MAP 3121 - Métodos Numéricos e Aplicações

PSUB1 - 10/07/2017 - Duração: 2 horas

Questão 1 (2.5 pontos) Considere o sistema linear

$$\begin{aligned} 2y + 3z &= 1.5 \\ 4x + 2y &= -2.0 \\ 2x + 2y &= 0.0 \end{aligned}$$

a) Resolva o sistema linear pelo Método de eliminação de Gauss com condensação pivotal e aritmética de ponto flutuante com dois algarismos significativos.

b) Use o resultado obtido no item a) como aproximação inicial e calcule uma iteração do Método de Gauss-Seidel. Estime o erro após esta iteração.

Questão 2 (2.5 pontos) Em um laboratório, mediu-se o número de células de uma cultura de levedo, obtendo-se os seguintes valores

t	0	4	8	12	16
N	18	80	336	597	664

onde t é medido em horas. Sabe-se que a população obedece aproximadamente a lei $N(t) = \frac{\alpha}{1+\beta e^{-\gamma t}}$. Deseja-se obter valores para α e γ, que são constantes intrínsicas do modelo. Manipulando-se a fórmula acima, obtém-se a relação

$$F(t) = \frac{N(t)}{N(t+\Delta t)} = e^{-\gamma \Delta t} + \frac{1 - e^{-\gamma \Delta t}}{\alpha} N(t) = a + bN(t)$$

com Δt constante. Use o método dos mínimos quadrados para aproximar $F(t)$ por uma função da forma $G(t) = a + bN(t)$ e obtenha α e γ.

Questão 3 (2.5 pontos) Sabendo que 1, t, $t^2 - 1/3$ e $t^3 - 3t/5$ são ortogonais relativamente ao produto interno $< f, g >= \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,dx$, determine q_0, q_1, q_2 e q_3 base ortogonal dos polinômios de grau menor ou igual a 3 em relação ao produto interno $< f, g >= \int_0^3 f(x)g(x)\,dx$. Determine α_i, $i = 0, ..., 3$, tal que $p(x) = \sum_{i=0}^{3} \alpha_i q_i(x)$ seja a melhor aproximação de $g(x) = x^3$ em $[0, 3]$ segundo o MMQ.

Questão 4 (2.5 pontos) Faça a análise harmônica até o harmônico de ordem 2 da função periódica de período 2π definida por $f(x) = |\sin(x)|$.