MAP 2121 - CÁLCULO NUMÉRICO (POLI)

Prova 1 - 28/09/00 - Duração: 2 horas e 15 minutos

Questão 1 (2.5 pontos): Dado o polinômio $p(x) = x^3 - 4x + 1$, que possui três raízes reais, determine um intervalo I de comprimento menor ou igual a 0.5, tal que o método de Newton convirja para a segunda raíz de $p(x)$ para qualquer valor inicial x_0 em I. (Justifique!) Determine essa raíz com precisão pré-fixada $\epsilon = 10^{-3}$, tomando como x_0 um dos extremos de I.

Questão 2 (2.5 pontos): Um carro se move ao longo de uma estrada com velocidade instantânea $v(t) = 5e^{-t}$ m/s. Definimos $\bar{t}$ como o instante para o qual a velocidade média do carro no intervalo $[0, \bar{t}]$ é igual a 2.5 m/s. (Obs: A velocidade média no intervalo $[0, \bar{t}]$ é o quociente da distância percorrida neste intervalo, pelo valor de $\bar{t}$.) Utilize um método de aproximações sucessivas para calcular $\bar{t}$. (Calcule 3 iterações. Você deve escolher o valor inicial t_0 de modo a garantir a convergência. Justifique!)

Questão 3 (2.5 pontos): Resolva o sistema linear a seguir pelo método de Eliminação de Gauss com condensação pivotal e aritmética de ponto flutuante com dois algarismos significativos:

$$\begin{bmatrix} 1.0 & 0.5 & 0.33 \\ 0.5 & 0.33 & 0.25 \\ 0.33 & 0.25 & 0.2 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \end{bmatrix}$$

Questão 4 (2.5 pontos): Resolvendo o sistema da questão 3 pelo método de eliminação de Gauss com condensação pivotal e aritmética de ponto flutuante com 3 algarismos significativos obtivemos a matriz triangularizada a seguir (com os multiplicadores em suas respectivas posições):

$$\begin{bmatrix} 1.0 & 0.5 & 0.33 \\ 0.33 & 0.085 & 0.091 \\ 0.5 & 0.941 & -0.0006 \end{bmatrix} ,$$

o vetor de permutações $p_1 = 1, p_2 = 3$ (ou seja, no primeiro passo não houve troca de linhas e no segundo passo foram permutadas a segunda e terceira linha) e a solução $x = (41.4, -224., 217.)$. Calcule 1 passo de refinamento desta solução, utilizando a triangularização fornecida.