

RESUMO DE FÍSICA II

P1

14/1/20

POR ARTHUR SALLES:
O MESMO CONTEÚDO EM UM LAYOUT DIFERENTE!

ENVIADO POR WWW.POLITECNICOS.COM.BR

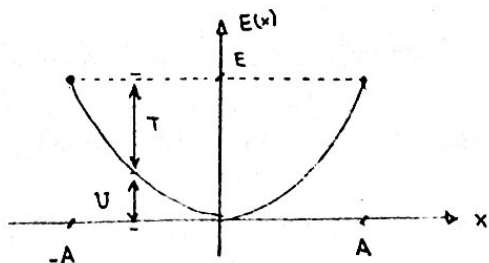
AS ONDAS SÃO UMA FORMA DE OSCILAÇÃO, MAS NÃO SÃO A ÚNICA. VEREMOS AGORA OUTRAS FORMAS DE OSCILAÇÃO COMO O PÊNDULO E O SISTEMA MASSA - MOLA.

I INTRODUÇÃO ÀS OSCILAÇÕES HARMÔNICAS

VAMOS IMAGINAR UM CORPO DE MASSA "m" PRESO A UMA MOLLA DE CONSTANTE ELÁSTICA K. SE NÃO HOUVER DISSIPACÃO DE ENERGIA (SEM ATRITO, RESISTÊNCIA, ETC), A ENERGIA TOTAL SE CONSERVA.

$$\rightarrow E = U + T$$

DURANTE A OSCILAÇÃO, TEREMOS ENERGIA POTENCIAL (U) SE TRANSFORMANDO EM ENERGIA CINÉTICA (T)



(*) PEQUENAS OSCILAÇÕES: A FORÇA ELÁSTICA SE COMPORTA DE FORMA LINEAR PARA OSCILAÇÕES PEQUENAS EM TORNO DA POSIÇÃO DO EQUILÍBRIO, QUANDO VALE:

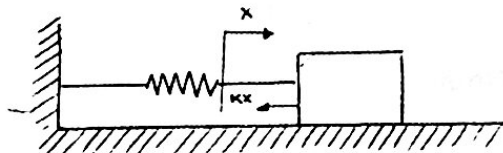
$$F(x) = -K \cdot x$$

ALÉM DISSO, PARA PEQUENAS OSCILAÇÕES, A ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA VALE:

CONFIRAR!

$$U(x) = \frac{1}{2} K x^2$$

PODEMOS ESCREVER A EQUAÇÃO DO MOVIMENTO DO OSCILADOR PARTINDO DA 2ª LEI DE NEWTON:



$$F = m \cdot a \Rightarrow -Kx = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow \text{OU: } \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x = 0$$
$$\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0$$

ESSE É UM CASO ESPECÍFICO DE OSCILAÇÃO PARA PEQUENOS DESVIOS, MAS VALE PARA OUTROS CASOS: QUALQUER SISTEMA CONSERVATIVO QUE SE MOVE COM UM GRAU DE LIBERDADE E PEQUENA AMPLITUDE DE MOVIMENTO SE COMPORTA COMO UM OSCILADOR HARMÔNICO E SUA EQUAÇÃO DE MOVIMENTO PODE SER ESCRITA COMO:

$$\left\{ \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \omega^2 x = 0 \right.$$

OU PARA ROTAÇÕES:

$$\left\{ \frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2 \theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0 \right.$$

↳ ω É A FREQUÊNCIA ANGULAR DA OSCILAÇÃO!

CASO DO OSCILADOR HARMÔNICO:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

SOLUÇÃO: A SOLUÇÃO GERAL DA EQUAÇÃO DE MOVIMENTO $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$ É DA FORMA:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

EM QUE: ✓ "A" É A AMPLITUDE DO MOVIMENTO

✓ "ω" É A FREQUÊNCIA ANGULAR

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 PERÍODO FREQUÊNCIA

✓ "φ" É A CONSTANTE DE FASE E PODE SER DETERMINADA USANDO AS CONDIÇÕES INICIAIS.

II APLICAÇÕES:

VAMOS VER AGORA ALGUNS EXEMPLOS DE OSCILAÇÃO EM QUE PARA PEQUENOS DESVIOS EM RELAÇÃO AO EQUILÍBRIO, O COMPORTAMENTO É SIMILAR AO DO OSCILADOR HARMÔNICO

1. PÊNDULO DE TORÇÃO:



FORMADO POR UM CORPO APOIADO SOBRE UMA SUPERFÍCIE PLANA OU SUSPENSO POR UM FIO. VAMOS APLICAR UM TORQUE

NESSE FIO (ζ) DE MODO QUE O CORPO GIRA DE UM ÂNGULO φ .

O TORQUE NECESSÁRIO É DADO POR $\zeta = -K\varphi$, EM QUE "K" É O MÓDULO DE TORÇÃO DO FIO.

O ÂNGULO "φ" AO LONGO DO TEMPO SERÁ OBTIDO COMO SOLUÇÃO DE:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2\varphi = 0 \Rightarrow \ddot{\varphi} + \omega^2\varphi = 0$$

EM QUE: $\omega^2 = \frac{K}{I}$

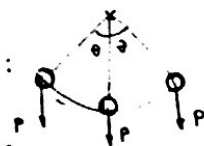
COM "I" SENDO O MOMENTO DE INÉRCIA EM RELAÇÃO AO EIXO VERTICAL NA POSIÇÃO DO FIO.

A SOLUÇÃO SERÁ DA FORMA

$$\varphi(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

E OBTAMOS "A" E "φ" APLICANDO AS CONDIÇÕES INICIAIS DO PROBLEMA.

2. PÊNDULO SIMPLES:



PARA FORMAR UM PÊNDULO SIMPLES, COLOCAMOS UMA MASSA "m" PRESA A UM FIO ESTICADO (OU BARRA SEM MASSA) DE COMPRIMENTO "L".

A FORÇA RESULTANTE TANGENCIAL SERÁ: $R_t = -mg \sin \theta$

DE FORMA QUE, PELA

2ª LEI DE NEWTON:

$$m \cdot a_{\theta} = R_{\theta} \Rightarrow$$

$$m \cdot L \cdot \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -mg \sin \theta \Rightarrow$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \sin \theta = 0$$

NOTE QUE ESSA EQUAÇÃO DIFERE DA FORMA QUE VIMOS PARA OSCILAÇÃO HARMÔNICA. CONTUDO, SE θ FOR PEQUENO ($\theta \ll 1$), PODEMOS APROXIMAR $\sin \theta \approx \theta$, FICANDO COM:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \theta = 0$$

QUE, COMPARADA COM O QUE VIMOS EM OSCILAÇÃO HARMÔNICA, MOSTRA UMA SOLUÇÃO HARMÔNICA COM:

$$\omega^2 = \frac{g}{L}$$

O PERÍODO "T" DAS PEQUENAS OSCILAÇÕES SERÁ: $T = \frac{2\pi}{\omega}$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (\text{PERÍODO})$$

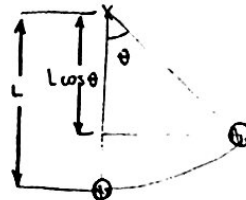
ENERGIA: A ENERGIA TOTAL (E) SE CONSERVA, DIVIDINDO-SE ENTRE CINÉTICA (T) E POTENCIAL (U) $\Rightarrow E = U + T$

$$\text{Em que: } T = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mL^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$$

(ENERGIA CINÉTICA)

E A ENERGIA POTENCIAL É $T = \frac{I \cdot \omega^2}{2}$

$$U = mgL(1 - \cos \theta)$$



MAS PARA PEQUENAS OSCILAÇÕES ($\theta \ll 1$), PODEMOS APROXIMAR:

$$\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$$

$$\text{DE MODO QUE } U \approx \frac{mgL\theta^2}{2}$$

OBSERVAÇÃO: SE A OSCILAÇÃO NÃO RESPEITAR $\theta \ll 1$, AINDA PODEMOS USAR CONSERVAÇÃO DE ENERGIA PARA RESOLVER QUESTÕES!

3. PÊNDULO FÍSICO



SE, AO INVÉS DE CRIARMOS UM PÊNDULO COM UMA MASSINHA "m" A UMA DISTÂNCIA "l" DO EIXO, FIZERMOS UM CORPO RÍGIDO GIRAR EM TORNO DE UM EIXO PASSANDO POR "O", TEREMOS

PEQUENOS DESVIOS:

$$\omega^2 = \frac{K}{L} \quad \text{Em que } L = \frac{I}{Ms}$$

Com "I" SENDO O MOMENTO DE INÉRCIA EM RELAÇÃO AO EIXO ORTOGONAL AO PLANO, QUE PASSA POR "O"; "M", A MASSA DO CORPO; "S" A DISTÂNCIA ENTRE "O" E O CENTRO DE MASSA "G".

(*) CASO APAREÇA NUMA QUESTÃO TESTE: DEFINIMOS O RAIO DE GIRAÇÃO (K) COMO:

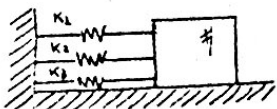
$$I = MK^2$$

III TÓPICOS ADICIONAIS:

A) ASSOCIAÇÃO DE MOLAS: VER QUESTÃO RESOLVIDA DA LISTA DE NÚMERO 8.

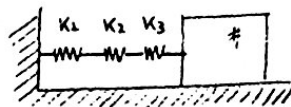
Em RESUMO:

PARALELO



$$K_p = K_1 + K_2 + \dots$$

SÉRIE



$$\frac{1}{K_s} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \dots$$

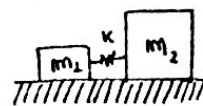
B) OSCILAÇÃO DE DUAS PARTÍCULAS

ACOPLADAS:

PARA ENCONTRAR A FREQUÊNCIA DE OSCILAÇÃO, ENCONTRAMOS A MASSA

REDUZIDA (μ) DO SISTEMA:

$$\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$$



VAMOS ENTÃO USAR:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

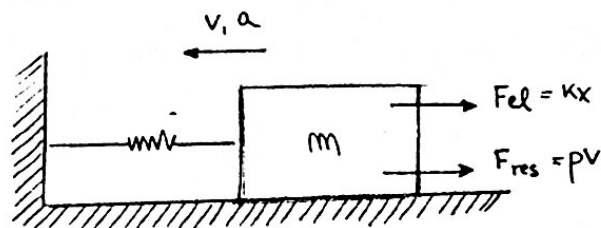
(MASSA-MOLA)

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{\mu}}$$

(DUAS PARTÍCULAS)

IV OSCILAÇÕES AMORTECIDAS

VAMOS DAR UM PASSO ADIANTE E SUPOR QUE ALÉM DA FORÇA ELÁSTICA, HÁ UM FORÇA RESISTIVA ATUANDO SOBRE O CORPO. POR EXEMPLO, ESSA FORÇA PODE SER A RESISTÊNCIA DO AR.



A FORÇA DE RESISTÊNCIA É CALCULADA DE FORMA SIMPLICADA COMO:

$$F_{res} = -pv = -Kx$$

Em que "p" É A CONSTANTE DO AMORTECIMENTO. A EQUAÇÃO DO MOVIMENTO SERÁ:

$$m \cdot a = F_{\text{RES}} \Rightarrow$$

$$m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = -Kx - p \frac{dx}{dt} \Rightarrow$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{p}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$$

$$\text{OU: } \ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0 x = 0$$

EM QUE: $\left\{ \begin{array}{l} \checkmark \gamma = \frac{p}{m} \text{ (CONSTANTE DE AMORTECIMENTO)} \\ \checkmark \omega_0 = \frac{k}{m} \text{ (FREQUÊNCIA ANGULAR NATURAL DA MOLLA)} \end{array} \right.$

A SOLUÇÃO DESSA EQUAÇÃO VAI DEPENDER DA RELAÇÃO ENTRE γ E ω_0 :

- (A) $\frac{\gamma}{2} < \omega_0$ (AMORTECIMENTO SUBCRÍTICO)
- (B) $\frac{\gamma}{2} = \omega_0$ (AMORTECIMENTO CRÍTICO)
- (C) $\frac{\gamma}{2} > \omega_0$ (AMORTECIMENTO SUPERCRÍTICO)

(A) AMORTECIMENTO SUBCRÍTICO ($\frac{\gamma}{2} < \omega_0$)

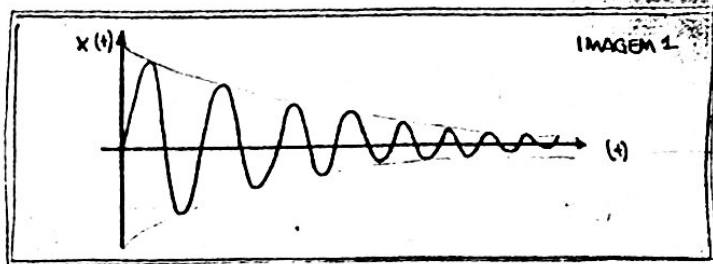
A SOLUÇÃO GERAL SERÁ DA FORMA:

$$x(t) = A \cdot e^{-\frac{\gamma}{2}t} \cos(\omega t + \varphi)$$

ONDE " ω " É CALCULADO POR:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}}$$

A FORMA DESSA SOLUÇÃO É UMA OSCILAÇÃO COM AMPLITUDE CAINDO EXPONENCIALMENTE



ENERGIA: A ENERGIA TOTAL INSTANTÂNEA

$$\text{É DADA POR: } E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} K x^2$$

SE QUISERMOS A ENERGIA MÉDIA

$$\text{TEREMOS: } \bar{E}(t) = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2 e^{-\gamma t}$$

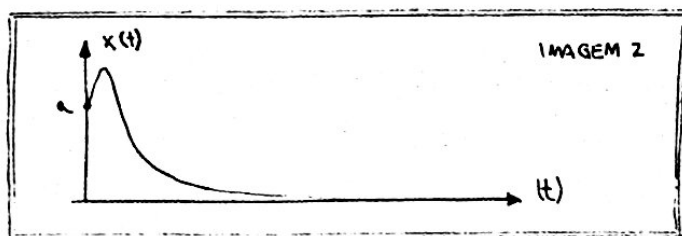
OU SEJA, A ENERGIA MÉDIA DECAI EXPONENCIALMENTE COM O TEMPO.

(B) AMORTECIMENTO CRÍTICO: ($\frac{\gamma}{2} = \omega_0$)

SE $\frac{\gamma}{2} = \omega_0$, O CORPO VAI RAPIDAMENTE RETORNAR AO EQUILÍBRIO.

A EQUAÇÃO DO MOVIMENTO É DA FORMA:

$$x(t) = e^{-\frac{\gamma}{2}t} \cdot (a + bt)$$



(C) AMORTECIMENTO SUPERCRÍTICO ($\frac{\gamma}{2} > \omega_0$)

A SOLUÇÃO SERÁ DA FORMA

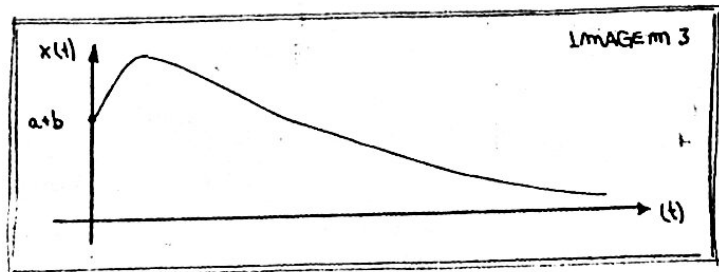
$$x(t) = e^{-\frac{\gamma}{2}t} (a \cdot e^{\beta t} + b \cdot e^{-\beta t})$$

WWW.POLITECNICOS.COM.BR

EM QUE:

$$\beta = \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2}$$

$x(t)$ SERÁ A SOMA DE DUAS EXPONENCIAIS DECRESCENTES.



Conteúdo enviado por
[www.POLITECNICOS.COM.BR](http://www.politecnicos.com.br)

Confirma nosso site!

Gostou do novo layout?

- ☒ MENOS FOLHAS SULFITES
- ☒ MAIOR ORGANIZAÇÃO
- ☒ MESMÍSSIMA QUALIDADE

SUGESTÕES OU CRÍTICAS, ME ESCRVA
 NO FACEBOOK ;)

Boa prova! *George Emílio*