MAP 2121 - CÁLCULO NUMÉRICO (POLI)

Prova Substitutiva - 11/12/08 - Duração: 2 horas

Questão 1 (2.5 pontos) Considere a matriz A do tipo 3×3 abaixo, dependendo de dois parâmetros α, $\beta > 0$:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & \alpha & 1 \\ 2\beta & 5 & 4 \\ \beta & 2 & \alpha \end{pmatrix}$$

Pede-se determinar as regiões do plano $(\alpha, \beta) \in R^2$ para as quais:

a) O critério das linhas é satisfeito.

b) O critério de Sassenfeld é satisfeito.

Represente graficamente as regiões obtidas.

Questão 2 (2.5 pontos) Considere a função $f(x) = \frac{x^2}{4} - \text{sen}(x)$:

a) Mostre que f tem uma única raiz positiva $\bar{x}$.

b) Mostre que, partindo-se de $x_0 = 2$, as iterações geradas pelo método de Newton convergem para $\bar{x}$ (justifique!). Calcule $\bar{x}$ com precisão 0.01 usando $x_0 = 2$.

Questão 3 (2.5 pontos) Os polinômios $p_0(x) = 1$, $p_1(x) = x$ e $p_2(x) = x^2 - \frac{1}{3}$ são ortogonais em relação ao produto interno $< u, v >= \int_{-1}^{1} u(x)v(x)\,dx$. Usando este fato, aproxime $f(t) = \sqrt{|2t - 9|}$ por um polinômio de grau menor ou igual a 2, no intervalo $[4, 5]$, pelo método dos mínimos quadrados.

Questão 4 (2.5 pontos) Deseja-se aproximar a integral

$$\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{x}}\,dx,$$

cujo integrando é singular na origem.

a) Faça a mudança de variável $x = t^2$ na integral para se remover a singularidade.

b) Aproxime a integral pela fórmula dos 4 trapézios e estime o erro. (O erro com n trapézios é limitado por $\max_{t\in[a,b]} |f''(t)|h^2/12$)