MAP 2121 - CÁLCULO NUMÉRICO (POLI)

Prova Substitutiva - 14/12/00 - Duração: 2 horas e 30 minutos

Questão 1 (2.5 pontos):
Determine a menor raíz positiva da equação:

$$e^{-x} = \sin x$$

através do método de Newton com precisão $\epsilon = 10^{-3}$. Justifique todos os passos do método: escolha do ponto inicial, convergência do método e delimitação do erro, bem como a determinação de um intervalo que contenha a raíz.

Questão 2 (2.5 pontos): Determine uma fórmula de integração do tipo:

$$\int_0^1 f(x)dx = af(0) + bf(3/4) + cf(1)$$

que seja exata para todo polinômio de grau menor ou igual a dois. Utilize-a para aproximar a integral da função $f(x) = \cos x$ no intervalo $[0, 1]$ e determine qual foi o erro cometido.

Questão 3 (2.5 pontos): Considere a matriz A do tipo 3×3 abaixo, dependendo de dois parâmetros $\alpha, \beta > 0$:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & \alpha & 1 \\ 2\beta & 5 & 4 \\ \beta & 2 & \alpha \end{pmatrix}$$

Pede-se determinar as regiões do plano $(\alpha, \beta) \in R^2$ para as quais:

(i) O critério das linhas é satisfeito.

(ii) O critério de Sassenfeld é satisfeito.

Represente graficamente as regiões obtidas.

Questão 4 (2.5 pontos): a) Aproxime a função tabelada abaixo por uma função do tipo $g(x) = a.b^x$ por intermédio do método dos mínimos quadrados:

$f(x)$	0.5	0.22	0.19	0.10
x	1.0	2.2	2.5	3.2

b) Para o valor de b obtido no ítem anterior, escreva o erro quadrático como função de a :

$$E(a) = \sum_{i=1}^{4} (f(x_i) - a.b^{x_i})^2$$

É verdade que este erro é mínimo para o valor de a calculado no ítem anterior? Justifique!