Testes

1. Seja $n > 1$ um número natural. Aplicando o teorema do valor médio para $f(x) = \sqrt{x+1}$ no intervalo $[n-1, n]$, podemos afirmar que:

Resp.: c. $\frac{1}{2\sqrt{n+1}} < \sqrt{n+1} - \sqrt{n} < \frac{1}{2\sqrt{n}}$;

2. Use o polinômio de Taylor, da função $f(x) = \sin(x)$, em torno de $x_0 = 0$, de menor grau possível, para obter uma aproximação de $\sin(0,5)$ com erro inferior à 10^{-5}. O resultado é:

Resp.: d. $(0,5) - \dfrac{(0,5)^3}{3!} + \dfrac{(0,5)^5}{5!}$;

3. Seja $f(x) = \mathrm{e}^{2x^3+9x^2}$ definida no intervalo fechado $[-5, 1]$. Se a é o valor máximo de f e se b é o valor mínimo de f, então o produto ab é:

Resp.: c. e^2;

4. Considere todos os triângulos retângulos formados pelos semi-eixos positivos e por uma reta que passa pelo ponto $(1, 2)$. Dentre todos esses triângulos, aquele que possui área mínima tem a hipotenusa valendo:

Resp.: b. $\sqrt{20}$;

5. A derivada da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = (1 + \cos^2(x))^{\mathrm{e}^x} \quad \text{é :}$$

Resp.: d. $(1+\cos^2(x))^{\mathrm{e}^x} \left(\mathrm{e}^x \ln(1 + \cos^2(x)) - \frac{2\mathrm{e}^x \sin(x)\cos(x)}{1+\cos^2(x)} \right)$;

6. O valor do limite $\lim\limits_{x \to +\infty} x^{\sin(\frac{1}{2x})}$ é igual a:

Resp.: d. 1;

1. Seja $f(x) = e^{2x^3-9x^2}$ definida no intervalo fechado $[-1,5]$. Se a é o valor máximo de f e se b é o valor mínimo de f, então o produto ab é:

Resp.: e. e^{-2}.

2. O valor do limite $\lim_{x\to+\infty} x^{\sin(1/x)}$ é igual a

Resp.: c. 1;

3. Seja $n > 1$ um número natural. Aplicando o teorema do valor médio para $f(x) = \sqrt{x+1}$ no intervalo $[n-1, n]$, podemos afirmar que:

Resp.: d. $\frac{1}{2\sqrt{n+1}} < \sqrt{n+1} - \sqrt{n} < \frac{1}{2\sqrt{n}}$;

4. Use o polinômio de Taylor, da função $f(x) = \sin(x)$, em torno de $x_0 = 0$, de menor grau possível, para obter uma aproximação de $\sin(0,2)$ com erro inferior à 10^{-5}. O resultado é:

Resp.: e. $(0,2) - \dfrac{(0,2)^3}{3!}$;

5. Considere todos os triângulos retângulos formados pelos semi-eixos positivos e por uma reta que passa pelo ponto $(1,3)$. Dentre todos esses triângulos, aquele que possui área mínima tem a hipotenusa valendo:

Resp.: e. $\sqrt{40}$;

6. A derivada da função $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = (1+\sin^2(x))^{e^x} \quad \text{é:}$$

Resp.: a. $(1+\sin^2(x))^{e^x}\left(e^x \ln(1+\sin^2(x)) + \frac{2e^x \sin(x)\cos(x)}{1+\sin^2(x)}\right)$;

1. Considere todos os triângulos retângulos formados pelos semi-eixos positivos e por uma reta que passa pelo ponto $(1, 4)$. Dentre todos esses triângulos, aquele que possui área mínima tem a hipotenusa valendo:

Resp.: d. $\sqrt{68}$;

2. Seja $f(x) = \mathrm{e}^{2x^3+3x^2-12x}$ definida no intervalo fechado $[-3, 3]$. Se a é o valor máximo de f e se b é o valor mínimo de f, então o produto ab é:

Resp.: a. e^{38};

3. A derivada da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = (1 + \cos^2(x))^{\mathrm{e}^{4x}} \quad \text{é:}$$

Resp.: b.
$(1+\cos^2(x))^{\mathrm{e}^{4x}} \left(4\mathrm{e}^{4x} \ln(1 + \cos^2(x)) - \frac{2\mathrm{e}^{4x} \sin(x) \cos(x)}{1+\cos^2(x)}\right)$;

4. Seja $n > 1$ um número natural. Aplicando o teorema do valor médio para $f(x) = \sqrt{x+1}$ no intervalo $[n-1, n]$, podemos afirmar que:

Resp.: e. $\frac{1}{2\sqrt{n+1}} < \sqrt{n+1} - \sqrt{n} < \frac{1}{2\sqrt{n}}$;

5. O valor do limite $\lim\limits_{x\to+\infty} x^{\sin(\frac{1}{3x})}$ é igual a:

Resp.: c. 1;

6. Use o polinômio de Taylor, da função $f(x) = \cos(x)$, em torno de $x_0 = 0$, de menor grau possível, para obter uma aproximação de $\cos(0, 2)$ com erro inferior à 10^{-5}. O resultado é:

Resp.: a. $1 - \dfrac{(0,2)^2}{2!} + \dfrac{(0,2)^4}{4!}$;

Testes

1. Use o polinômio de Taylor, da função $f(x) = \cos(x)$, em torno de $x_0 = 0$, de menor grau possível, para obter uma aproximação de $\cos(0,1)$ com erro inferior à 10^{-5}. O resultado é:

Resp.: b. $1 - \dfrac{(0,1)^2}{2!}$;

2. Seja $n > 1$ um número natural. Aplicando o teorema do valor médio para $f(x) = \sqrt{x+1}$ no intervalo $[n-1, n]$, podemos afirmar que:

Resp.: e. $\frac{1}{2\sqrt{n+1}} < \sqrt{n+1} - \sqrt{n} < \frac{1}{2\sqrt{n}}$;

3. Seja $f(x) = \mathrm{e}^{2x^3 - 3x^2 - 12x}$ definida no intervalo fechado $[-3, 3]$. Se a é o valor máximo de f e se b é o valor mínimo de f, então o produto ab é:

Resp.: a. e^{-38};

4. A derivada da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = (1 + \cos^2(x))^{\mathrm{e}^{3x}} \quad \text{é:}$$

Resp.: b. $(1+\cos^2(x))^{\mathrm{e}^{3x}} \left(3\mathrm{e}^{3x} \ln(1 + \cos^2(x)) - \frac{2\mathrm{e}^{3x} \sin(x)\cos(x)}{1+\cos^2(x)}\right)$

5. Considere todos os triângulos retângulos formados pelos semi-eixos positivos e por uma reta que passa pelo ponto $(2, 3)$. Dentre todos esses triângulos, aquele que possui área mínima tem a hipotenusa valendo:

Resp.: c. $\sqrt{52}$;

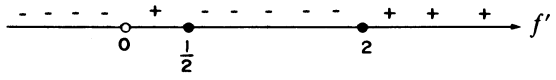
6. O valor do limite $\lim\limits_{x \to +\infty} x^{\mathrm{sen}(\frac{1}{4x})}$ é igual a

Resp.: a. 1;

Considere a função $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \sqrt[3]{x^2}(x-2)^2$.

(a) **Determine os intervalos onde f é crescente e onde é decrescente. Determine os pontos de máximo e de mínimo locais de f.**

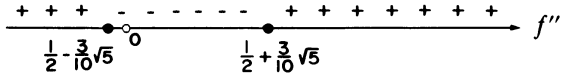
Solução: Como $f'(x) = \dfrac{4(2x^2-5x+2)}{3\sqrt[3]{x}}$, temos o seguinte quadro de sinais para f'



Assim, 0 e 2 são pontos de mínimo local e $1/2$ é ponto de máximo local.

(b) **Determine os intervalos onde f possui concavidade para cima e também onde possui concavidade para baixo. Determine os pontos de inflexão de f.**

Solução: Como $f''(x) = \dfrac{8(5x^2-5x-1)}{9\sqrt[3]{x^4}}$, temos o seguinte quadro de sinais para f''



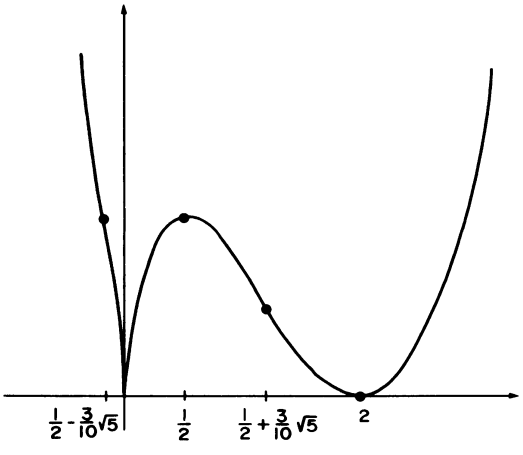
Assim, $\frac{1}{2} - \frac{3}{10}\sqrt{5}$ e $\frac{1}{2} + \frac{3}{10}\sqrt{5}$ são pontos de inflexão.

(c) **Calcule os limites pertinentes e discuta a existência de assíntotas.**

Solução: Claramente $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt[3]{x^2}(x-2)^2 = \lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt[3]{x^2}(x-2)^2 = +\infty$.

Temos também $m = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^{2/3}(x-2)^2}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{(x-2)^2}{x^{1/3}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt[3]{\dfrac{(x-2)^6}{x}} = +\infty$.

Análogo para $x \to -\infty$. Portanto não existem assíntotas.

(d) **Esboce o gráfico de f.**

Solução: