos o resultado.
• Observando que $f^{(n+1)}(x_0) = (f')^{(n)}(x_0)$ e que $\frac{d}{dx}\frac{(x-x_0)^{k+1}}{(k+1)!} = \frac{(x-x_0)^k}{k!}$, segue-se que $R_n(x) = \frac{d}{dx}P_{n+1}(x)$
• Se $f(x) = x$ e $g(x) = \sin(x)$, então $P_1(x) = x = Q_1(x)$ mas $f(x) \neq g(x)$.

As respostas corretas são: Se f é uma função par, então P_n é a soma de monômios com potências pares de x.
, Se R_n é o polinômio de Taylor de ordem n de f' em torno de $x_0 = 0$, então $R_n(x) = \frac{d}{dx}P_{n+1}(x)$.

◄ Enquete - Terceira Atividade

Seguir para...

Segunda Questão ►

Iniciado em	quarta, 6 out 2021, 08:47
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta, 6 out 2021, 09:15
Tempo empregado	28 minutos 23 segundos
Avaliar	**1,00** de um máximo de 1,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

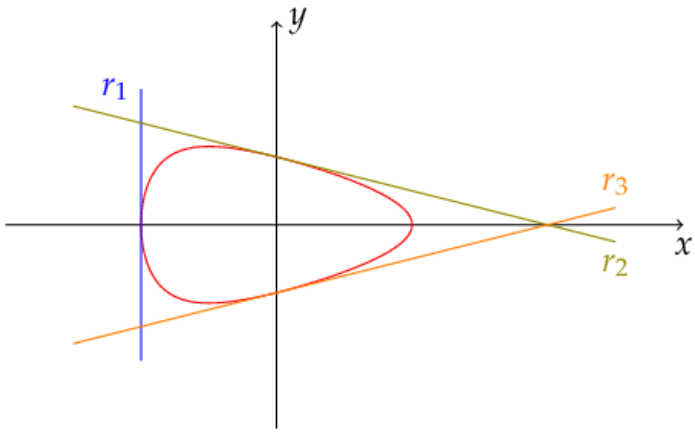
Atingiu 1,00 de 1,00

Considere a curva $\gamma(t) = \left(16\cos t, \dfrac{\sin t}{2+\cos t}\right)$, $t \in [0, 2\pi]$, e o triângulo delimitado delimitado pelas retas tangentes a γ nos pontos $(-16, 0)$, $(0, 1/2)$ e $(0, -1/2)$. A área deste triângulo é:

Escolha uma opção:

- a. $16.$
- b. $12.$
- c. $72.$
- d. $36.$ ✔
- e. $8.$

Os pontos são atingidos pela curva quanto $t = \pi$, $t = \pi/2$ e $t = 3\pi/2$, respectivamente. Os vetores tangentes nesse pontos são $\gamma'(\pi) = (0, -1)$, $\gamma'(\pi/2) = (-16, 1/4)$ e $\gamma'(3\pi/2) = (16, 1/4)$. Com isso temos as retas tangentes $r_1\colon x = -16$, $r_2\colon x + 64y = 32$ e $r_3\colon x - 64y = 32$. As interseções são os pontos $(32, 0)$, $(-16, 3/4)$ e $(-16, -3/4)$, que formam um triângulo de altura 48 e base $3/2$, com área $144/4$. Veja a figura



A resposta correta é: $36.$

Iniciado em	quarta, 6 out 2021, 09:15
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta, 6 out 2021, 09:29
Tempo empregado	13 minutos 58 segundos
Avaliar	**1,00** de um máximo de 1,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Considere a função $f(x,y) = \dfrac{5(x-1)^2 + 3(y-1)^2}{x^2+y^2}$, definida em $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$. As curvas de nível $15/2$ e 4 são, respectivamente:

Escolha uma opção:

- a. um par de retas paralelas e uma parábola.
- b. um par de retas concorrentes e uma parábola.
- c. uma elipse e um par de retas concorrentes.
- d. uma elipse e uma hipérbole. ✔
- e. uma hipérbole e uma elipse.

Escrevendo $f(x,y) = k$, temos $(5-k)x^2 - 10x + (3-k)y^2 - 6y + 8 = 0$, com $(x,y) \neq (0,0)$. Para cada valor de k podemos usar as técnicas vista em álgebra linear (traço e determinante de matriz de coeficientes desta forma quadrática) para determinar o tipo de cada cônica.

A resposta correta é: uma elipse e uma hipérbole.

◄ Segunda Questão

Seguir para...

Quarta Questão ►

Iniciado em	quarta, 6 out 2021, 09:31
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta, 6 out 2021, 10:10
Tempo empregado	38 minutos 37 segundos
Avaliar	**1,00** de um máximo de 1,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Questão para preenchimento numérico. Utilize aproximações corretas até a terceira casa decimal e o separador decimal pode ser "." ou ",".

Seja $f(x,y)$ uma função diferenciável em $(-3,-2)$ tal que $f(-3,-2)=1$. Sabe-se também que $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(-3,-2)=2$ e $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(-3,-2)=1$, onde $\vec{u}=\left(\frac{3}{\sqrt{10}},\frac{-1}{\sqrt{10}}\right)$ e $\vec{v}=\left(\frac{-1}{\sqrt{10}},\frac{-3}{\sqrt{10}}\right)$. A equação do plano tangente ao gráfico de f no ponto $(-3,-2,1)$ é:

1,581

✔ $x+$

-1,581

✔ y-z+

2,581

✔ $=0.$

O valor máximo que uma derivada direcional de f no ponto $(-3,-2)$ assume é

2,236

✔ .

- Sabendo que f é diferenciável em $(x_0,y_0)=(-3,-2)$ e dadas derivadas direcionais no enunciado, podemos determinar $\nabla f(-3,-2)$ através do sistema de equações lineares $2=\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(-3,-2)=\langle \nabla f(-3,-2),\vec{u}\rangle$ e $1=\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(-3,-2)=\langle \nabla f(-3,-2),\vec{v}\rangle$, que tem uma matriz de coeficientes ortogonal (fica fácil resolver) e encontrar $\nabla f(-3,-2)=\left(\frac{5}{\sqrt{10}},\frac{-5}{\sqrt{10}}\right)$, cujas coordenadas são, respectivamente, os coeficientes da equação do plano pedido, já que o coeficiente de z é -1. O termo independente é $d=f(x_0,y_0)-f_x(x_0,y_0)x_0-f_y(x_0,y_0)y_0\approx 2.581$.
- O valor máximo da derivada direcional é precisamente $\|\nabla f(-3,-2)\|\approx 2.236$.

◄ Terceira Questão

Seguir para...

Quinta Questão ►

Iniciado em	quarta, 6 out 2021, 10:10
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta, 6 out 2021, 10:46
Tempo empregado	36 minutos 11 segundos
Avaliar	**0,50** de um máximo de 1,00(**50**%)

Questão **1**

Parcialmente correto

Atingiu 0,50 de 1,00

Seja $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por $f(x,y) = \max\left\{\dfrac{x}{9+|y|}, \dfrac{y}{9+|x|}\right\}$.

O valor de $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ é

$1/9$. ✖	9.	0.	inexistente.	$-1/9$.

Atingiu 0,00 de 1,00

A resposta correta é: inexistente.

O valor de $\dfrac{\partial f}{\partial x}(1,0)$ é

9.	inexistente.	$1/9$. ✔	0.	$-1/9$.

Atingiu 1,00 de 1,00

A resposta correta é: $1/9$.

Basta olhar para $g(x) = f(x,0) = \max\{x/9, 0\}$ e seguir pela definição: $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ existir equivale a $g'(0)$ existir, o que não ocorre, pois $\lim\limits_{h\to 0^+} \dfrac{g(h)-g(0)}{h} = \dfrac{1}{9} \neq 0 = \lim\limits_{h\to 0^-} \dfrac{g(h)-g(0)}{h}$. No ponto $(1,0)$ temos que olhar para $g'(1) = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{g(1+h)-g(1)}{h}$. Se $h > -1$ (basta para estudar o limite com $h \to 0$), temos que $g(1+h) = \dfrac{1+h}{9}$ e $g(1) = \dfrac{1}{9}$ e então $g'(1) = \dfrac{1}{9}$.

◄ Quarta Questão

Seguir para...

Sexta Questão ►

Iniciado em	quarta, 6 out 2021, 10:52
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta, 6 out 2021, 11:11
Tempo empregado	18 minutos 37 segundos
Avaliar	**1,00** de um máximo de 1,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Sejam $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função e $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$. Assinale, dentre as afirmações abaixo, precisamente aquelas que são verdadeiras (marcar uma incorreta descontará nota).

Escolha uma ou mais:

- [x] a. Se f não é diferenciável em (x_0, y_0), então as derivadas parciais de f não são contínuas em (x_0, y_0). ✔
- [ ] b. Se f não é diferenciável em (x_0, y_0), então f não admite derivadas parciais em (x_0, y_0).
- [x] c. Se f não admite derivadas parciais em (x_0, y_0), então f não é diferenciável em (x_0, y_0). ✔
- [ ] d. Se f não é contínua em (x_0, y_0), então f não admite derivadas parciais em (x_0, y_0).
- [ ] e. Se f não é diferenciável em (x_0, y_0), então f não é contínua em (x_0, y_0).

• Se f não é diferenciável em (x_0, y_0), então as derivadas parciais de f não são contínuas em (x_0, y_0). Verdadeira, pois se as derivadas parciais são contínuas num ponto (classe $\mathcal{C}^1$), então a função é diferenciável.
• Se f não admite derivadas parciais em (x_0, y_0), então f não é diferenciável em (x_0, y_0). Verdadeira, pois se função é diferenciável, o limite da definição de diferencibilidade requer em sua formulação as derivadas parciais no ponto (não existem outros números que podem estar no lugar das parciais naquele limite).
• Se f é diferenciável em (x_0, y_0), então f é contínua em (x_0, y_0). Verdadeira, provavelmente é o primeiro resultado dado em aula após a definição de diferenciabilidade.
• Se f é diferenciável em (x_0, y_0), então as derivadas parciais de f são contínuas em (x_0, y_0). Falsa, o contraexemplo é a clássica $f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)\sin(\frac{1}{x^2+y^2}), & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$.
• Se f admite derivadas parciais em (x_0, y_0), então f é diferenciável em (x_0, y_0).: Falsa, outro clássico $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$, tem derivadas parciais na origem e sequer é contínua ali.
• Se f não é diferenciável em (x_0, y_0), então f não admite derivadas parciais em (x_0, y_0).: Falsa, o exemplo acima também serve aqui.
• Se f não é contínua em (x_0, y_0), então f não admite derivadas parciais em (x_0, y_0).: Falsa, o mesmo exemplo, mais uma vez.
• Se f as derivadas parciais de f não são contínuas em (x_0, y_0), então f não é diferenciável em (x_0, y_0).: Falsa, é equivalente à primeira afirmação desta lista.
• Se f não é diferenciável em (x_0, y_0), então f não é contínua em (x_0, y_0).: Falsa, $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ é contínua, mas não é diferenciável (verifique pela definição, mostrando que o limite não existe ao longo da curva $\gamma(t) = (t,t)$.
• Se f admite todas as derivadas direcionais em (x_0, y_0), então f é diferenciável em (x_0, y_0).: Falsa, revivendo o clássico $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$, temos que a derivada na direção do vetor unitário $v = (a,b)$ é, $\dfrac{\partial f}{\partial v}(0,0) = a^3$ enquanto $\langle \nabla f(0,0), v \rangle = a$. Se f fosse diferenciável em $(0,0)$, tais quantidades deveriam ser iguais para todo $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ tal que $a^2 + b^2 = 1$.

As respostas corretas são: Se f não é diferenciável em (x_0, y_0), então as derivadas parciais de f não são contínuas em (x_0, y_0).
, Se f não admite derivadas parciais em (x_0, y_0), então f não é diferenciável em (x_0, y_0).

◄ Quinta Questão

Seguir para...

Sétima Questão ►

Iniciado em	quarta, 6 out 2021, 11:12
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta, 6 out 2021, 11:26
Tempo empregado	13 minutos 49 segundos
Avaliar	**1,00** de um máximo de 1,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Seja $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função diferenciável tal que $f(sx, sy) = sf(x, y)$, para todos $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ e $s \in \mathbb{R}$. Se $\nabla f(0, 0) = (4, 1)$, então $f(5, 2)$

Escolha uma opção:

- a. vale 13.
- b. vale 22. ✔
- c. não pode ser determinado a partir dos dados fornecidos.
- d. vale 0.
- e. vale 5.

Das hipóteses temos que $sf(5, 2) = f(5s, 2s)$ e, derivando em relação a s temos $f(5, 2) = \langle \nabla f(5s, 2s), (5, 2) \rangle$. Fazendo $s = 0$ vem que $f(5, 2) = 22$.

A resposta correta é: vale 22.

◄ Sexta Questão

Seguir para...

Oitava Questão ►

Iniciado em	quarta, 6 out 2021, 11:28
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta, 6 out 2021, 13:24
Tempo empregado	1 hora 55 minutos
Avaliar	**3,00** de um máximo de 3,00(**100**%)

Questão **1**

Completo

Atingiu 3,00 de 3,00

Seja $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função diferenciável. Sabendo que $7x + 5y + 3z + 2 = 0$ é a equação do plano tangente ao gráfico de f no ponto $(5, 2)$, determine

1. $f(5, 2)$;
2. $\nabla f(5, 2)$;
3. $\dfrac{\partial f}{\partial \vec{u}}(5, 2)$, onde $\vec{u}$ é o versor do vetor $\vec{v} = (2, 5)$.
4. a reta tangente ao gráfico da função $g(t) = f(3\sin t + t^4 + 5, 2\cos t + e^{-2t} - 1)$ no ponto de abscissa $t_0 = 0$.
5. o plano tangente ao gráfico de $h(u, v) = uf(u + v, u - v)$ no ponto $\big(7/2, 3/2, h(7/2, 3/2)\big)$.

P1 MAT2454 . 12624572.pdf

• Substituindo $(5, 2)$ na equação do plano tangente dado temos $f(5, 2) = z = -47/3$
• Da mesma equação do plano temos que $\nabla f(5, 2) = (-7/3, -5/3)$.
• Inicialmente notamos que $\vec{u} = \left(\dfrac{2}{\sqrt{4+25}}, \dfrac{5}{\sqrt{4+25}}\right)$. Como f é diferenciável temos, pela regra da cadeia, que $\dfrac{\partial f}{\partial \vec{u}}(5, 2) = \langle \nabla f(5, 2), \vec{u} \rangle = \dfrac{-13}{\sqrt{29}}$.
• Precisamos dos valores de $g(0)$ e $g'(0)$. Olhando $g(t) = (f \circ \gamma)(t)$, com $\gamma(t) = (3\sin t + t^4 + 5, 2\cos t + e^{-2t} + -1)$, temos $g(0) = f\big(\gamma(0)\big) = f(5, 2) = -47/3$ e $g'(0) = \langle \nabla f(5, 2), \gamma'(0) \rangle = \langle (-7/3, -5/3), (3, -2) \rangle = -11/3$. Assim a reta tangente procurada é $y = g(0) + g'(0)(x - 0) \implies y = -11/3x - 47/3$.
• Finalmente, para o plano pedido precisamos de $d = h(7/2, 3/2) = 7/2 f(5, 2) = -329/6$ e de $\nabla h(7/2, 3/2)$, que pode ser calculado com a regra da cadeia. Escrevendo $h(u, v) = f(x, y)$, com $x = g_1(u, v) = u + v$ e $y = g_2(u, v) = u - v$, temos, omitindo os pontos de aplicação, $h_u = f_x x_u + f_y y_u$ e $h_v = f_x x_v + f_y y_v$. Explicitamente,
$h_u(u, v) = f(u + v, u - v) + u\Big(f_x(u + v, u - v) \cdot 1 + f_y(u + v, u - v) \cdot 1\Big)$ e
$h_v(u, v) = u\Big(f_x(u + v, u - v) \cdot 1 + f_y(u + v, u - v) \cdot (-1)\Big)$. No ponto $(7/2, 3/2)$ temos $a = h_u(7/2, 3/2) = -89/3$ e $b = h_v(7/2, 3/2) = -7/3$.
O plano tem equação $\pi\colon a(x - 7/2) + b(y - 3/2) - z + d = 0$.

Comentário:

◄ Sétima Questão

Seguir para...