MAT 2453

Cálculo diferencial e integral I para Engenharia

Testes

1. O valor da integral definida $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}dx$ é:

Resp.: $\frac{1}{2}\ln(2)$

2. O comprimento de $y = \dfrac{2}{3}x^{3/2}$ em $[0,1]$ é:

Resp.: $\frac{2}{3}\left(2\sqrt{2}-1\right)$

3. O valor de $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x)}{1+x^2}dx$ é:

Resp.: $\frac{\pi^2}{8}$

4. A=$\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2;\ y\le x^2;\ y\ge\frac{x^2}{2};\ y\le 2x\right\}$ tem área

Resp.: 4

5. A derivada de $F(x)=\displaystyle\int_1^{x^2}\operatorname{sen}(x^2)\mathrm{e}^{t^2}dt$ é:

Resp.: $2x\cos(x^2)\displaystyle\int_1^{x^2}\mathrm{e}^{t^2}dt + 2x\operatorname{sen}(x^2)\mathrm{e}^{x^4}$

6. A rotação de B $=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2;\ 0\le x\le 2,\ 0\le y\le\frac{1}{1+x^2}\right\}$ ao redor do eixo $0x$ produz um sólido de volume

Resp.: $\frac{\pi}{5}+\frac{\pi}{2}\arctan(2)$

Questão dissertativa

a) Integração por partes fazendo $f=x$ e $g'=\sec^2(x)$

$$\int x\sec^2(x)dx = x\tan(x) - \int\tan(x)dx = x\tan(x)+\ln(|\cos(x)|)+c$$

b) Decompondo em frações parciais e fazendo $u=\dfrac{x+1}{\sqrt{2}}$

$$\begin{aligned}
\int\frac{3}{(x+2)(x^2+2x+3)}dx &= \int\frac{1}{x+2}dx - \int\frac{x}{x^2+2x+3}dx\\
&= \ln(|x+2|) - \frac{1}{2}\int\frac{x}{1+(\frac{x+1}{\sqrt{2}})^2}dx\\
&= \ln(|x+2|) - \frac{\sqrt{2}}{2}\int\frac{\sqrt{2}u-1}{1+u^2}du\\
&= \ln(|x+2|) - \int\frac{u}{1+u^2}du + \frac{\sqrt{2}}{2}\int\frac{1}{1+u^2}du\\
&= \ln(|x+2|) - \frac{1}{2}\ln(1+u^2) + \frac{\sqrt{2}}{2}\arctan(u)+c\\
&= \ln(|x+2|) - \frac{1}{2}\ln(1+(\frac{x+1}{\sqrt{2}})^2) + \frac{\sqrt{2}}{2}\arctan(\frac{x+1}{\sqrt{2}})+c
\end{aligned}$$