MAP 2121 - CÁLCULO NUMÉRICO (POLI)

Prova 1 - 01/09/2011 - Duração: 2 horas

Questão 1 (2.5 pontos): Mostre que a maior raiz de $f(x) = e^x - x^3$ se encontra no intervalo [4,5]. Utilize o método de Newton para calculá-la com precisão pré-fixada $\epsilon = 10^{-3}$, justificando a escolha de x_0 de maneira a garantir a convergência.

Questão 2 (2.5 pontos): Seja $f(x) = \sin(x)$. Mostre que para todo x_0 no intervalo $[-\pi/6, \pi/6]$ o método de Newton converge para a raiz $\bar{x} = 0$. Partindo de $x_0 = 0.5$ calcule 3 iterações e delimite o erro $|x_3 - \bar{x}|$, sem utilizar o conhecimento do valor de $\bar{x}$.

Questão 3 (2.5 pontos): Mostre que $\phi(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{2}$ possui único ponto fixo $\bar{x}$ em [0,0.5]. Mostre que para $x_0 = 0.5$ a sequência $x_{n+1} = \phi(x_n)$, converge para $\bar{x}$. Calcule x_1 e x_2 e delimite o erro $|x_2 - \bar{x}|$. Estime o número de iterações necessárias para um erro menor que 10^{-5}.

Questão 4 (2.5 pontos): A calha de um rio retificado tem um perfil parabólico. A profundidade máxima da calha do rio é de 10m em seu centro (correspondente ao vértice da parábola). A largura máxima da calha, na superfície, é de 40m. Determine a altura do rio no centro da calha, para que este ocupe três quartos do volume que a calha comporta. Justifique suas contas.