MAT2453 - CÁLCULO I - POLI
1ª Prova - 13.04.2004

A

Nome: _____

Nº USP: _____ RG: _____

Assinatura: _____

Professor: _____ Turma: _____

Q	N
1	
2	
3	
4	
Total	

Questão 1. (2,5 pontos) Considere a função $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$.

(a) Dado $a \in \mathbb{R}$, $a \neq -1$, determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $\big(a, f(a)\big)$.

(b) Determine a equação de todas as retas que são tangentes ao gráfico de f e que passam pelo ponto $(5, 2)$.

Observação: note que o ponto $(5, 2)$ não pertence ao gráfico de f.

Questão 2. (2,5 pontos) Uma ponteira laser presa a um ponto A no chão projeta um ponto luminoso numa parede situada a 10m do ponto A (vide figura). O ângulo θ entre a ponteira laser e o chão é uma função derivável do tempo t. Sabendo que num certo instante t_0 a altura do ponto luminoso é de 10m e que nesse instante o ponto luminoso sobe a parede numa velocidade de 40m/min, determine a taxa de variação do ângulo θ em relação ao tempo no instante t_0.

Questão 3.

(a) (1,5 pontos) Calcule a derivada da função:

$$h(x) = \frac{x\cos(x^2) + \operatorname{tg}^4 x}{\operatorname{sen}^2(3x) + 1}.$$

(b) (1,0 ponto) Sejam $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funções tais que $f(0) = g(0)$ e:

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - g(x)}{x} = 0.$$

Sabendo que $g'(0) = 2$, determine $f'(0)$.

Questão 4.

(a) (1,5 pontos) Calcule os limites abaixo:

(i) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 + x - 2}$

(ii) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{\operatorname{sen}^2(x^2 - 3x + 2)}{x - 1}$

(iii) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{4x^2 + 3x} - \sqrt{4x^2 + 5}\right)$

(b) (1,0 ponto) Determine se a função f é contínua no ponto $x_0 = 1$ sabendo que $f(1) = 1$ e que:

$$\left(\frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 + x - 2}\right)^2 \leq f(x) \leq \left(\frac{\operatorname{sen}^2(x^2 - 3x + 2)}{x - 1}\right)^2,$$

para todo $x \neq 1$ num intervalo centrado em $x_0 = 1$.