Resoluções de – Física III – 1ª Lista – POLI-USP (Lista provisória)
Erros na lista e sugestões: estudospoli@gmail.com

Carga e Campo Elétrico

21.2 (1)
Neste exercício, fluxo é apenas vazão de cargas (não fluxo de campo vetorial). Temos que:

$$v=\frac{\Delta Q}{\Delta t}\Leftrightarrow \Delta Q=v\cdot\Delta t=2\cdot 10^4[C\,s^{-1}]\cdot 10^2[\mu s]=2\,C.\quad \therefore\quad \Delta Q=2C$$

Considerando fluxo somente de elétrons e a carga elementar como $1{,}6\times10^{-19}\,C$:

$$n_e=\frac{2}{1{,}6\cdot10^{-19}}=1{,}25\times10^{19}\,elétrons.$$

21.8 (2)
Obs.: Leia-se massa molar invés de massa atômica.
(a) Lembrando que para átomos com carga neutra, Z=nº de prótons=nº de elétrons. Temos então:

$$n^o\ \ elétrons\ \ na\ \ esfera=n_e=\frac{Z\cdot massa\cdot L}{massa\ \ molar}=\frac{13\cdot25\cdot(6{,}02\cdot10^{23})}{26{,}982}=7{,}25\times10^{24}\,elétrons.$$

(b) Aplicando a Lei de Coulomb:

$$F=\frac{\left|-n'_e e\right|\left|+n'_e e\right|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\Leftrightarrow n'_e=\frac{2r\sqrt{\pi\varepsilon_0 F}}{e}=\frac{2\cdot0{,}8\sqrt{3{,}14(8{,}85\cdot10^{-12})10^4}}{1{,}6\cdot10^{-19}}=5{,}27\times10^{15}\,elétrons.$$

(c) Temos: $\frac{n'_e}{n_e}=\frac{5{,}27\cdot10^{15}}{7{,}25\cdot10^{24}}=7{,}27\times10^{-10}$.

21.32 (3)
(a) Por definição: $\vec{F_e}=q\vec{E}$. Como o vetor campo elétrico está orientado para o centro da terra (para baixo) e queremos uma força elétrica orientada para cima, a carga líquida é negativa e seu módulo é dado por: $qE=-F_p\Leftrightarrow q=-\frac{F_p}{E}=-\frac{60\cdot9{,}8[N]}{150[N\cdot C^{-1}]}=-3{,}92\,C.$

(b) Aplicando a Lei de Coulomb:

$$F=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{3{,}92^2}{4\cdot3{,}14\cdot8{,}85\cdot10^{-12}\cdot10^4}=1{,}38\times10^7\,N$$

Não, pois o módulo da força gerada é muito grande.

21.43 (4)
(a) Pela simetria do problema, o campo elétrico em x=0 é 0.

$$\vec{E_r}=\vec{E_a}+\vec{E_{-a}}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(0-a)^2}(-\hat{i})+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(0-(-a))^2}\hat{i}=0.$$

(b) Tomando-se um ponto arbitrário sobre o eixo Ox $P(x,0)$:

$$\vec{E_x}=\vec{E_a}+\vec{E_{-a}}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(x-a)^2}\frac{(x-a)}{|x-a|}\hat{i}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(x+a)^2}\frac{(x+a)}{|x+a|}\hat{i}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{(x-a)|x-a|}+\frac{1}{(x+a)|x+a|}\right)\hat{i}$$

$$Logo,\ temos:$$

$$\begin{cases} \vec{E_x} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{(-2)(x^2+a^2)}{(x^2-a^2)^2}\hat{i} & para\ \ x<-a; \\ \vec{E_x} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{(-4ax)}{(x^2-a^2)^2}\hat{i} & para\ \ -a<x<a; \\ \vec{E_x} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{2(x^2+a^2)}{(x^2-a^2)^2}\hat{i} & para\ \ a<x. \end{cases}$$

Desenho do gráfico:
Temos assíntotas verticais em $x=a$ e $x=-a$ e $y=0$ é assíntota horizontal para $x \to \pm\infty$
Derivando pela 1ª vez:

$$\begin{cases} \dfrac{dE_x}{dx} = -2\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{(a-x)^3}+\dfrac{1}{(-x-a)^3}\right) < 0 \ \forall\ x<-a; \\ \dfrac{dE_x}{dx} = -2\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{(a-x)^3}+\dfrac{1}{(x+a)^3}\right) \le 0 \ \forall\ -a<x<a; \\ \dfrac{dE_x}{dx} = -2\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{(x-a)^3}+\dfrac{1}{(x+a)^3}\right) < 0 \ \forall\ x>a. \end{cases}$$

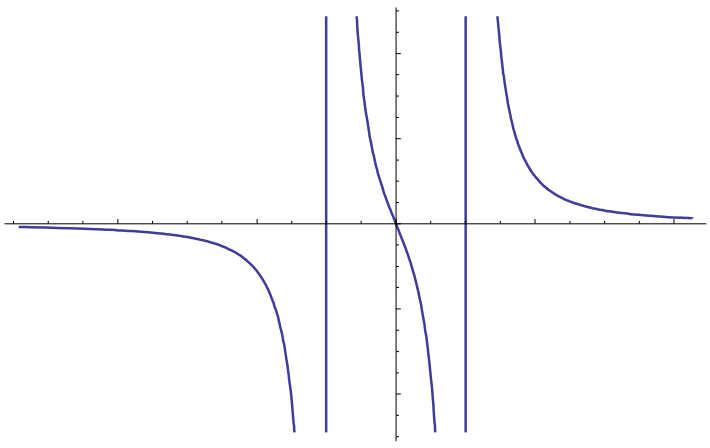
$\therefore\ E_x\ decrescente\ em\ [-\infty,-a]\cup[-a,a]\cup[a,+\infty].$

Derivando pela 2ª vez:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2E_x}{dx^2} = (-6)\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{(x-a)^4}+\dfrac{1}{(x+a)^4}\right) < 0 \ \forall\ x<-a; \\ \dfrac{d^2E_x}{dx^2} = 6\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{(x+a)^4}-\dfrac{1}{(x-a)^4}\right) \ge 0 \ \forall\ -a<x<0 \ \ e\ \ \le 0 \ \forall\ 0<x<a; \\ \dfrac{d^2E_x}{dx^2} = 6\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{(x-a)^4}+\dfrac{1}{(x+a)^4}\right) > 0 \ \forall\ x>a. \end{cases}$$

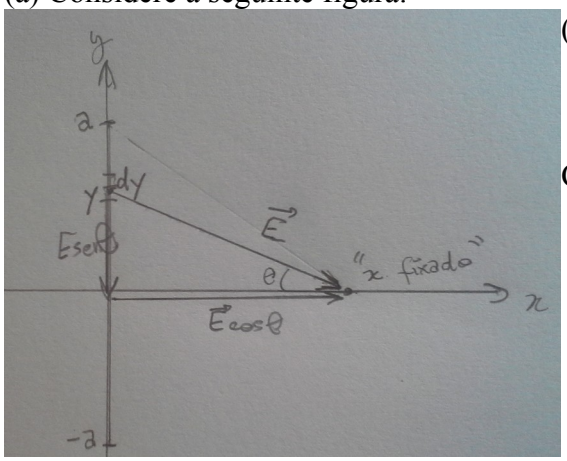
$\therefore$ *Gráfico de* E_x *com concavidade para cima em* $[-a,0]\cup[a,+\infty]$ *e com concavidade para baixo em* $[-\infty,-a]\cup[0,a]$.

Com isso você está apto a desenhar o gráfico.



21.53 (5)

(a) Considere a seguinte figura:



(Obs.: Leia-se $(d\vec{E})$ *no lugar de* $\vec{E}$ na imagem)

Com $dq=\lambda\, dy$:

$$d\vec{E}_x = d\vec{E}\cos\theta\,\hat{i} = \frac{k\,dq}{x^2+y^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\,\hat{i} = \frac{k\lambda\, x\, dy}{(x^2+y^2)^{3/2}}\,\hat{i}$$

Têm-se então que:

$$\int_0^{E_x} d\,E_x = E_x = \int_{-a}^{a} \frac{k\lambda\, x\, dy}{(x^2+y^2)^{3/2}} = \frac{k\lambda}{x^2}\int_{-a}^{a} \frac{1}{\left(1+\left(\frac{y}{x}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}\,dy = \frac{k\lambda}{x}\int_{\arctan\left(\frac{-a}{x}\right)}^{\arctan\left(\frac{a}{x}\right)} \frac{sec^2 u}{sec^3 u}\,du = \frac{k\lambda}{x}\left(\frac{a}{\sqrt{x^2+a^2}} - \left(\frac{-a}{\sqrt{x^2+a^2}}\right)\right) =$$

$$= \frac{2k\lambda\, a}{x\sqrt{x^2+a^2}} = \frac{2k\lambda\, a}{x\sqrt{x^2+a^2}} = \frac{2k\lambda}{x\sqrt{x^2/a^2+1}} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{E_x} = \frac{2k\lambda}{x\sqrt{x^2/a^2+1}}\,\hat{i}$$

(b) A única coisa que muda nessa questão são os limites de integração.

$$\int_0^{E_x} d\,E_x = E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k\lambda\, x\, dy}{(x^2+y^2)^{3/2}} = \frac{k\lambda}{x^2}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\left(1+\left(\frac{y}{x}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}\,dy = \frac{k\lambda}{x}\left[\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\right]\Bigg|_{-\infty}^{+\infty} =$$

$$= \frac{k\lambda}{x}\left[\lim_{y\to+\infty}\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} - \lim_{y\to-\infty}\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\right] = \frac{k\lambda}{x}[1-(-1)] = \frac{2k\lambda}{x} \quad \Rightarrow \quad \vec{E_x} = \frac{2k\lambda}{x}\,\hat{i}$$

Note que poderiamos ter feito a tender a infinito na expressão de (a).

Os gráficos podem ser obtidos da mesma forma que na questão anterior, ou de maneira mais simplificada (tente enxergar o gráfico sem uso de limites).

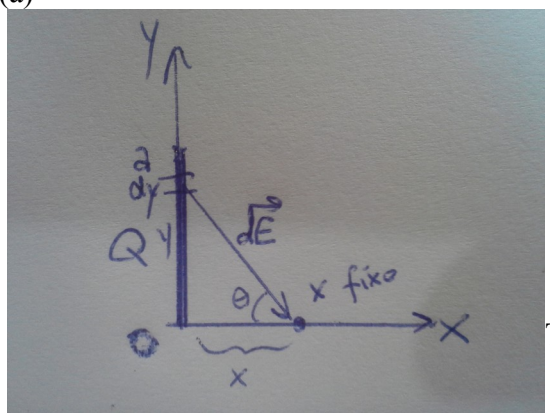
21.62 (6)

(a) As linhas de campo formam dois "gomos" indicando que elas saem das cargas nos extremos e chegam na carga central, ou que elas saem da carga central chegando na carga dos extremos. Então, a carga central têm sinal oposto das cargas nos extremos.

(b) Na mediatriz à reta comum as cargas não existe componente vertical do campo, pela simetria. Como a componente horizontal gerada pela carga central têm sentido contrário à carga dos extremos haverá 2 pontos de campo elétrico mínimo simétricos em relação à reta que une as cargas pertencente à esta mediatriz.

21.90 (7)

(a)



Temos que: $\frac{Q}{a}=\frac{dq}{dy}\left(distribuição\,uniforme\right)e:$

$d\vec{E}=d\vec{E_x}+d\vec{E_y}=dE\cos\theta\,\hat{i}-dE\,sen\,\theta\,\hat{j}=\frac{kQ}{a}\left(\frac{xdy}{(x^2+y^2)^{3/2}}\,\hat{i}-\frac{ydy}{(x^2+y^2)^{3/2}}\,\hat{j}\right)$ Integrando:

$\vec{E}=\frac{kQ}{a}\left(\int_0^a\frac{xdy}{(x^2+y^2)^{3/2}}\right)\hat{i}-\frac{kQ}{a}\left(\int_0^a\frac{ydy}{(x^2+y^2)^{3/2}}\right)\hat{j}$

$I_x=\int\frac{xdy}{(x^2+y^2)^{3/2}}=\frac{1}{x^2}\int\frac{dy}{(1+(y/x)^2)^{3/2}}.\ \ Fazendo\ y/x=tgu\Rightarrow dy=xsec^2u\,du.\ \ Então: I_x=\frac{1}{x}\int cosu\,du=$

$=\frac{senu}{x}+k=\frac{y}{x\sqrt{x^2+y^2}}+k\quad\Rightarrow\quad\vec{E_x}=\frac{kQ}{x\sqrt{x^2+a^2}}\,\hat{i}$

$I_y=\int\frac{ydy}{(x^2+y^2)^{3/2}}.\quad Fazendo\ x^2+y^2=u\ \Rightarrow\ 2\,y\,dy=du.\ Então: I_y=\frac{1}{2}\int\frac{1}{\sqrt{u^3}}du=-\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}+k\Rightarrow$

$\vec{E_y}=\frac{-kQ}{a}\left(-\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}+\frac{1}{\sqrt{x^2}}\right)\hat{j}=-\frac{kQ}{a}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\right)\hat{j}$

$Então:\vec{E}=\frac{kQ}{x\sqrt{x^2+a^2}}\,\hat{i}-\frac{kQ}{a}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\right)\hat{j}$

(b) Como $\vec{F_e}=q\vec{E}$, então:

$\vec{F}=\frac{-qkQ}{x\sqrt{x^2+a^2}}\,\hat{i}+\frac{qkQ}{a}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\right)\hat{j}$

Em problemas em que $a\ll x$, os termos a^2, a^3, a^4 etc são desprezíveis em relação a x (a não é desprezível!). Basta então reajustas a expressão de F_y e efetuar a aproximação:

$F_y=\frac{qkQ}{a}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\right)=\frac{qkQ}{a}\frac{\sqrt{x^2+a^2}-x}{x\sqrt{x^2+a^2}}=\frac{qkQ}{a}\frac{\sqrt{x^2+a^2}-x}{x\sqrt{x^2+a^2}}\frac{(\sqrt{x^2+a^2}+x)}{(\sqrt{x^2+a^2}+x)}=\frac{qkQ}{a}\frac{x^2+a^2-x^2}{x\sqrt{x^2+a^2}(\sqrt{x^2+a^2}+x)}=$

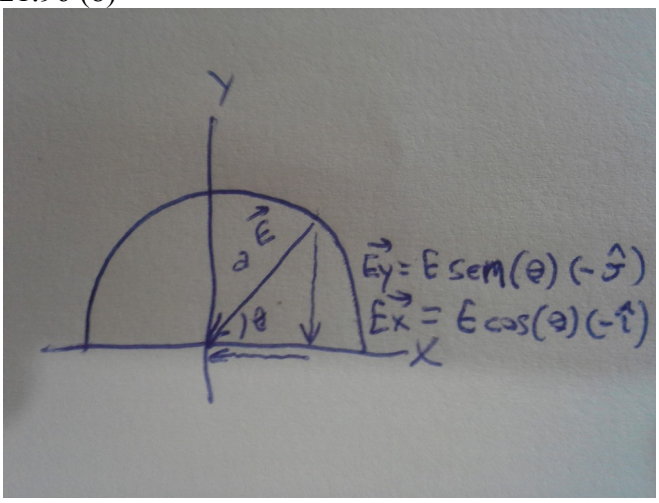
$=\frac{qkQa}{x\sqrt{x^2+a^2}(\sqrt{x^2+a^2}+x)}.$

Agora podemos fazer $a^2=0\ \ em\ \ F_x\ \ e\ \ F_y,\ \ obtendo:$

$F_x\approx\frac{-qkQ}{x\sqrt{x^2+0}}=-\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0x^2}$

$Fy\approx\frac{qkQa}{x\sqrt{x^2+0}(\sqrt{x^2+0}+x)}=\frac{+qkQa}{2x^3}=+\frac{Qqa}{8\pi\varepsilon_0x^3}$

21.96 (8)



(Novamente, leia-se dE na imagem)

Da relação da circunferência:

$$ds = a\,d\theta$$

Da relação fornecida no enunciado:

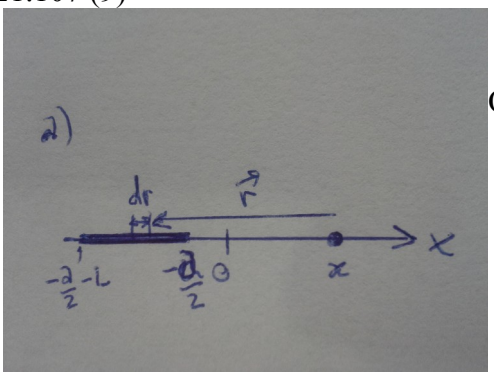
$$\frac{dq}{ds} = \frac{Q}{\pi a} \quad \Leftrightarrow \quad dq = \frac{Q}{\pi a} ds = \frac{Q\,d\theta}{\pi}$$

Temos:

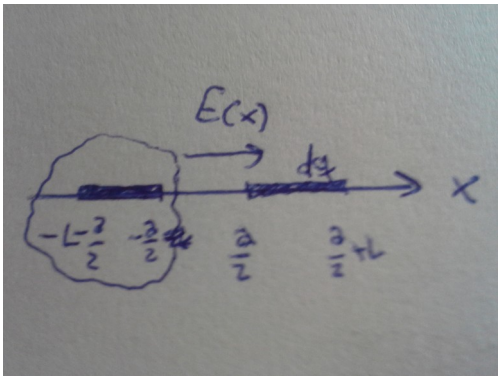
$$d\vec{E} = \frac{-kQ}{\pi a^2}(\cos\theta, sen\theta)d\theta \quad \Rightarrow$$

$$\vec{E} = -\frac{kQ}{\pi a^2}\left(\int_0^{\pi} \cos\theta\, d\theta, \int_0^{\pi} sen\,\theta\, d\theta\right) = -\frac{kQ}{\pi a^2}(0,2) = -2\frac{kQ}{\pi a^2}\hat{j}$$

21.107 (9)



O



item (a) será usado para resolver o (b). Veja:

(a)

$$\frac{dq}{dr} = \frac{Q}{L} \quad \Rightarrow \quad E_x = \int_{\frac{-a}{2}-L}^{\frac{-a}{2}} \frac{kQdr}{(x-r)^2 L} = \frac{kQ}{L}\int_{\frac{-a}{2}-L}^{\frac{-a}{2}} \frac{1}{(r-x)^2} dr =$$

$$= \frac{kQ}{L}\left[\frac{1}{x-r}\right]\Bigg|_{-\frac{a}{2}-L}^{-\frac{a}{2}} = \frac{2kQ}{L}\left(\frac{1}{2x+a} - \frac{1}{2L+2x+a}\right).$$

(b) Como $F = qE$ vamos integrar dq E(x):

$$F = \int_{\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}+L} \frac{2kQ^2}{L^2}\left(\frac{1}{2x+a} - \frac{1}{2L+2x+a}\right)dx = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\ln\left|\frac{2x+a}{2L+2x+a}\right|\Bigg|_{\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}+L} =$$

$$= \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\left(\ln\left(\frac{a+L}{a+2L}\right) - \ln\left(\frac{a}{a+L}\right)\right) = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\ln\left[\frac{(a+L)^2}{a(a+2L)}\right]$$

Lei de Gauss

22.1 (10)

(a) O fluxo é dado por $\Phi = \int_S E \cdot A = EA\cos\theta = \frac{14\,(N/C)\,0{,}250\,m^2}{2} = 1{,}75\,(N/C)\,m^2$.

(b) Não, depende apenas da área e do ângulo que o vetor normal forma com o campo elétrico.

(c) $-1 \le \cos\theta \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le |\cos\theta| \le 1 \;\Rightarrow\; (i)\,0^o \quad (ii)\,90^o$

22.4 (11)

O fluxo em cada face é dado por:

$$\Phi_{S1} = \int_S E_x L^2 \cos\frac{\pi}{2} + \int_S E_z L^2 \cos\frac{\pi}{2} = 0 + 0 = 0$$

$$\Phi_{S2} = \int_S E_x L^2 \cos\frac{\pi}{2} + \int_S E_z L^2 \cos 0 = 0 + 3[z]_{0,3}\frac{N}{C}\,0{,}09\,m^2(1) = 0{,}081\,(N/C)\,m^2.$$

$$\Phi_{S3} = \int_S E_x L^2 \cos\frac{\pi}{2} + \int_S E_z L^2 \cos\frac{\pi}{2} = 0 + 0 = 0$$

$$\Phi_{S4} = \int_S E_x L^2 \cos\frac{\pi}{2} + \int_S E_z L^2 \cos(-\pi) = 0 + 3[z]_0\frac{N}{C}\,0{,}09\,m^2(-1) = 0$$

$$\Phi_{S5} = \int_S E_x L^2 \cos\pi + \int_S E_z L^2 \cos\frac{\pi}{2} = 5[x]_{0,3}\frac{N}{C}\,0{,}09\,m^2(-1) + 0 = -0{,}135\,(N/C)\,m^2.$$

$$\Phi_{S6} = \int_S E_x L^2 \cos 0 + \int_S E_z L^2 \cos\frac{\pi}{2} = 5[x]_0\frac{N}{C}\,0{,}09\,m^2(1) + 0 = 0$$

O fluxo total é a soma dos fluxos calculados:

$$\Phi = \Phi_{S1} + \Phi_{S2} + \Phi_{S3} + \Phi_{S4} + \Phi_{S5} + \Phi_{S6} = 0 + 0{,}081 + 0 + 0 - 0{,}135 + 0 \quad (N/C)\,m^2 = -0{,}054\,(N/C)\,m^2$$

22.8 (12)

A Lei de Gauss nos diz que: $\Phi_S = \int_S E \cdot A = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$. Então, considerando $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$: :

(a) $\Phi_{S1} = \frac{1}{\varepsilon_0}(q1) = \frac{4}{8{,}85} \times 10^3 = 452\,(N/C)\,m^2$

(b) $\Phi_{S2} = \frac{1}{\varepsilon_0}(q2) = \frac{(-7{,}8)}{8{,}85} \times 10^3 = -881\,(N/C)\,m^2$

(c) $\Phi_{S3} = \frac{1}{\varepsilon_0}(q1 + q2) = \frac{(-3{,}8)}{8{,}85} \times 10^3 = -429\,(N/C)\,m^2$

(d) $\Phi_{S4} = \frac{1}{\varepsilon_0}(q1 + q3) = \frac{6{,}4}{8{,}85} \times 10^3 = 723\,(N/C)\,m^2$

(e) $\Phi_{S5} = \frac{1}{\varepsilon_0}(q1 + q2 + q3) = \frac{(-1{,}4)}{8{,}85} \times 10^3 = -158\,(N/C)\,m^2$

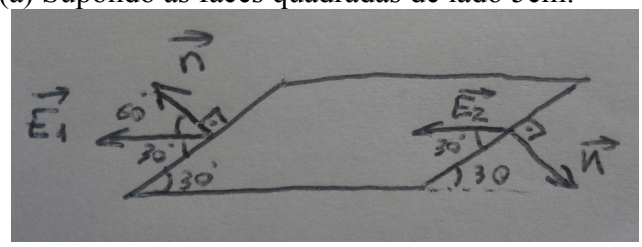
(f) Não depende, pois segundo a Lei de Gauss o que importa é apenas a carga interna.

22.16 (13)
(a) Para um ponto fora da superfície a uma distância $d=0{,}100\,m$, considere a superfície gaussiana esférica concêntrica a esfera metálica de raio igual a $d+r=0{,}100+0{,}450=0{,}55\,m$. Aplicando a Lei de Gauss, note que pela simetria o campo elétrico é perpendicular à superfície:

$$\Phi=\int_S E\cdot A=EA=E\left(4\pi(d+r)^2\right)=\frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}\ \Rightarrow\ E=\frac{0{,}25\times10^{-9}}{8{,}85\times10^{-12}\left(4\cdot3{,}14\cdot0{,}55^2\right)}=7{,}43\,N/C\ .$$

(b) Como a superfície é condutora não há nenhuma carga em seu interior. Isso implica, pela Lei de Gauss que: $E=0$.

22.35 (14)
(a) Supondo as faces quadradas de lado 5cm:



$\Phi=(5\times10^{-2})^2\cos(60)(E_1-E_2)=\frac{25}{2}(2{,}5-7{,}0)=-56{,}25\,(N/C)\,m^2$ Pela Lei de Gauss:

$q_{\text{int}}=\Phi\,\varepsilon_0=-56{,}25\left(8{,}85\times10^{-12}\right)=-4{,}98\times10^{-10}C$.

(b) Somente no interior, pois se houvesse uma carga nas próximidades do paralelepípedo o campo não seria uniforme e teria uma direção radial a essa carga.

22.45 (15)
(a) Escolhendo uma superfície gaussiana esférica concêntrica às esferas e de raio r, temos:

(i) $r<a$: Não há cargas internas à superfície, então a Lei nos garante que $E=0$.

(ii) $a<r<b$: Note que o campo elétrico precisa ser nulo (se não fosse nulo haveria uma força exercida sobre as cargas de sua superfície gerando uma corrente elétrica). Como não há fluxo na superfície gaussiana constata-se também que não há cargas na superfície interna ($q_{\text{sup. interna}}=0$). $E=0$.

(iii) $b<r<c$: Pela lei de Gauss: $E=\frac{+2q}{A\varepsilon_0}=\frac{+2q}{4\pi r^2\varepsilon_0}=\frac{+q}{2\pi r^2\varepsilon_0}$, radial para fora.

(iv) $c<r<d$: Novamente o campo elétrico nessa região deve ser nulo, logo $E=0$. Note que pela Lei de Gauss, a carga interna à superfície dever ser nula, então:
$+2q+q_{\text{sup. interna}}=0\ \Leftrightarrow\ q_{\text{sup. interna}}=-2q$. Para manter o equilíbrio:
$-2q+q_{\text{sup. externa}}=+4q\ \Leftrightarrow\ q_{\text{sup. externa}}=+6q$.

(v) $d<r$: Pela lei de Gauss: $E=\frac{+6q}{A\varepsilon_0}=\frac{+6q}{4\pi r^2\varepsilon_0}=\frac{+3q}{2\pi r^2\varepsilon_0}$, radial para fora.

(b) As respostas foram obtidas nos comentários em (a).
(i) 0; (ii) +2q; (iii) -2q; (iv) +6q.

22.48 (16)

(a) $\rho=\frac{q_{\text{esf. oca}}}{V_{\text{esf. oca}}}=\frac{q_{\text{esf. oca}}}{\frac{4}{3}\pi(2R)^3-\frac{4}{3}\pi R^3} \Leftrightarrow q_{\text{esf. oca}}=\frac{28}{3}\rho\pi R^3$ Para soma de cargas igual a zero:

$Q+q_{\text{esf. oca}}=0\Leftrightarrow\frac{28}{3}\rho\pi R^3=-Q \quad \therefore \quad \rho=-\frac{3Q}{28\pi R^3}$.

(b) $0<r<R$: Como a esfera é condutora, para haver equilibrio não deve haver forças atuando (senão as cargas estariam em movimento). Logo, para regiões internas a sua superfície a carga interna é zero e $E=0$.

$R<r<2R$: Cálculo da carga interna: $q_{\text{int}}=Q+\frac{4}{3}\pi(r^3-R^3)\rho=Q-\frac{Q(r^3-R^3)}{7R^3}=\frac{8Q}{7}-\frac{Qr^3}{7R^3}$

Lei de Gauss:

$E(4\pi r^2)=\frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}\Leftrightarrow E=\frac{2Q}{7\pi\varepsilon_0 r^2}-\frac{Qr}{28\pi\varepsilon_0 R^3}$.

$r>2R$: $E=0$ direto pela Lei de Gauss pois $q_{\text{int}}=0$.

(c) A fina camada de cargas ocorre na superfície da esfera isolante. Note que na proximidade de r=R ocorre um "salto" de $E=0$ para $E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. Na esfera isolante, por sua vez a distribuição torna-se contínua e não há esse "salto" no campo elétrico. Veja que $\left[\frac{2Q}{7\pi\varepsilon_0 r^2}-\frac{Qr}{28\pi\varepsilon_0 R^3}\right]^{2R}=\frac{Q}{14\pi\varepsilon_0 R^2}-\frac{Q}{14\pi\varepsilon_0 R^2}=0$, que é o mesmo valor para $r>2R$.

22.57 (18)

(a) Independentemente, $\rho=\frac{dq}{dV}$. $V=\frac{4}{3}\pi r^3\Rightarrow dV=4\pi r^2 dr$ Então $dq=\rho_0(1-r/R)4\pi r^2 dr$

$\int_0^{q_{TOTAL}} dq=q_{TOTAL}=\int_0^R \rho_0(1-r/R)4\pi r^2 dr=\frac{12Q}{R^3}\left[\frac{r^3}{3}-\frac{r^4}{4R}\right]_0^R=\frac{12Q}{R^3}\cdot\frac{R^3}{12}=Q\Rightarrow q_{TOTAL}=Q$

(b) Pela Lei de Gauss:

$\int_S E\cdot A=E(4\pi r^2)=\frac{Q}{\varepsilon_0}\Rightarrow E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, que é idêntico ao campo elétrico produzido por uma carga puntiforme Q.

(c) Temos que: $q_r=\frac{12Q}{R^3}\left(\frac{r^3}{3}-\frac{r^4}{4R}\right)$. Pela Lei de Gauss:

$E=\frac{q_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\left(4-\frac{3r}{R}\right)$, radial para fora.

(e) Calculemos o E_{max} para $r\le R$: Reescrevendo a expressão do item (c):

$E=\frac{-3Q}{4\pi\varepsilon_0 R^4}r\left(r-\frac{4R}{3}\right)$ que é uma equação do segundo grau em r. Logo, $E_{max}=\frac{Q}{3\pi\varepsilon_0 R^2}$ em $r=\frac{2R}{3}$. Como em $r>R$, o valor máximo é menor este é efetivamente o valor máximo.

22.56 (17)
(a) Um exemplo seria colocar duas cargas de mesmo módulo e sinal equidistantes da carga +q e colineares entre si.
(b) O campo elétrico produzido pelas outras cargas deveria possuir uma direção axial apontando para a posição inicial da carga +q.
(c) Considere a posição inicial de equilíbrio P. Para haver equilíbrio estável, a força $q\vec{E}(P)$ sobre +*q* em P deve ser nula, ou seja $\vec{E}(P)=0$. Para haver a força restauradora, $\vec{E}(\infty)$ ou de forma geral $\vec{E}(r)$ (campo após um deslocamento *r*) deve apontar de volta para P. Por uma superfície gaussiana S tão próxima quanto queiramos de P, temos que o fluxo do campo elétrico é tal que $\Phi_S<0$, o que implica na existência de uma carga negativa em P (absurdo!), já que em P não há carga nenhuma. Logo, é impossível existir equilíbrio estável sobre uma carga +q somente sobre ação de forças exclusivamente eletrostáticas.

(d) Demonstração análoga ao item (c). Considere a posição inicial de equilíbrio P. Para haver equilíbrio estável, a força $-q\vec{E}(P)$ sobre -*q* em P deve ser nula, ou seja $\vec{E}(P)=0$. Para haver a força restauradora, $\vec{E}(\infty)$ ou de forma geral $\vec{E}(r)$ (campo após um deslocamento *r*) deve apontar saindo de P. Por uma superfície gaussiana S tão próxima quanto queiramos de P, temos que o fluxo do campo elétrico é tal que $\Phi_S>0$, o que implica na existência de uma carga positiva em P (absurdo!), já que em P não há carga nenhuma. Logo, é impossível existir equilíbrio estável sobre uma carga -q somente sobre ação de forças exclusivamente eletrostáticas.

Potencial Elétrico

23.22 (19) (Considerando *a* uma constante positiva)
(b) Por definição, $V=-\int_{\infty}^{r}\vec{E}\cdot\vec{dl}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ Então: $V_0=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}=\frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 a}$.
(c) Temos dois triângulos retângulos de lados *a* e *x* (*x* é um ponto arbitrário sobre Ox). Somando a contribuição das duas cargas: $V=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{a^2+x^2}}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{a^2+x^2}}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{\sqrt{a^2+x^2}}$.
(e) Para $x\gg a$, $V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{\sqrt{0^2+x^2}}=\frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 x}$.

Erratas, sugestões, auxílio em formatações, envio de soluções ou simplesmente bate-papo: *estudospoli@gmail.com*

Resolução feita por *Asa Noturna*. O restante da lista (ex. 20 a 29) será adicionado no decorrer das aulas que antecedem a P1.