NUSP:

⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪
①	①	①	①	①	①	①
②	②	②	②	②	②	②
③	③	③	③	③	③	③
④	④	④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

Instruções: preencha ***completamente*** *os círculos com os dígitos do seu número USP (um em cada coluna); na parte de baixo dessa folha, preencha* ***completamente*** *os círculos com as respostas corretas correspondente a cada questão. Use caneta esferográfica preta ou azul, preenchendo completamente o interior do círculo. Escreva apenas nas áreas designadas.*

Nome: .....

Assinatura: .....

Turma: .....

Professor: .....

ESTE ESPAÇO É DE USO EXCLUSIVO DA BANCA CORRETORA

	1a Avaliação	Revisão
Múltipla-escolha		
Parte discursiva		
Total		

- Esta prova é formada de uma parte objetiva contendo 10 questões de múltipla-escola (1-10) e uma parte discursiva contendo uma questão (11).
- A parte objetiva corresponde a um total de 6 pontos e a parte discursiva a 4 pontos.

Marque as respostas das questões de múltipla-escolha

(1) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(2) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(3) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(4) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(5) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(6) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(7) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(8) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(9) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(10) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

QUESTÕES DE MÚLTIPLA-ESCOLHA (1-10)

(1) (0,5 pt) A figura abaixo mostra a energia cinética K de um oscilador harmônico simples em função da posição x. Qual é a constante da mola?

- ☐ *(a)* $60N/m$
- ☐ *(b)* $0.12N/m$
- ☐ *(c)* $-1200N/m$
- ☐ *(d)* $-60N/m$
- ☐ *(e)* $1200N/m$

(2) (0,5 pt) O oscilador harmônico amortecido possui a seguinte equação de movimento

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0\,.$$

Supondo que o oscilador se encontra no regime subcrítico, assinale o valor da razão $\frac{x(t+\tau)}{x(t)}$, onde τ é o período.

- ☐ *(a)* $\exp\left[-\frac{\gamma}{\pi\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2}}\right]$
- ☐ *(b)* $\exp\left[-\frac{\pi\gamma}{\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2/4}}\right]$
- ☐ *(c)* $\exp\left[-\frac{\gamma}{4\pi\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2/4}}\right]$
- ☐ *(d)* $\exp\left[-\frac{\gamma}{\pi\sqrt{\gamma^2/4-\omega_0^2}}\right]$
- ☐ *(e)* $\exp\left[-\frac{2\pi\gamma}{\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2/4}}\right]$

(3) (0,5 pt) As missões Apollo 15, 16 e 17 levaram um jipe para a superfície lunar. Esse jipe quando totalmente carregado possui uma massa M, a mola da suspensão possui um frequência natural de oscilação de $1Hz$ medidos na superfície terrestre. Sabendo que a aceleração da gravidade na superfície lunar equivale a $1/6$ ao da aceleração na superfície terrestre, pode-se afirmar que a frequência natural de oscilação da suspensão do jipe na superfície lunar é

- ☐ *(a)* $\omega = 6Hz$
- ☐ *(b)* $\omega = \sqrt{1/6}Hz$
- ☐ *(c)* $\omega = \sqrt{6}Hz$
- ☐ *(d)* dependente da massa do jipe, M.
- ☐ *(e)* $\omega = 1/6Hz$

(4) (0,5 pt) Um pêndulo físico de massa m e momento de inércia I, está preso em uma de suas extremidades. O pêndulo sofre então uma leve perturbação externa tal que ele começa a oscilar em pequenos ângulos devido a um campo gravitacional g. Assuma também que o centro de massa do pêndulo está a uma distância d do ponto fixo. Qual a frequência angular de oscilação?

- ☐ *(a)* $\sqrt{\frac{d}{mgI}}$
- ☐ *(b)* $\sqrt{\frac{mgd}{I}}$
- ☐ *(c)* $\sqrt{\frac{dgI}{m}}$
- ☐ *(d)* $\sqrt{\frac{mdI}{g}}$
- ☐ *(e)* $\sqrt{\frac{mgI}{d}}$

(5) (0,5 pt) Considere um sistema formado por duas partículas idênticas de massa m ligadas por uma mola de massa desprezível e constante elástica k. Supondo que as partículas se movem em apenas uma direção e a única força atuante no sistema advém da mola, assinale a alternativa correta para a frequência angular ω_0 de oscilação.

- ☐ *(a)* $\sqrt{\frac{k}{2m}}$
- ☐ *(b)* $\sqrt{\frac{k}{m}}$
- ☐ *(c)* $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$
- ☐ *(d)* $\sqrt{\frac{2k}{m}}$
- ☐ *(e)* $2\sqrt{\frac{2k}{m}}$

(6) (0,5 pt) Considerando o oscilador harmônico amortecido em regime subcrítico, qual o perfil da curva que passa pelos pontos de máximo da oscilação?

- ☐ *(a)* Constante
- ☐ *(b)* Exponencial decrescente
- ☐ *(c)* Linear decrescente
- ☐ *(d)* Exponencial crescente
- ☐ *(e)* Linear crescente

(7) (0,5 pt) A roda de balanço de um relógio possui um período de $0.25s$, a roda é construída de forma que sua massa fica concentrada em um aro de raio 0.5cm. Qual é a constante de torção da mola acoplada? Dado $I_{aro} = mR^2$.

- ☐ *(a)* $k = 4\pi m^2 \times 10^{-4} N/rad$
- ☐ *(b)* $k = m \times 10^{-4} N/rad$
- ☐ *(c)* $k = 16\pi^2 m \times 10^{-4} N/rad$
- ☐ *(d)* $k = 2m \times 10^{-5} N/rad$
- ☐ *(e)* $k = 4\pi m \times 10^{-5} N/rad$

(8) (0,5 pt) Uma partícula descreve um movimento harmônico simples de período $4\,s$ e amplitude de $5\,cm$. O módulo de sua velocidade ao passar por um ponto de trajetória cuja elongação é $3\,cm$ vale:

- ☐ *(a)* $16\pi\ cm/s$
- ☐ *(b)* $8\pi\ cm/s$
- ☐ *(c)* $4\pi\ cm/s$
- ☐ *(d)* $2\pi\ cm/s$
- ☐ *(e)* $32\pi\ cm/s$

(9) (0,5 pt) Um oscilador criticamente amortecido, partindo da posição de equilíbrio, recebe um impulso que lhe comunica uma velocidade inicial v_0. Verifica-se que ele passa por seu deslocamento máximo, igual a $7,4\,cm$, após $1\,s$. Considere $e^{-1} = 0,37$, $e^{-2} = 0,14$ e $e^{-3} = 0,05$. A velocidade inicial, v_o e posição no instante $t = 2\,s$ são respectivamente:

- ☐ *(a)* 10 cm/s e 2.8 cm
- ☐ *(b)* 20 cm/s e 1.4 cm
- ☐ *(c)* 10 cm/s e 5.6 cm
- ☐ *(d)* 20 cm/s e 5.6 cm
- ☐ *(e)* NDA

(10) (0,5 pt) Dado um oscilador unidimensional, sabe-se que a resistência dá origem a um termo adicional obtendo a equação $m\ddot{x} = -kx - \rho\dot{x}$, onde $-\rho\dot{x}$ representa a resistência dissipativa, que atua em sentido oposto à velocidade. Dividindo por m, e usando a notação complexa $z(t) = e^{pt}$ obtemos a equação característica $p^2 + \gamma p + \omega_0^2 = 0$, onde $\gamma = \rho/m$ e $\omega_0^2 = k/m$. Dependendo da magnitude de $\gamma/2$ sobre ω_0 temos que as raizes da ultima equação proporcionam soluções exponenciais, oscilatórias com amplitude decrescente ou uma única exponencial. Estas soluções correspondem, respectivamente, aos regimes:

- ☐ *(a)* crítico, supercrítico e crítico
- ☐ *(b)* supercrítico, crítico e subcrítico
- ☐ *(c)* subcrítico, supercrítico e crítico
- ☐ *(d)* supercrítico, subcrítico e crítico
- ☐ *(e)* subcrítico, crítico e supercrítico,

QUESTÃO DISCURSIVA

ATENÇÃO: A solução dessa questão deve ser feita no caderno de provas

(11) (4 pts) Uma bolinha homogênea de massa m e raio r rola sem deslizar sobre uma calha cilíndrica de raio $R >> r$, na vizinhança do fundo, ou seja, na aproximação de ângulos pequenos (ver fig. abaixo). Dado $I_{CM} = \frac{2}{5}mr^2$

(a) **(0,75)** Faça um esquema das forças que agem sobre a bola e determine a força resultante.

(b) **(0,75)** Escreva $U(\theta)$ e $T(d\theta/dt)$

(c) **(0,50)** Mostre que o sistema é um oscilador com frequência angular $\omega = \sqrt{\frac{5g}{7R}}$?

(d) **(0,50)** Mostre que a função $\theta(t) = A\cos(\omega t + \phi)$, onde A e ϕ são constantes é solução da equação diferencial.

(e) **(0,50)** Considerando que no instante $t = 0$ o ângulo é θ_0 e a velocidade é v_0, determine a solução particular para este oscilador em termos de ω, x_0, v_0, e t.

(f) **(0,50)** Escreva as expressões pera $U(t)$ e $T(t)$, sendo U a energia potencial e T a energia cinética.

(g) **(0,50)** Mostre que $E = T + U$ é independente do tempo.

FORMULÁRIO

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0$$
$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$
$$x(t) = A\cos(\omega t) + B\text{sen}\,(\omega t)$$
$$x(t) = \exp(-(\gamma/2)t)(a + bt)$$
$$x(t) = \exp(-(\gamma/2)t)(A\cos(\omega t) + B\text{sen}\,(\omega t))$$
$$x(t) = \exp(-(\gamma/2)t)(A\exp(\omega t) + B\exp(-\omega t))$$

NUSP:

⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪
①	①	①	①	①	①	①
②	②	②	②	②	②	②
③	③	③	③	③	③	③
④	④	④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

Instruções: preencha ***completamente*** *os círculos com os dígitos do seu número USP (um em cada coluna); na parte de baixo dessa folha, preencha* ***completamente*** *os círculos com as respostas corretas correspondente a cada questão. Use caneta esferográfica preta ou azul, preenchendo completamente o interior do círculo. Escreva apenas nas áreas designadas.*

Nome: .....

Assinatura: .....

Turma: .....

Professor: .....

ESTE ESPAÇO É DE USO EXCLUSIVO DA BANCA CORRETORA

	1a Avaliação	Revisão
Múltipla-escolha		
Parte discursiva		
Total		

- Esta prova é formada de uma parte objetiva contendo 10 questões de múltipla-escola (1-10) e uma parte discursiva contendo uma questão (11).
- A parte objetiva corresponde a um total de 6 pontos e a parte discursiva a 4 pontos.

Marque as respostas das questões de múltipla-escolha

(1) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(2) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(3) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(4) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(5) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(6) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(7) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(8) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(9) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(10) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

QUESTÕES DE MÚLTIPLA-ESCOLHA (1-10)

(1) (0,5 pt) A roda de balanço de um relógio possui um período de $0.25s$, a roda é construída de forma que sua massa fica concentrada em um aro de raio 0.5cm. Qual é a constante de torção da mola acoplada? Dado $I_{aro} = mR^2$.

- ☐ *(a)* $k = 4\pi m^2 \times 10^{-4} N/rad$
- ☐ *(b)* $k = m \times 10^{-4} N/rad$
- ☐ *(c)* $k = 2m \times 10^{-5} N/rad$
- ☐ *(d)* $k = 16\pi^2 m \times 10^{-4} N/rad$
- ☐ *(e)* $k = 4\pi m \times 10^{-5} N/rad$

(2) (0,5 pt) Considere um sistema formado por duas partículas idênticas de massa m ligadas por uma mola de massa desprezível e constante elástica k. Supondo que as partículas se movem em apenas uma direção e a única força atuante no sistema advém da mola, assinale a alternativa correta para a frequência angular ω_0 de oscilação.

- ☐ *(a)* $\sqrt{\frac{k}{m}}$
- ☐ *(b)* $\sqrt{\frac{2k}{m}}$
- ☐ *(c)* $\sqrt{\frac{k}{2m}}$
- ☐ *(d)* $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$
- ☐ *(e)* $2\sqrt{\frac{2k}{m}}$

(3) (0,5 pt) Considerando o oscilador harmônico amortecido em regime subcrítico, qual o perfil da curva que passa pelos pontos de máximo da oscilação?

- ☐ *(a)* Linear decrescente
- ☐ *(b)* Constante
- ☐ *(c)* Exponencial decrescente
- ☐ *(d)* Exponencial crescente
- ☐ *(e)* Linear crescente

(4) (0,5 pt) A figura abaixo mostra a energia cinética K de um oscilador harmônico simples em função da posição x. Qual é a constante da mola?

- ☐ *(a)* $-1200N/m$
- ☐ *(b)* $1200N/m$
- ☐ *(c)* $0.12N/m$
- ☐ *(d)* $60N/m$
- ☐ *(e)* $-60N/m$

(5) (0,5 pt) As missões Apollo 15, 16 e 17 levaram um jipe para a superfície lunar. Esse jipe quando totalmente carregado possui uma massa M, a mola da suspensão possui um frequência natural de oscilação de $1Hz$ medidos na superfície terrestre. Sabendo que a aceleração da gravidade na superfície lunar equivale a $1/6$ ao da aceleração na superfície terrestre, pode-se afirmar que a frequência natural de oscilação da suspensão do jipe na superfície lunar é

- ☐ *(a)* $\omega = 6Hz$
- ☐ *(b)* $\omega = \sqrt{6}Hz$
- ☐ *(c)* dependente da massa do jipe, M.
- ☐ *(d)* $\omega = 1/6Hz$
- ☐ *(e)* $\omega = \sqrt{1/6}Hz$

(6) (0,5 pt) Um pêndulo físico de massa m e momento de inércia I, está preso em uma de suas extremidades. O pêndulo sofre então uma leve perturbação externa tal que ele começa a oscilar em pequenos ângulos devido a um campo gravitacional g. Assuma também que o centro de massa do pêndulo está a uma distância d do ponto fixo. Qual a frequência angular de oscilação?

- ☐ *(a)* $\sqrt{\frac{dgI}{m}}$
- ☐ *(b)* $\sqrt{\frac{mgI}{d}}$
- ☐ *(c)* $\sqrt{\frac{mgd}{I}}$
- ☐ *(d)* $\sqrt{\frac{d}{mgI}}$
- ☐ *(e)* $\sqrt{\frac{mdI}{g}}$

(7) (0,5 pt) O oscilador harmônico amortecido possui a seguinte equação de movimento

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0\,.$$

Supondo que o oscilador se encontra no regime subcrítico, assinale o valor da razão $\frac{x(t+\tau)}{x(t)}$, onde τ é o período.

- ☐ *(a)* $\exp\left[-\frac{\gamma}{4\pi\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2/4}}\right]$
- ☐ *(b)* $\exp\left[-\frac{\pi\gamma}{\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2/4}}\right]$
- ☐ *(c)* $\exp\left[-\frac{\gamma}{\pi\sqrt{\gamma^2/4-\omega_0^2}}\right]$
- ☐ *(d)* $\exp\left[-\frac{\gamma}{\pi\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2}}\right]$
- ☐ *(e)* $\exp\left[-\frac{2\pi\gamma}{\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2/4}}\right]$

(8) (0,5 pt) Dado um oscilador unidimensional, sabe-se que a resistência dá origem a um termo adicional obtendo a equação $m\ddot{x} = -kx - \rho\dot{x}$, onde $-\rho\dot{x}$ representa a resistência dissipativa, que atua em sentido oposto à velocidade. Dividindo por m, e usando a notação complexa $z(t) = e^{pt}$ obtemos a equação característica $p^2 + \gamma p + \omega_0^2 = 0$, onde $\gamma = \rho/m$ e $\omega_0^2 = k/m$. Dependendo da magnitude de $\gamma/2$ sobre ω_0 temos que as raizes da ultima equação proporcionam soluções exponenciais, oscilatórias com amplitude decrescente ou uma única exponencial. Estas soluções correspondem, respectivamente, aos regimes:

- ☐ *(a)* subcrítico, supercrítico e crítico
- ☐ *(b)* crítico, supercrítico e crítico
- ☐ *(c)* supercrítico, subcrítico e crítico
- ☐ *(d)* supercrítico, crítico e subcrítico
- ☐ *(e)* subcrítico, crítico e supercrítico,

(9) (0,5 pt) Uma partícula descreve um movimento harmônico simples de período $4\,s$ e amplitude de $5\,cm$. O módulo de sua velocidade ao passar por um ponto de trajetória cuja elongação é $3\,cm$ vale:

- ☐ *(a)* $16\pi\ cm/s$
- ☐ *(b)* $2\pi\ cm/s$
- ☐ *(c)* $4\pi\ cm/s$
- ☐ *(d)* $32\pi\ cm/s$
- ☐ *(e)* $8\pi\ cm/s$

(10) (0,5 pt) Um oscilador criticamente amortecido, partindo da posição de equilíbrio, recebe um impulso que lhe comunica uma velocidade inicial v_0. Verifica-se que ele passa por seu deslocamento máximo, igual a $7,4\,cm$, após $1\,s$. Considere $e^{-1} = 0,37$, $e^{-2} = 0,14$ e $e^{-3} = 0,05$. A velocidade inicial, v_o e posição no instante $t = 2\,s$ são respectivamente:

- ☐ *(a)* 10 cm/s e 5.6 cm
- ☐ *(b)* 20 cm/s e 1.4 cm
- ☐ *(c)* 20 cm/s e 5.6 cm
- ☐ *(d)* 10 cm/s e 2.8 cm
- ☐ *(e)* NDA

QUESTÃO DISCURSIVA

ATENÇÃO: A solução dessa questão deve ser feita no caderno de provas

(11) (4 pts) Uma bolinha homogênea de massa m e raio r rola sem deslizar sobre uma calha cilíndrica de raio $R >> r$, na vizinhança do fundo, ou seja, na aproximação de ângulos pequenos (ver fig. abaixo). Dado $I_{CM} = \frac{2}{5}mr^2$

(a) **(0,75)** Faça um esquema das forças que agem sobre a bola e determine a força resultante.

(b) **(0,75)** Escreva $U(\theta)$ e $T(d\theta/dt)$

(c) **(0,50)** Mostre que o sistema é um oscilador com frequência angular $\omega = \sqrt{\frac{5g}{7R}}$?

(d) **(0,50)** Mostre que a função $\theta(t) = A\cos(\omega t + \phi)$, onde A e ϕ são constantes é solução da equação diferencial.

(e) **(0,50)** Considerando que no instante $t = 0$ o ângulo é θ_0 e a velocidade é v_0, determine a solução particular para este oscilador em termos de ω, x_0, v_0, e t.

(f) **(0,50)** Escreva as expressões pera $U(t)$ e $T(t)$, sendo U a energia potencial e T a energia cinética.

(g) **(0,50)** Mostre que $E = T + U$ é independente do tempo.

FORMULÁRIO

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0$$

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$x(t) = A\cos(\omega t) + B\text{sen}\,(\omega t)$$

$$x(t) = \exp(-(\gamma/2)t)(a + bt)$$

$$x(t) = \exp(-(\gamma/2)t)(A\cos(\omega t) + B\text{sen}\,(\omega t))$$

$$x(t) = \exp(-(\gamma/2)t)(A\exp(\omega t) + B\exp(-\omega t))$$

NUSP:

⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪
①	①	①	①	①	①	①
②	②	②	②	②	②	②
③	③	③	③	③	③	③
④	④	④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

Instruções: preencha ***completamente*** *os círculos com os dígitos do seu número USP (um em cada coluna); na parte de baixo dessa folha, preencha* ***completamente*** *os círculos com as respostas corretas correspondente a cada questão. Use caneta esferográfica preta ou azul, preenchendo completamente o interior do círculo. Escreva apenas nas áreas designadas.*

Nome: .....

Assinatura: .....

Turma: .....

Professor: .....

ESTE ESPAÇO É DE USO EXCLUSIVO DA BANCA CORRETORA

	1a Avaliação	Revisão
Múltipla-escolha		
Parte discursiva		
Total		

- Esta prova é formada de uma parte objetiva contendo 10 questões de múltipla-escola (1-10) e uma parte discursiva contendo uma questão (11).
- A parte objetiva corresponde a um total de 6 pontos e a parte discursiva a 4 pontos.

Marque as respostas das questões de múltipla-escolha

(1) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(2) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(3) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(4) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(5) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(6) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(7) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(8) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(9) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(10) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

QUESTÕES DE MÚLTIPLA-ESCOLHA (1-10)

(1) (0,5 pt) O oscilador harmônico amortecido possui a seguinte equação de movimento

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0\,.$$

Supondo que o oscilador se encontra no regime subcrítico, assinale o valor da razão $\frac{x(t+\tau)}{x(t)}$, onde τ é o período.

- ☐ *(a)* $\exp\left[-\frac{\pi\gamma}{\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2/4}}\right]$
- ☐ *(b)* $\exp\left[-\frac{\gamma}{\pi\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2}}\right]$
- ☐ *(c)* $\exp\left[-\frac{\gamma}{\pi\sqrt{\gamma^2/4-\omega_0^2}}\right]$
- ☐ *(d)* $\exp\left[-\frac{\gamma}{4\pi\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2/4}}\right]$
- ☐ *(e)* $\exp\left[-\frac{2\pi\gamma}{\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2/4}}\right]$

(2) (0,5 pt) Um pêndulo físico de massa m e momento de inércia I, está preso em uma de suas extremidades. O pêndulo sofre então uma leve perturbação externa tal que ele começa a oscilar em pequenos ângulos devido a um campo gravitacional g. Assuma também que o centro de massa do pêndulo está a uma distância d do ponto fixo. Qual a frequência angular de oscilação?

- ☐ *(a)* $\sqrt{\frac{dgI}{m}}$
- ☐ *(b)* $\sqrt{\frac{mdI}{g}}$
- ☐ *(c)* $\sqrt{\frac{mgd}{I}}$
- ☐ *(d)* $\sqrt{\frac{mgI}{d}}$
- ☐ *(e)* $\sqrt{\frac{d}{mgI}}$

(3) (0,5 pt) A figura abaixo mostra a energia cinética K de um oscilador harmônico simples em função da posição x. Qual é a constante da mola?

- ☐ *(a)* $-60N/m$
- ☐ *(b)* $1200N/m$
- ☐ *(c)* $-1200N/m$
- ☐ *(d)* $0.12N/m$
- ☐ *(e)* $60N/m$

(4) (0,5 pt) As missões Apollo 15, 16 e 17 levaram um jipe para a superfície lunar. Esse jipe quando totalmente carregado possui uma massa M, a mola da suspensão possui um frequência natural de oscilação de $1Hz$ medidos na superfície terrestre. Sabendo que a aceleração da gravidade na superfície lunar equivale a $1/6$ ao da aceleração na superfície terrestre, pode-se afirmar que a frequência natural de oscilação da suspensão do jipe na superfície lunar é

- ☐ *(a)* $\omega = 1/6Hz$
- ☐ *(b)* $\omega = \sqrt{6}Hz$
- ☐ *(c)* $\omega = \sqrt{1/6}Hz$
- ☐ *(d)* dependente da massa do jipe, M.
- ☐ *(e)* $\omega = 6Hz$

(5) (0,5 pt) Considerando o oscilador harmônico amortecido em regime subcrítico, qual o perfil da curva que passa pelos pontos de máximo da oscilação?

- ☐ *(a)* Linear crescente
- ☐ *(b)* Constante
- ☐ *(c)* Linear decrescente
- ☐ *(d)* Exponencial crescente
- ☐ *(e)* Exponencial decrescente

(6) (0,5 pt) Considere um sistema formado por duas partículas idênticas de massa m ligadas por uma mola de massa desprezível e constante elástica k. Supondo que as partículas se movem em apenas uma direção e a única força atuante no sistema advém da mola, assinale a alternativa correta para a frequência angular ω_0 de oscilação.

- ☐ *(a)* $2\sqrt{\frac{2k}{m}}$
- ☐ *(b)* $\sqrt{\frac{k}{m}}$
- ☐ *(c)* $\sqrt{\frac{2k}{m}}$
- ☐ *(d)* $\sqrt{\frac{k}{2m}}$
- ☐ *(e)* $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$

(7) (0,5 pt) A roda de balanço de um relógio possui um período de $0.25s$, a roda é construída de forma que sua massa fica concentrada em um aro de raio 0.5cm. Qual é a constante de torção da mola acoplada? Dado $I_{aro} = mR^2$.

- ☐ *(a)* $k = 4\pi m^2 \times 10^{-4} N/rad$
- ☐ *(b)* $k = m \times 10^{-4} N/rad$
- ☐ *(c)* $k = 16\pi^2 m \times 10^{-4} N/rad$
- ☐ *(d)* $k = 4\pi m \times 10^{-5} N/rad$
- ☐ *(e)* $k = 2m \times 10^{-5} N/rad$

(8) (0,5 pt) Um oscilador criticamente amortecido, partindo da posição de equilíbrio, recebe um impulso que lhe comunica uma velocidade inicial v_0. Verifica-se que ele passa por seu deslocamento máximo, igual a $7,4\,cm$, após $1\,s$. Considere $e^{-1} = 0,37$, $e^{-2} = 0,14$ e $e^{-3} = 0,05$. A velocidade inicial, v_o e posição no instante $t = 2\,s$ são respectivamente:

- ☐ *(a)* 10 cm/s e 2.8 cm
- ☐ *(b)* 10 cm/s e 5.6 cm
- ☐ *(c)* 20 cm/s e 1.4 cm
- ☐ *(d)* 20 cm/s e 5.6 cm
- ☐ *(e)* NDA

(9) (0,5 pt) Uma partícula descreve um movimento harmônico simples de período $4\,s$ e amplitude de $5\,cm$. O módulo de sua velocidade ao passar por um ponto de trajetória cuja elongação é $3\,cm$ vale:

- ☐ *(a)* $16\pi\ cm/s$
- ☐ *(b)* $32\pi\ cm/s$
- ☐ *(c)* $8\pi\ cm/s$
- ☐ *(d)* $2\pi\ cm/s$
- ☐ *(e)* $4\pi\ cm/s$

(10) (0,5 pt) Dado um oscilador unidimensional, sabe-se que a resistência dá origem a um termo adicional obtendo a equação $m\ddot{x} = -kx - \rho\dot{x}$, onde $-\rho\dot{x}$ representa a resistência dissipativa, que atua em sentido oposto à velocidade. Dividindo por m, e usando a notação complexa $z(t) = e^{pt}$ obtemos a equação característica $p^2 + \gamma p + \omega_0^2 = 0$, onde $\gamma = \rho/m$ e $\omega_0^2 = k/m$. Dependendo da magnitude de $\gamma/2$ sobre ω_0 temos que as raizes da ultima equação proporcionam soluções exponenciais, oscilatórias com amplitude decrescente ou uma única exponencial. Estas soluções correspondem, respectivamente, aos regimes:

- ☐ *(a)* supercrítico, crítico e subcrítico
- ☐ *(b)* supercrítico, subcrítico e crítico
- ☐ *(c)* subcrítico, crítico e supercrítico,
- ☐ *(d)* subcrítico, supercrítico e crítico
- ☐ *(e)* crítico, supercrítico e crítico

QUESTÃO DISCURSIVA

ATENÇÃO: A solução dessa questão deve ser feita no caderno de provas

(11) (4 pts) Uma bolinha homogênea de massa m e raio r rola sem deslizar sobre uma calha cilíndrica de raio $R >> r$, na vizinhança do fundo, ou seja, na aproximação de ângulos pequenos (ver fig. abaixo). Dado $I_{CM} = \frac{2}{5}mr^2$

(a) **(0,75)** Faça um esquema das forças que agem sobre a bola e determine a força resultante.

(b) **(0,75)** Escreva $U(\theta)$ e $T(d\theta/dt)$

(c) **(0,50)** Mostre que o sistema é um oscilador com frequência angular $\omega = \sqrt{\frac{5g}{7R}}$?

(d) **(0,50)** Mostre que a função $\theta(t) = A\cos(\omega t + \phi)$, onde A e ϕ são constantes é solução da equação diferencial.

(e) **(0,50)** Considerando que no instante $t = 0$ o ângulo é θ_0 e a velocidade é v_0, determine a solução particular para este oscilador em termos de ω, x_0, v_0, e t.

(f) **(0,50)** Escreva as expressões pera $U(t)$ e $T(t)$, sendo U a energia potencial e T a energia cinética.

(g) **(0,50)** Mostre que $E = T + U$ é independente do tempo.

FORMULÁRIO

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0$$
$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$
$$x(t) = A\cos(\omega t) + B\text{sen}\,(\omega t)$$
$$x(t) = \exp(-(\gamma/2)t)(a + bt)$$
$$x(t) = \exp(-(\gamma/2)t)(A\cos(\omega t) + B\text{sen}\,(\omega t))$$
$$x(t) = \exp(-(\gamma/2)t)(A\exp(\omega t) + B\exp(-\omega t))$$

NUSP:

⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪
①	①	①	①	①	①	①
②	②	②	②	②	②	②
③	③	③	③	③	③	③
④	④	④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

Instruções: preencha ***completamente*** *os círculos com os dígitos do seu número USP (um em cada coluna); na parte de baixo dessa folha, preencha* ***completamente*** *os círculos com as respostas corretas correspondente a cada questão. Use caneta esferográfica preta ou azul, preenchendo completamente o interior do círculo. Escreva apenas nas áreas designadas.*

Nome: .....

Assinatura: .....

Turma: .....

Professor: .....

ESTE ESPAÇO É DE USO EXCLUSIVO DA BANCA CORRETORA

	1a Avaliação	Revisão
Múltipla-escolha		
Parte discursiva		
Total		

- Esta prova é formada de uma parte objetiva contendo 10 questões de múltipla-escola (1-10) e uma parte discursiva contendo uma questão (11).
- A parte objetiva corresponde a um total de 6 pontos e a parte discursiva a 4 pontos.

Marque as respostas das questões de múltipla-escolha

(1) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(2) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(3) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(4) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(5) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(6) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(7) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(8) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(9) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(10) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

QUESTÕES DE MÚLTIPLA-ESCOLHA (1-10)

(1) (0,5 pt) A figura abaixo mostra a energia cinética K de um oscilador harmônico simples em função da posição x. Qual é a constante da mola?

- ☐ *(a)* $-60N/m$
- ☐ *(b)* $0.12N/m$
- ☐ *(c)* $-1200N/m$
- ☐ *(d)* $60N/m$
- ☐ *(e)* $1200N/m$

(2) (0,5 pt) O oscilador harmônico amortecido possui a seguinte equação de movimento

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0\,.$$

Supondo que o oscilador se encontra no regime subcrítico, assinale o valor da razão $\frac{x(t+\tau)}{x(t)}$, onde τ é o período.

- ☐ *(a)* $\exp\left[-\frac{\gamma}{\pi\sqrt{\gamma^2/4-\omega_0^2}}\right]$
- ☐ *(b)* $\exp\left[-\frac{\gamma}{4\pi\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2/4}}\right]$
- ☐ *(c)* $\exp\left[-\frac{\gamma}{\pi\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2}}\right]$
- ☐ *(d)* $\exp\left[-\frac{\pi\gamma}{\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2/4}}\right]$
- ☐ *(e)* $\exp\left[-\frac{2\pi\gamma}{\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2/4}}\right]$

(3) (0,5 pt) Considerando o oscilador harmônico amortecido em regime subcrítico, qual o perfil da curva que passa pelos pontos de máximo da oscilação?

- ☐ *(a)* Exponencial crescente
- ☐ *(b)* Constante
- ☐ *(c)* Exponencial decrescente
- ☐ *(d)* Linear crescente
- ☐ *(e)* Linear decrescente

(4) (0,5 pt) A roda de balanço de um relógio possui um período de $0.25s$, a roda é construída de forma que sua massa fica concentrada em um aro de raio 0.5cm. Qual é a constante de torção da mola acoplada? Dado $I_{aro} = mR^2$.

- ☐ *(a)* $k = 2m \times 10^{-5} N/rad$
- ☐ *(b)* $k = m \times 10^{-4} N/rad$
- ☐ *(c)* $k = 4\pi m \times 10^{-5} N/rad$
- ☐ *(d)* $k = 4\pi m^2 \times 10^{-4} N/rad$
- ☐ *(e)* $k = 16\pi^2 m \times 10^{-4} N/rad$

(5) (0,5 pt) As missões Apollo 15, 16 e 17 levaram um jipe para a superfície lunar. Esse jipe quando totalmente carregado possui uma massa M, a mola da suspensão possui um frequência natural de oscilação de $1Hz$ medidos na superfície terrestre. Sabendo que a aceleração da gravidade na superfície lunar equivale a $1/6$ ao da aceleração na superfície terrestre, pode-se afirmar que a frequência natural de oscilação da suspensão do jipe na superfície lunar é

- ☐ *(a)* $\omega = \sqrt{1/6} Hz$
- ☐ *(b)* dependente da massa do jipe, M.
- ☐ *(c)* $\omega = \sqrt{6} Hz$
- ☐ *(d)* $\omega = 1/6 Hz$
- ☐ *(e)* $\omega = 6Hz$

(6) (0,5 pt) Um pêndulo físico de massa m e momento de inércia I, está preso em uma de suas extremidades. O pêndulo sofre então uma leve perturbação externa tal que ele começa a oscilar em pequenos ângulos devido a um campo gravitacional g. Assuma também que o centro de massa do pêndulo está a uma distância d do ponto fixo. Qual a frequência angular de oscilação?

- ☐ *(a)* $\sqrt{\frac{mdI}{g}}$
- ☐ *(b)* $\sqrt{\frac{dgI}{m}}$
- ☐ *(c)* $\sqrt{\frac{mgI}{d}}$
- ☐ *(d)* $\sqrt{\frac{d}{mgI}}$
- ☐ *(e)* $\sqrt{\frac{mgd}{I}}$

(7) (0,5 pt) Considere um sistema formado por duas partículas idênticas de massa m ligadas por uma mola de massa desprezível e constante elástica k. Supondo que as partículas se movem em apenas uma direção e a única força atuante no sistema advém da mola, assinale a alternativa correta para a frequência angular ω_0 de oscilação.

- ☐ *(a)* $2\sqrt{\frac{2k}{m}}$
- ☐ *(b)* $\sqrt{\frac{k}{m}}$
- ☐ *(c)* $\sqrt{\frac{2k}{m}}$
- ☐ *(d)* $\sqrt{\frac{k}{2m}}$
- ☐ *(e)* $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$

(8) (0,5 pt) Dado um oscilador unidimensional, sabe-se que a resistência dá origem a um termo adicional obtendo a equação $m\ddot{x} = -kx - \rho\dot{x}$, onde $-\rho\dot{x}$ representa a resistência dissipativa, que atua em sentido oposto à velocidade. Dividindo por m, e usando a notação complexa $z(t) = e^{pt}$ obtemos a equação característica $p^2 + \gamma p + \omega_0^2 = 0$, onde $\gamma = \rho/m$ e $\omega_0^2 = k/m$. Dependendo da magnitude de $\gamma/2$ sobre ω_0 temos que as raizes da ultima equação proporcionam soluções exponenciais, oscilatórias com amplitude decrescente ou uma única exponencial. Estas soluções correspondem, respectivamente, aos regimes:

- ☐ *(a)* subcrítico, supercrítico e crítico
- ☐ *(b)* supercrítico, crítico e subcrítico
- ☐ *(c)* subcrítico, crítico e supercrítico,
- ☐ *(d)* crítico, supercrítico e crítico
- ☐ *(e)* supercrítico, subcrítico e crítico

(9) (0,5 pt) Um oscilador criticamente amortecido, partindo da posição de equilíbrio, recebe um impulso que lhe comunica uma velocidade inicial v_0. Verifica-se que ele passa por seu deslocamento máximo, igual a $7,4\,cm$, após $1\,s$. Considere $e^{-1} = 0,37$, $e^{-2} = 0,14$ e $e^{-3} = 0,05$. A velocidade inicial, v_o e posição no instante $t = 2\,s$ são respectivamente:

- ☐ *(a)* NDA
- ☐ *(b)* 10 cm/s e 2.8 cm
- ☐ *(c)* 20 cm/s e 1.4 cm
- ☐ *(d)* 10 cm/s e 5.6 cm
- ☐ *(e)* 20 cm/s e 5.6 cm

(10) (0,5 pt) Uma partícula descreve um movimento harmônico simples de período 4 s e amplitude de 5 cm. O módulo de sua velocidade ao passar por um ponto de trajetória cuja elongação é 3 cm vale:

- ☐ *(a)* $16\pi\ cm/s$
- ☐ *(b)* $4\pi\ cm/s$
- ☐ *(c)* $8\pi\ cm/s$
- ☐ *(d)* $2\pi\ cm/s$
- ☐ *(e)* $32\pi\ cm/s$

QUESTÃO DISCURSIVA

ATENÇÃO: A solução dessa questão deve ser feita no caderno de provas

(11) (4 pts) Uma bolinha homogênea de massa m e raio r rola sem deslizar sobre uma calha cilíndrica de raio $R >> r$, na vizinhança do fundo, ou seja, na aproximação de ângulos pequenos (ver fig. abaixo). Dado $I_{CM} = \frac{2}{5}mr^2$

(a) **(0,75)** Faça um esquema das forças que agem sobre a bola e determine a força resultante.

(b) **(0,75)** Escreva $U(\theta)$ e $T(d\theta/dt)$

(c) **(0,50)** Mostre que o sistema é um oscilador com frequência angular $\omega = \sqrt{\frac{5g}{7R}}$?

(d) **(0,50)** Mostre que a função $\theta(t) = A\cos(\omega t + \phi)$, onde A e ϕ são constantes é solução da equação diferencial.

(e) **(0,50)** Considerando que no instante $t = 0$ o ângulo é θ_0 e a velocidade é v_0, determine a solução particular para este oscilador em termos de ω, x_0, v_0, e t.

(f) **(0,50)** Escreva as expressões pera $U(t)$ e $T(t)$, sendo U a energia potencial e T a energia cinética.

(g) **(0,50)** Mostre que $E = T + U$ é independente do tempo.

FORMULÁRIO

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0$$

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$x(t) = A\cos(\omega t) + B\text{sen}\,(\omega t)$$

$$x(t) = \exp(-(\gamma/2)t)(a + bt)$$

$$x(t) = \exp(-(\gamma/2)t)(A\cos(\omega t) + B\text{sen}\,(\omega t))$$

$$x(t) = \exp(-(\gamma/2)t)(A\exp(\omega t) + B\exp(-\omega t))$$