Respostas:
16A7: (1) D; (2) E; (3) A; (4) D; (5) E; (6) D;
3A33: (1) D; (2) E; (3) D; (4) E; (5) B; (6) D;
E7Hx: (1) B; (2) E; (3) A; (4) C; (5) B; (6) B;
112F: (1) D; (2) D; (3) D; (4) B; (5) A; (6) D;

QUESTÕES DE MÚLTIPLA-ESCOLHA (1-6)

□ando necessário, use $p = 3,14$, $g=10\ \mathrm{m/s^2}$.

(1) [1,0] Um corpo de massa m e velocidade v_0 se choca com um corpo de massa am, inicialmente em repouso. Considerando que a colisão é elástica e unidimensional, e que a velocidade final do corpo 1 é metade de sua velocidade inicial (portanto, sem inversão de sentido) é correto afirmar que

□ (a) $a = 1/3$.

□ (b) $a = 1/2$.

□ (c) $a = 1$.

□ (d) $a = 2$.

□ (e) $a = 3$.

R: Por conservação de momento

$$p_i = p_f \,\square\, mv_0 = m\frac{v_0}{2} + amv_2 \,\square\, v_2 = \frac{v_0}{2a}$$

Por conservação de energia:

$$K_i = K_f \,\square\, \frac{mv_0^2}{2} = \frac{m(v_0/2)^2}{2} + \frac{amv_2^2}{2}$$

Substituindo v_2, temos

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_0^2}{8} + \frac{mv_0^2}{8a} \,\square\, a = 1/3$$

(2) [1,0] Uma bola de neve, inicialmente com massa M rola em um campo, adquirindo massa à medida que se desloca com uma taxa $\frac{dm}{dx} = k$. Considere apenas o efeito do ganho de massa da bola de neve.

Após rolar por uma distância L, a razão entre sua velocidade final e a velocidade inicial é

□ (a) $\frac{v}{v_0} = \left(\frac{M}{M+kL}\right)$.

□ (b) $\frac{v}{v_0} = \left(\frac{M+kL}{M}\right)$.

□ (c) $\frac{v}{v_0} = \ln\left(\frac{M}{M+kt}\right)$.

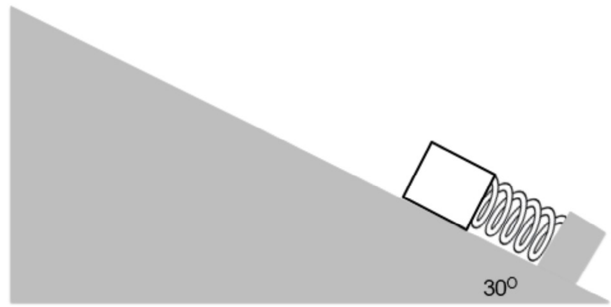
□ (d) $\frac{v}{v_0} = \ln\left(\frac{M \square kt}{M}\right)$.

□ (e) $\frac{v}{v_0} = \ln\left(\frac{M}{M \square kt}\right)$.

R: À medida que rola, a bola vai ganhando massa, agregando neve que estava inicialmente parada. o Resultado é uma colisão inelástica com a neve caída, mas com conservação de momento. Assim

$$P_i = M v_0 = (M + kL)\, v \,\square\, \frac{v}{v_0} = \left(\frac{M}{M+kL}\right)$$

(3) [1,0] Um corpo de massa $m = 0,2$ kg é posto em um plano, inclinado em 30 em relação à horizontal, apoiado contra uma mola de constante elástica $k = 16$ N/m (sem estar preso a ela). O coeficiente de atrito entre o corpo e o plano inclinado é $m_c = \ 3/3$. Sabendo que a mola está inicialmente comprimida em 0,5 m, sendo então liberada, qual a distância total percorrida pelo corpo no plano, do ponto de partida até sua parada?



☐ (a) 1 m

☐ (b) 0,5 m

☐ (c) 1,5 m

☐ (d) 2 m

☐ (e) 3 m

R: A energia potencial da mola comprimida é de $U_k = \frac{kx^2}{2} = \frac{16\ 0,5^2\ \mathrm{Nm}}{2} = 2$ J

Na subida, esta energia potencial será convertida em energia potencial gravitacional, e uma fração dissipada pelo atrito. Podemos calcular o trabalho conjunto realizado por estas duas forças, tomando apenas a componente da força peso paralela ao plano inclinado

$F_{res} = F_{at} + P_t = mN + P\mathrm{sen}\,30 = mg(m\cos 30 + \mathrm{sen}\,30) = 0,2\mathrm{kg}\,10\frac{m}{s^2}(\frac{3}{3}\ \frac{3}{2} + \frac{1}{2}) = 2$ N

Teremos então

$U_k = F_{res}\ d\ \ d = U_k/F_{res} = 1$m

(4) [1,0] Um elevador está equipado com um motor de 18 kW. Considerando que a massa média de uma pessoa é de 75 kg, quantas pessoas podem entrar neste elevador de forma que a velocidade máxima dele seja de 3 m/s?

☐ (a) 8 pessoas.

☐ (b) 10 pessoas.

☐ (c) 6 pessoas.

☐ (d) 7 pessoas.

☐ (e) 9 pessoas.

R: A potência será dada pelo trabalho realizado no tempo. Basicamente, a força aplicada pelo motor deve compensar a força peso, resultando em um movimento uniforme de ascenção da carga do elevador (a massa do elevador não é explicitada, mas é balanceada pelos contrapesos que compõem o mecanismo).

Como $P = F\ v$, a força máxima aplicada pelo motor será $F = P/v = 18\mathrm{kW}/3(\mathrm{m/s}) = 610^3$N.

Tomando a força peso de n passageiros, teremos $n\ g\ 75\mathrm{kg} = 610^3$N, portanto $n = 610^3/750 = 8$ como o número máximo de passageiros.

(5) [1,0] Um caminhão, transitando pela estrada, colide com uma borboleta, que flutuava lentamente no ar. O pobre inseto foi evidentemente esmagado, ficando grudado sobre o vidro. Isso posto, o que podemos dizer sobre a variação de energia cinética e de momento, em valores absolutos, do caminhão e da borboleta?

- ☐ (a) A variação de momento do caminhão e da borboleta são iguais em módulo. A variação de energia do caminhão (em módulo) foi maior do que a da borboleta.
- ☐ (b) A variação de momento do caminhão é inferior à variação do momento da borboleta, em módulo. A variação de energia do caminhão (em módulo) foi maior do que a da borboleta.
- ☐ (c) A variação de momento do caminhão é inferior à variação do momento da borboleta, em módulo. A variação de energia do caminhão e da borboleta foram iguais (em módulo).
- ☐ (d) A variação de momento do caminhão e da borboleta são iguais em módulo. A variação de energia do caminhão (em módulo) foi menor do que a variação de energia da borboleta.
- ☐ (e) A variação de momento do caminhão e da borboleta são iguais em módulo. A variação de energia do caminhão e da borboleta foram iguais em módulo.

R: A variação de momento em uma colisão é sempre igual em módulo, seja ela elástica ou inelástica. A Energia inicial do caminhão será $K = M v_i^2 / 2$. O momento final do conjunto caminhão (massa M)+ borboleta (massa m) será $p_f = (M+m)v_f = Mv_i$

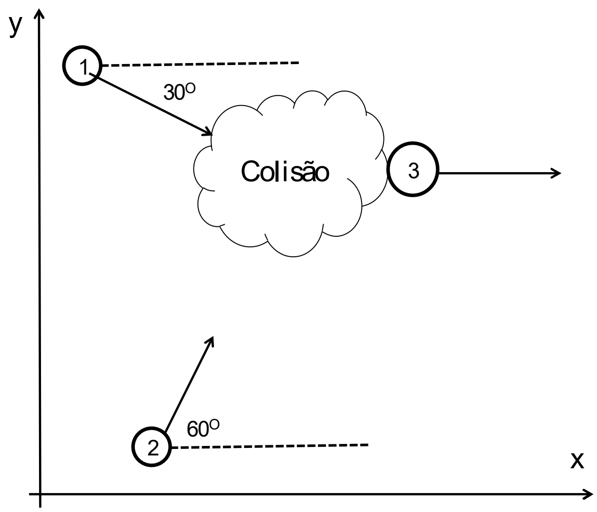
A energia cinética final do caminhão será $K_f = \frac{Mv_f^2}{2} = \frac{Mv_i^2}{2}\frac{M^2}{(M+m)^2}$. Teremos uma variação de energia cinética no caminhão de $\Delta K_c = K_i \square K_f = \frac{Mv_i^2}{2}\frac{m(m+2M)}{(M+m)^2}$.

Já para a borboleta, a energia cinética final será $\Delta K_b = \frac{Mv_i^2}{2}\frac{Mm}{(M+m)^2}$

Portanto $\frac{\Delta K_c}{\Delta K_b} = \frac{m+2M}{M} \square 1 \square \Delta K_c \square \Delta K_b$.

(6) [1,0] Dois corpos (1 e 2) colidem, e após a colisão permanecem grudados (formando um corpo 3). Uma forma de representar isso é mostrada abaixo, em um referencial onde o momento final do sistema está alinhado ao eixo x.

Sabendo que a energia cinética final é de 2.400 J, a velocidade inicial do corpo 1 é de 300 m/s, e que ele tem uma massa de 0,10 kg, qual a massa do corpo 2?



- (a) 0,15 kg
- (b) 0,20 kg
- (c) 0,30 kg
- (d) 0,10 kg
- (e) 0,25 kg

R: A conservação de momento na direção vertical implica em $p_1 \operatorname{sen} 30^\circ = p_2 \operatorname{sen} 60^\circ$.
Portanto, como $p_1 = 30 \text{kg m/s}$, teremos $p_2 = m_1 v_1/\sqrt{3} = 30/\sqrt{3} = 10\sqrt{3} \text{kg m/s}$.
Por outro lado, a conservação de momento na horizontal implica em
$p_3 = p_1 \cos 30^\circ + p_2 \cos 60^\circ = 30\frac{\sqrt{3}}{2} + 10\sqrt{3}\frac{1}{2} = 20\sqrt{3} \text{kg m/s}$
Além disso, a energia cinética final está relacionada com p_3 como
$K_3 = \frac{p_3^2}{2(m_1 + m_2)} \Rightarrow 2(m_1 + m_2)K_3 = 1200 \Rightarrow m_1 + m2 = \frac{1200}{4800} = 0,25 \text{ kg} \Rightarrow m_2 = 0,15 \text{ kg}$

QUESTÃO DISCURSIVA

Todas as respostas devem ser justificadas e os cálculos devem estar descritos nas respostas.

Dado um potencial simétrico unidimensional (ou seja, onde $U(x) = U(-x)$) descrito por

$$U(x) = Ax^4 + Bx^2$$

(a) [1,0] Determine o sinal de B e de A para que o potencial tenha dois pontos de equilíbrio estável, justificando sua escolha.

R: Os pontos de equilíbrio ocorrem quando $\frac{dU(x)}{dx} = 0$, ou seja:

$4Ax^3 + 2Bx = 0$

o que implica em três soluções: $x = 0$, $x = -\sqrt{-B/2A}$, $x = +\sqrt{-B/2A}$,

desde que $B/A < 0$, portanto tenham sinais opostos.

O teste se estabilidade implica em verificar se o potencial é um mínimo local, ou seja, se $\frac{d^2U(x)}{dx^2} = 0$ nos pontos de equilíbrio. Como

$\frac{d^2U(x)}{dx^2} = 12Ax^2 + 2B$

Temos para $x = 0$, $\frac{d^2U(x)}{dx^2} = 2B$

e para $x = -\sqrt{-B/2A}$ e $x = +\sqrt{-B/2A}$, que $\frac{d^2U(x)}{dx^2} = -4B$. Portanto, se $B > 0$ teremos apenas um mínimo local em $x = 0$, e para $B < 0$, dois mínimos locais em $x = \pm\sqrt{-B/2A}$.

Como o sinal de A deve ser oposto ao de B, concluímos que $A > 0$ e $B < 0$.

(b) [1,0] Determine todas as posições de equilíbrio do sistema, em termos de A e B, indicando se o equilíbrio é estável ou instável.

R: Do item anterior, temos:

- $x = -\sqrt{-B/2A}$, com $\frac{d^2U(x)}{dx^2} > 0$, equilíbrio estável.

- $x = 0$, com $\frac{d^2U(x)}{dx^2} < 0$, equilíbrio instável.

- $x = \sqrt{-B/2A}$, com $\frac{d^2U(x)}{dx^2} > 0$, equilíbrio estável.

(c) [1,0] Determine a energia potencial nas posições de equilíbrio, em termos de A e B.

R: Por substituição direta, temos:

$U(0) = 0$

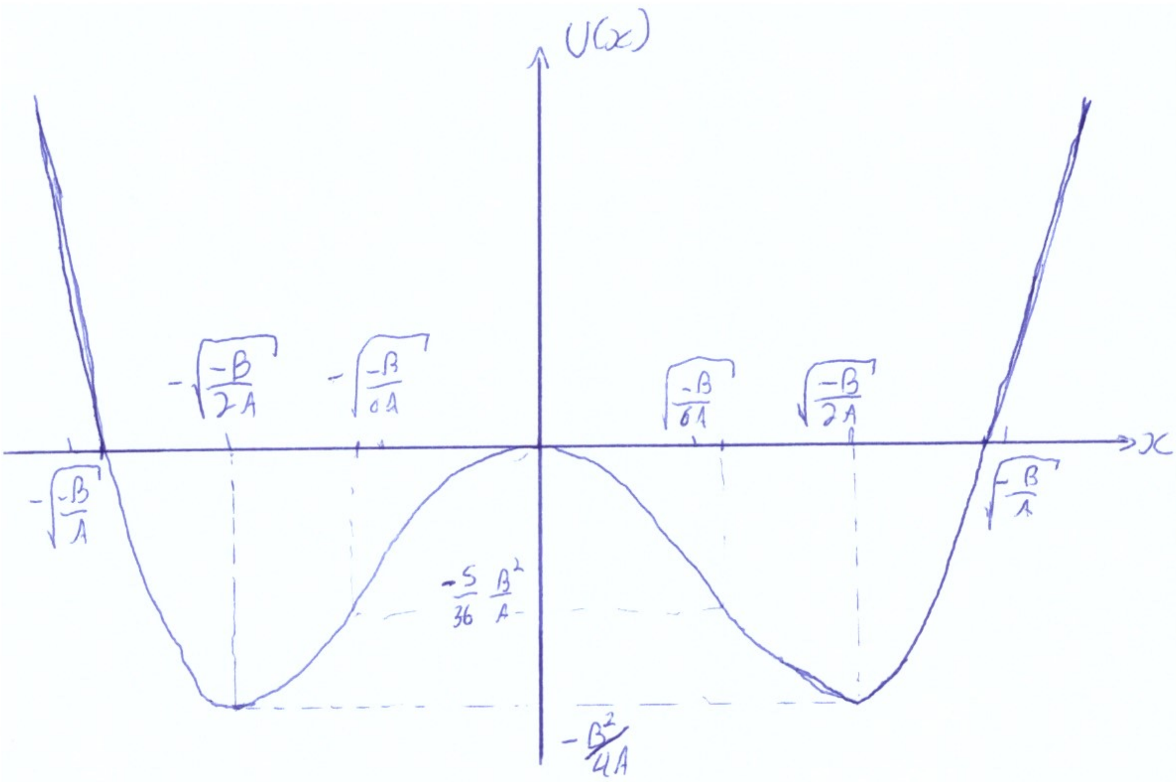
$U(-\sqrt{-B/2A}) = U(\sqrt{-B/2A}) = -\frac{B^2}{4A} < 0$

(d) [1,0] Esboce o gráfico de $U(x)$, indicando as posições de equilíbrio e suas energias potenciais, zeros da função, bem como os valores assintóticos para $x \to \pm\infty$

R: Os zeros da função $U(x) = (Ax^2 + B)x^2$ são $x = 0$, $x = \pm\sqrt{-B/A}$.

No limite de $x \to \pm\infty$, $Ax^2 \gg |B|$, portanto $U(x) \simeq Ax^4$.

Como extra, os pontos em que a curvatura muda de positiva para negativa são dados por $\frac{d^2U(x)}{dx^2} = 12Ax^2 + 2B = 0$, ou seja, $x = \pm\sqrt{-B/6A}$, correspondendo a uma energia $U(\pm\sqrt{-\frac{B}{6A}}) = \frac{5}{9}\,\frac{-B^2}{4A}$



FORMULÁRIO

$$\vec F = m\vec a\,;\ \vec p = m\vec v\,;\ \vec F = \frac{d\vec P}{dt}\,;\ \vec J = \int_{t_i}^{t_f} \vec F(t)\,dt\,;$$

$$W = \int_{\vec r_i}^{\vec r_f} \vec F(\vec r)\,d\vec\ell = K(\vec v_f) - K(\vec v_f)\,;\ \Delta U = -\int_{x_i}^{x_f} F(x)dx\,;\ F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}\,;\ K(\vec v) = m\vec v\cdot\vec v/2$$

$$\text{Potência: } P = \frac{dW}{dt}\,;\ P = \vec F\cdot\vec v$$

$$\text{sen } 30^\circ = \cos 60^\circ = 1/2 \qquad \text{sen } 60^\circ = \cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$$