MAP 2121 - Cálculo Numérico - Segundo Semestre de 2003
Prova 1 - 18/09/2003 - Duração: 2 horas

Questão 1 (2.5 pontos) Resolvendo-se o sistema linear

$$\begin{aligned} 3x_1 + 1.5x_2 + x_3 &= 0 \\ x_1 + 0.75x_2 + 0.6x_3 &= 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 &= 6 \end{aligned}$$

pelo método de eliminação de Gauss com condensação pivotal e aritmética de ponto flutuante com dois algarismos significativos, obtém-se a solução $x = (-30, 160, -150)$. A matriz triangularizada é dada por

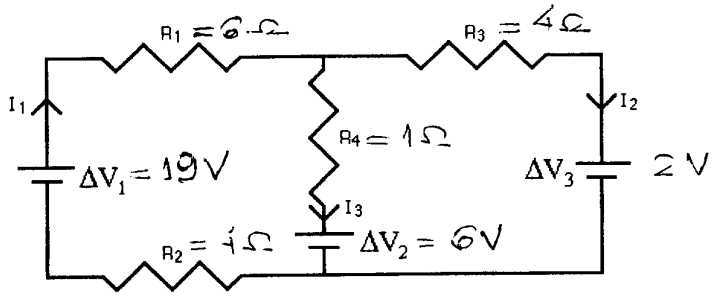
$$\begin{pmatrix} \boxed{3} & 1.5 & 1 \\ 1 & \boxed{0.5} & 0.5 \\ 0.33 & 0.5 & \boxed{0.02} \end{pmatrix}$$

onde os elementos abaixo da diagonal são os multiplicadores e no processo de escalonamento não foi efetuada permutação na primeira etapa ($p_1 = 1$) e na segunda etapa permutou-se a segunda com a terceira linha ($p_2 = 3$). Faça uma etapa de refinamento da solução obtida.

Questão 2 Um objeto caindo verticalmente é submetido a atrito viscoso, assim como à força da gravidade. Se o objeto é jogado de uma altura s_0, a altura após t segundos é dada por $s(t) = s_0 - \frac{mg}{\gamma}t + \frac{m^2g}{\gamma^2}(1 - e^{-\gamma t/m})$, onde m é a massa do objeto, $g = 10\text{m/s}^2$ e γ representa a resistência do ar. Suponha que $s_0 = 90\text{m}$, $m = 0,1\text{kg}$ e $\gamma = 0,04\text{kg/s}$.

a) Mostre que o tempo que este objeto leva para atingir o solo está no intervalo $[5, 6]$.
b) Usando um método de aproximações sucessivas, encontre o tempo, com precisão pré-fixada $\epsilon = 0.01\text{s}$, que este objeto leva para atingir o solo . Justifique todos os passos para se garantir a convergência.

Questão 3 Na compra de um imóvel foi financiado um saldo S, o qual deverá ser amortizado com o pagamento de n parcelas mensais de valor p. Dado que os juros são compostos mensalmente, deseja-se determinar a taxa de juros r que foi considerada neste financiamento. O valor financiado S, o valor das parcelas mensais p, o número de parcelas a serem pagas n e a taxa de juros r relacionam-se por
$rS = p[1 - (1 + r)^{-n}]$.

a) Mostre que se $np > S$, a equação acima tem uma única solução r positiva.
b) Usando o método de Newton, com valor inicial $r_0 = 0,02$, calcule a taxa de juros, com precisão $\epsilon = 10^{-4}$, para um saldo de R\$135.000,00 financiado em 120 parcelas de R\$2.000,00.

Questão 4 Considere o circuito elétrico da figura abaixo, no qual, $R_1 = 6\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 4\Omega$, $R_4 = 1\Omega$, $\Delta V_1 = 19$, $\Delta V_2 = 6$ e $\Delta V_3 = 2$. Utilizando a Lei de Kirchoff (a soma das diferenças de potenciais em qualquer *loop* de um circuito é igual a zero) e a Lei de Ohm (a diferença de potencial, ΔV, resultante em um resistor de resistencia R, devido a passagem de uma corrente elétrica I, é ΔV=RI), obtenha um sistema linear cujas variáveis são os valores das correntes I_1, I_2 e I_3. Utilize o método de Gauss para resolver o sistema obtido considerando aritmética de ponto flutuante com dois algarismos significativos.