

MAP 2121 - CÁLCULO NUMÉRICO (POLI)
 Prova 3 - 16/12/04 - Duração: 2 horas

Questão 1 (2.5 pontos):

Determine os termos gerais da Análise Harmônica da função 2π periódica ϕ_ϵ dada por: $\phi_\epsilon(x) = 1/\epsilon$ para $x \in [-\epsilon/2, \epsilon/2]$ e $\phi_\epsilon(x) = 0$ para $x \in [-\pi, -\epsilon/2[$ e $x \in]\epsilon/2, \pi]$, onde $\epsilon < 1$. Como eles se comportam quando $\epsilon \rightarrow 0$?

Questão 2 (2.5 pontos):

No cálculo de $\int_a^b f(x)dx$ com o método de 1 trapézio obtemos o valor $4/3$, com o método de 2-trapézios obtemos o valor $7/6$ e com 4-trapézios $67/60$. Determine que valores se obtém ao se calcular a integral pelos métodos de Simpson e 2-Simpsons. Sabendo que o erro com 2-Simpsons é menor que 0.05 estime o menor valor de n necessário para um erro menor que 10^{-5} com n -Simpsons.

(O erro com n trapézios é limitado por $\max_{x \in [a,b]} |f''(x)| (b-a)h^2/12$, e o erro com n -Simpsons por $\max_{x \in [a,b]} |f^{(4)}(x)| h^4(b-a)/180$.)

Questão 3 (2.5 pontos):

- Mostre que $\int_{-1}^1 p(x)dx = p(\sqrt{3}/3) + p(-\sqrt{3}/3)$, para todo polinómio p de grau menor ou igual a 3.
- Use o ítem a para calcular $\int_0^3 (x^3 - 2x)dx$.

Questão 4 (2.5 pontos):

É dada $f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$. Determine pelo método de Newton os polinômios de grau menor ou igual a 3 que interpolam f nos pontos $-2, 0, 1$ e 2 e nos pontos $0, 1, 2$ e 3 , respectivamente. Use-os para estimar $f(1/2)$ e delimitar o erro cometido em cada caso. Erro na interpolação:

$$E(x) \leq |(x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_n)| \max |f^{(n+1)}(x)| / (n+1)!$$

Confronte as estimativas com o erro real.