MAP 2121 - CÁLCULO NUMÉRICO (POLI)

Prova 2 - 25/10/01 - Duração: 2 horas e 15 minutos

Questão 1 (2.5 pontos): Sabe-se que $p(x) = 3x/4$ é o polinômio de grau menor ou igual a 2 que melhor aproxima a função $f(x)$ no intervalo [-1,1] pelo método dos mínimos quadrados (com o produto interno $< f, g >= \int_{-1}^{1} f(x)g(x)dx$), onde $f(x) = x^2$, se $x \in [0, 1]$ e $f(x) = -x^2$, se $x \in [-1, 0]$. Sabendo que as funções 1, x e $x^2 - 1/3$ são os 3 primeiros polinômios mônicos ortogonais em relacão ao produto interno dado, determine o polinômio de grau menor ou igual a 3 que melhor aproxima $f(x)$ em [-1,1] pelo MMQ.

Questão 2 (2.5 pontos): É dada uma funcão contínua f, de período 4, linear em cada intervalo $[i, i + 1], i \in \mathbf{Z}$, tal que $f(-2) = f(2) = 1$, $f(-1) = f(1) = 0$ e $f(0) = 2$. Faça a análise harmônica de f até os harmônicos de ordem 2.

Questão 3: (a) (1.5 ponto) A matriz A é decomposta no seguinte produto,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Utilize esta decomposição de A em produto de matrizes triangulares para calcular $A^{-1}b$, onde b é o vetor $(2, 4, 1)$. Use 2 significativos.

(b) (1.0 ponto) Mediu-se o valor de uma função f nos instantes 0, 1, 2 e 3, obtendo-se respectivamente os valores 0.6, 4.7, 40 e 365. Sabendo que f(x) é da forma $f(x) = a3^{bx}$, utilize o método dos mínimos quadrados para estimar os valores de a e b.

Questão 4 (2.5 pontos): Em uma fábrica dispõe-se de 3 máquinas para produção de 4 produtos (p_1, p_2, p_3 e p_4). A máquina m_1 produz 6 toneladas por hora, sendo 3 de p_1, 0 de p_2, 1 de p_3 e 2 de p_4, a máquina m_2 produz 6 toneladas por hora, sendo 2 de p_1, 1 de p_2, 2 de p_3 e 1 de p_4, enquanto que a máquina m_3 produz 5 toneladas por hora, sendo 1 de p_1, 3 de p_2, 0 de p_3 e 1 de p_4. A fábrica recebe um pedido de 11 toneladas de p_1, 7.9 de p_2, 6.4 de p_3 e 9.3 de p_4. Determine quantas horas deve ser utilizada cada máquina de maneira que a soma dos quadrados das diferenças entre as quantidades pedidas e produzidas de cada produto seja mínima.