MAP 2121 - CÁLCULO NUMÉRICO (POLI)

Prova 2 - 24/10/02 Duração: 2 horas

Nesta prova é vedado o Uso de Calculadora

Questão 1 (3.0 pontos) Considere uma rede na internet interligando 4 páginas com matriz de ligação A dada por:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Faça uma iteração do método usado no EP para o cálculo dos pesos das páginas a partir de $x^{(0)} = (1/4, 1/4, 1/4, 1/4)$, com $m = 0.2$.

b) No seu EP você tinha que avaliar My, onde $M = (1-m)A + mS$, sendo A uma matriz de ligação e todas as entradas de S iguais a $1/n$. Mostre que para y vetor positivo com soma 1, $My = (1-m)Ay + ms$, onde $s = (1/n, ..., 1/n)$ e que My também é um vetor positivo com soma 1. Por que este fato foi importante no EP?

c) Mostre que o sistema $(A-2I)x = 0$ (com a matriz A do item a) e I matriz identidade) pode ser resolvido por Gauss-Seidel e calcule uma iteração a partir de $(1, 1, 1, 1)$.

Questão 2 (2.5 pontos) Os valores aproximados de uma função f nos pontos $-2, -1, 0, 1, 2$ são, respectivamente, $1, 2, 4, 4, 1$. Sabendo que f é da forma $f(x) = a2^{b(x-c)^2}$, utilize o método dos mínimos quadrados para estimar os valores de a, b e c.

Questão 3 (2.5 pontos) Dada a função 2-periódica $f(x)$, tal que $f(x) = x^2$ em $[0, 1]$ e $f(x) = (2-x)^2$ em $[1, 2]$, determine sua média e a amplitude de seus harmônicos de primeira e segunda ordem.

Questão 4 (2.0 pontos) Sejam $p_0, p_1, ..., p_n$ polinômios mônicos ortogonais (com p_i polinômio de grau i) em relação ao produto interno $< p_k, p_j >= \int_0^1 p_k(x)p_j(x)dx$.

a) Determine em função deles os polinomios mônicos ortogonais $q_0, q_1, ..., q_n$ em relação ao produto interno $< f, g >= \int_2^4 f(x)g(x)dx$.

b) Dada $g(x)$ contínua em $[2, 4]$ expresse em função de $q_0, q_1, ..., q_n$ quem é o polinômio p de grau menor ou igual a n que minimiza o valor da integral $\int_2^4 (g(x) - p(x))^2 dx$