MAP 2121 - CÁLCULO NUMÉRICO (POLI)

Prova 1 - 24/09/09 - Duração: 2 horas

Questão 1 (2.5 pontos): Quatro pessoas estão em fila para depositar dinheiro no banco. Cada um irá depositar cem reais a mais que metade da soma dos depósitos dos seus vizinhos na fila (quem está nos extremos da fila tem um só vizinho, os outros tem 2). Escreva (na forma Ax = b) um sistema linear 4×4 para determinar qual o montante x_i que a i-ésima pessoa irá depositar (para i = 1, ..., 4) e o resolva pelo método de eliminação de Gauss com condensação pivotal e aritmética de ponto flutuante com dois algarismos significativos.

Questão 2 (2.5 pontos): Resolvendo o sistema da questão 1 pelo método de eliminação de Gauss com condensação pivotal e aritmética de ponto flutuante com 3 algarismos significativos obtivemos a matriz triangularizada a seguir (com os multiplicadores em suas respectivas posições):

$$\begin{bmatrix} 1.0 & -0.5 & 0.0 & 0.0 \\ -0.5 & 0.75 & -0.5 & 0.0 \\ 0.0 & -0.667 & 0.666 & -0.5 \\ 0.0 & 0.0 & -0.751 & 0.624 \end{bmatrix},$$

sem ter feito troca de linhas, obtendo a solução x=(401,601,602,401). Calcule 1 passo de refinamento desta solução, utilizando a triangularização fornecida.

Questão 3 (2.5 pontos): Deseja-se resolver a equação $x + \ln x = 0, x > 0$, por um método de ponto fixo, através da sequência $x_{n+1} = \phi(x_n)$. a) Mostre que a equação possui uma única solução \bar{x} em [0.5, 0.6]. b) Considerando-se as funções

$$\Phi_1(x) = -\ln x$$
, $\Phi_2(x) = e^{-x}/8$ e $\Phi_3(x) = (x + e^{-x})/2$

como candidatas, analise qual seria a melhor escolha para o cálculo de \bar{x} , justificando a escolha em função da análise de convergência em cada caso.

c) Calcule \bar{x} através de 3 iterações do método escolhido. Justifique a escolha do x_0 .

Questão 4 (2.5 pontos): Determine através do método de Newton (com precisão pré-fixada de 10^{-3}), a altura h e o raio r de um cilindro reto inscrito numa esfera de raio 1, cujo volume seja igual à metade do volume da esfera (dentre os possíveis cilindros escolha o de maior altura). Justifique todos os passos de forma a garantir a convergência do método.