MAP 2121 - CÁLCULO NUMÉRICO (POLI) Prova Substitutiva - 9/12/2010 - Duração: 2 horas

Questão 1 (2.5 pontos) Sabe-se que $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-t^2/2} dt = 0.5$. Queremos resolver a equação

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt - 0.25 = 0.$$

Mostre que f tem uma única raiz positiva \bar{x} e que, para qualquer $x_0 \geq 0$, a squência gerada pelo método das aproximações sucessivas com $\Phi(x) = x - \sqrt{2\pi}F(x)$ converge para \bar{x} . Justifique

Questão 2 (2.5 pontos) Considere a seguinte tabela para $f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-t^2/2}$:

$$t$$
 0.0 0.2 0.4 0.6 0.8 $f(t)$ 0.39894 0.39104 0.36827 0.33322 0.28969

Aproxime F(0.6) e F(0.8) usando n-trapézios com os pontos da tabela acima, onde F(x) é a função da Questão 1. Estime o erro e explique por que a raiz de F está no intervalo [0.6,0.8].

Questão 3 (2.5 pontos) Obtenha os coeficientes da análise harmônica da função periódica de período 2 definida por f(x) = 1 - x, 0 < x < 2.

Questão 4 (2.5 pontos) Determine os números c_0 , c_1 e c_2 para a fórmula de derivação numérica

$$f'(\bar{x}) \approx \frac{1}{h}(c_0 f(\bar{x}) + c_1 f(\bar{x} + h) + c_2 f(\bar{x} + 2h))$$

obtida da derivada no ponto \bar{x} do polinômio interpolador de f em relação aos pontos $\bar{x},\,\bar{x}+h$ e $\bar{x}+2h.$

Erro para *n*-trapézios: $-\frac{b-a}{12}h^2f''(\xi)$