

MAP 2121 - CÁLCULO NUMÉRICO (POLI)

Prova 1 - 15/09/05 - Duração: 2 horas e 15 minutos

Questão 1 (2.5 pontos): Ao resolvermos o sistema linear

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

pelo método de eliminação de Gauss com condensação pivotal e aritmética de ponto flutuante com dois algarismos significativos, obtivemos a solução aproximada $\tilde{x} = [-0.13, 0.50, 0.13]$ e a matriz triangularizada

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0.25 & 3.8 & 1 \\ 0 & 0.26 & 3.7 \end{bmatrix},$$

sendo que na primeira etapa trocou-se a primeira com a segunda linha ($p_1 = 2$) e na segunda etapa trocou-se a segunda com a terceira linha ($p_2 = 3$). Faça uma etapa de refinamento.

Questão 2 (2.5 pontos): A velocidade de um corpo em queda livre sob a ação das forças gravitacional e de resistência do ar, com velocidade inicial nula, é $v(t) = mg[1 - \exp(-kt/m)]/k$. A fim de determinar a constante k experimentalmente, lançamos um corpo de massa $m = 1 \text{ kg}$ com velocidade inicial $v(0) = 0$ e verificamos que sua velocidade após 30 segundos de queda é de 100 m/s . Assumindo $g = 10 \text{ m/s}^2$, utilize o método de Newton com precisão pré-fixada para calcular o valor de k com erro máximo de 10^{-4} . Justifique cuidadosamente todas as etapas deste cálculo.

Questão 3 (2.5 pontos): A função $x - \cos x$ tem uma única raiz no intervalo $I = [0, \pi/2]$. Queremos aproximar esta raiz pelo método das aproximações sucessivas usando funções da forma $\Phi_A(x) = x - A(x - \cos x)$, onde A é constante.

- Determine que valores de A podem ser usados de forma a se garantir convergência, partindo-se de um $x_0 \in I$ conveniente.
- Mostre que o valor ótimo da constante que minimiza $\max_{x \in I} |\Phi'_A(x)|$ é $A = 2/3$. Usando este valor ótimo, e sem calcular as aproximações, determine quantas iterações seriam necessárias para se garantir um erro menor do que 10^{-3} , partindo-se do extremo do intervalo mais próximo da raiz.

Questão 4 (2.5 pontos): Uma companhia norte-americana tem um lucro de \$100,000 (cem mil dólares) antes dos impostos. Essa companhia concordou em fazer uma contribuição C de 10% do seu lucro, descontados os impostos estadual E e federal F , ao fundo de assistência da Cruz Vermelha. A companhia também deve pagar impostos estaduais E de 5% de seu lucro (descontada a contribuição C) e impostos federais F de 40% de seu lucro (descontados a contribuição C e o pagamento dos impostos estaduais E). Calcule os montantes pagos C , E e F resolvendo o sistema linear que eles satisfazem pelo método de eliminação de Gauss com condensação pivotal usando três algarismos significativos.