MAP 2121 - CÁLCULO NUMÉRICO (POLI) - Prova 2 - 29/10/09

Duração: 2 horas.

Questão 1 (2.5 pontos): Considere a tabela que relaciona o peso P de uma colônia de larvas com seu consumo de oxigênio C:

P	0.02	0.21	1.10	2.75	4.10
C	0.15	0.43	0.53	1.84	3.58

Sabendo que P e C se relacionam através de uma expressão do tipo $C = \alpha P^{\beta}$ utilize um método dos mínimos quadrados (discreto) para estimar α e β.

Questão 2 (2.5 pontos): Deseja-se aproximar $\sin(t)$ por uma função do tipo $a + b\cos(t) + c\ t/\pi$ segundo o método dos mínimos quadrados em relação ao produto interno $< f, g >= \sum_{i=0}^{4} f(t_i)g(t_i)$, onde $t_i = ih$ e $h = \pi/2$. Ordene os elementos da base $\{1, cost, t/\pi\}$ de maneira a garantir a convergência do método de Gauss-Seidel quando aplicado ao sistema resultante e calcule uma iteração a partir da aproximação inicial nula. Estime o erro em relação à solução exata(sem calculá-la) após esta iteração.

Questão 3 (2.5 pontos): Seja $w(x)$ definida no intervalo $[\frac{1}{3}:1]$ como $w(x) = e^{|3x-2|} + q(x)$, onde $q(x)$ é um polinômio de grau 2. Determine o polinômio de grau menor ou igual a 2 que melhor aproxima $w(x)$ segundo a norma dada pelo produto interno $< f, g >= \int_{\frac{1}{3}}^{1} f(x)g(x)\ dx$. São dados os 3 primeiros polinômios ortogonais em relação ao produto interno $< f, g >= \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\ dx$: $p_0 = 1$, $p_1 = x$, $p_2 = x^2 - 1/3$ e que $< p_0, p_0 >= 2$, $< p_1, p_1 >= 2/3$, $< p_2, p_2 >= 8/45$.

Questão 4 (2.5 pontos): Considere a equação diferencial $x''(t) + x(t) = 0$ com condições iniciais $x(0) = 1$ e $x'(0) = 1$. Calcule dois passos do método de Euler (como no EP) com $h = 0.25$ para aproximar a solução da equação nos intantes 0.25 e 0.5. (Método de Euler: $X_{i+1} = X_i + hAX_i$, após escrever a equação na forma $X' = AX$.) Utilize um MMQ discreto para aproximar a solução discreta por uma função do tipo $a\cos(t) + b\sin(t)$ (com $< f, g >= f(0)g(0) + f(h)g(h) + f(2h)g(2h)$). Compare a aproximação obtida com a solução exata da equação diferencial.